P.A.U. FÍSICA MADRID SEPTIEMBRE 2016 OPCIÓN A

Pregunta 1.- Desde la superficie de un planeta de masa $6{,}42\cdot 10^{23}$ kg y radio 4500 km se lanza verticalmente hacia arriba un objeto.

a) Determine la altura máxima que alcanza el objeto si es lanzado con una velocidad inicial de 2 km s^{-1}.

b) En el punto más alto se le transfiere el momento lineal adecuado para que describa una órbita circular a esa altura. ¿Qué velocidad tendrá el objeto en dicha órbita circular?

Dato: Constante de Gravitación Universal, $G = 6{,}67\cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}.

a) Conservación de la energía:

$$E_{salida} = E_{alto} \quad \rightarrow \quad \left(\frac{1}{2}m.v^2 - G.\frac{M.m}{r}\right)_{salida} = \left(\frac{1}{2}m.v^2 - G.\frac{M.m}{r}\right)_{alto}$$

$$\frac{1}{2}.m.2000^2 - 6'67.10^{-11}.\frac{6'42.10^{23}.m}{4500000} = \frac{1}{2}.m.0^2 - 6'67.10^{-11}.\frac{6'42.10^{23}.m}{r}$$

$$-7'52.10^6 = -\frac{4'28.10^{13}}{r} \quad \rightarrow \quad r = 5'69.10^6\,m \quad \rightarrow \quad h = 5'69.10^6 - 4'5.10^6 = 1'19.10^6\,m$$

b) Fuerza centrípeta es la fuerza gravitatoria:

$$F_c = F_a \quad \rightarrow \quad m.\frac{v^2}{r} = G.\frac{M.m}{r^2} \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{G.\frac{M}{r}} = \sqrt{6'67.10^{-11}.\frac{6'42.10^{23}}{5'69.10^6}} = 2'74.10^3\,m/s$$

Pregunta 2.- Un cuerpo que se mueve describiendo un movimiento armónico simple a lo largo del eje X presenta, en el instante inicial, una aceleración nula y una velocidad de -5 i cm s^{-1} . La frecuencia del movimiento es 0,25 Hz. Determine:

a) La elongación en el instante inicial. Justifique su respuesta.

b) La expresión matemática que describe la elongación del movimiento en función del tiempo.

x = A. sen (w.t + Φ) v = A.w.cos (w.t + Φ) a = - A. w^2. sen (w.t + Φ) a = - w^2. x

Si en t = 0 , a = 0 → $x_{inicial}$ = - a /w^2 = 0 → sen Φ = 0 → Φ = 0 ó Φ = π

Si en t = 0 , a = 0 , v = -5 i → sen (w.t + Φ) = 0 → cos (w.t + Φ) = - 1 → v = - A . w

→ A = - v /w → Φ = π

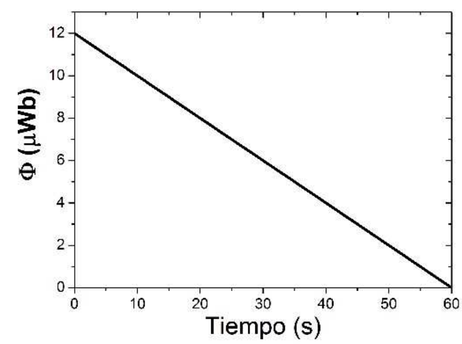
w = 2.π.F = 2.π.0’25 = 0’5.π rad/s → A = v /w = 0’05 / 0’5.π = 0’032 m

x = 0’032 . sen (0’5.π.t + Φ)

Pregunta 3.- La figura de la derecha representa el flujo magnético a través de un circuito formado por dos raíles conductores paralelos separados 10 cm que descansan sobre el plano *XY*. Los raíles están unidos, en uno de sus extremos, por un hilo conductor fijo de 10 cm de longitud. El circuito se completa mediante una barra conductora que se desplaza sobre los raíles, acercándose al hilo conductor fijo, con velocidad constante. Determine:

a) La fuerza electromotriz inducida en el circuito.

b) La velocidad de la barra conductora si el circuito se encuentra inmerso en el seno de un campo magnético constante de $\boldsymbol{B}$ = 200 $\boldsymbol{k}$ μT



De la figura : Φ = 12.10^{-6} – 12.10^{-6} .t /60 = 12.10^{-6} – 0’2.10^{-6}. t → ε =- dΦ/dt = - (- 0’2.10^{-6}) = 0’2 μV

El área del rectángulo variará con el tiempo según: A = A_o – h.v. t

El flujo será: Φ = $\boldsymbol{B}$. $\boldsymbol{S}$ = B. S . cos 0 = B.S = B. (A_o – h.v. t) = BA_o – B.h.v. t →

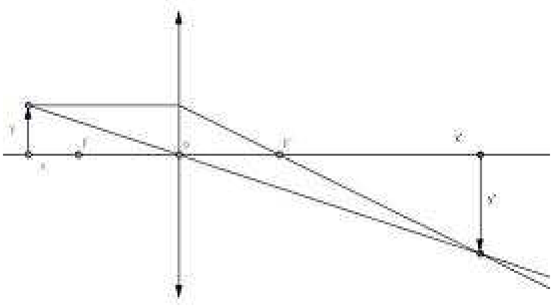
Φ = 200.10^{-6} .A_o – 200.10^{-6} .0’1 .v. t , pero Φ = 12.10^{-6} – 0’2.10^{-6}. t → 200.10^{-6} .0’1 .v = 0’2.10^{-6}

→ v = 0’2 / 20 = 0’01 m/s

Pregunta 4.- Un objeto está situado 3 cm a la izquierda de una lente convergente de 2 cm de distancia focal.

a) Realice el diagrama de rayos correspondiente.

b) Determine la distancia de la imagen a la lente y el aumento lateral.



$1/x' - 1/x = 1/f' \rightarrow 1/x' - 1/(-3) = 1/2$

$1/x' = 1/2 - 1/3 = 1/6 \rightarrow x' = 6$ cm

$A = y'/y = -x'/x = -6/3 = -2$

Pregunta 5.- Después de 191,11 años el contenido en ^{226}Ra de una determinada muestra es un 92 % del inicial.

a) Determine el periodo de semidesintegración de este isótopo.

b) ¿Cuántos núcleos de ^{226}Ra quedarán, transcurridos 200 años desde el instante inicial, si la masa inicial de ^{226}Ra en la muestra era de 40 µg?

Datos: Masa atómica del ^{226}Ra*, M = 226* u*; Número de Avogadro,* $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}.

$N = N_o \cdot e^{-\lambda.t} \rightarrow 92 = 100 \cdot e^{-\lambda.191'11} \rightarrow -\lambda.191'11 = \ln 0'92 = -0'0834 \rightarrow \lambda = 4'36.10^{-4}$ años^{-1}

$T_{1/2} = \ln 2 / \lambda = 1589$ años

$N_{moles} = m\,(g) / M_{atómica} = 40.10^{-6} / 226 = 1'77.10^{-7}$ moles $\rightarrow N = 1'77.10^{-7} \cdot 602.10^{23} = 1'07.10^{17}$ átomos

$N = N_o \cdot e^{-\lambda.t} = 1'07.10^{17} \cdot e^{-0'000436.200} = 9'8.10^{16}$ núcleos finales.

P.A.U. FÍSICA MADRID SEPTIEMBRE 2016 OPCIÓN B

Pregunta 1.- Una estrella gira alrededor de un objeto estelar con un periodo de 28 días terrestres siguiendo una órbita circular de radio $0{,}45\cdot 10^8$ km.
a) Determine la masa del objeto estelar.
b) Si el diámetro del objeto estelar es 200 km, ¿cuál será el valor de la gravedad en su superficie?
Dato: Constante de Gravitación Universal, $G = 6{,}67\cdot 10^{-11}$ N m2 kg $^{-2}$.

$$v_{orbital} = 2.\pi.r / T = 2.\pi.\ 0'45.10^{11} / (28.24.3600) = 1'17.10^5 \text{ m/s}$$

$$F_c = F_a \quad \rightarrow \quad m.\frac{v^2}{r} = G.\frac{M.m}{r^2} \quad \rightarrow \quad M = \frac{v^2.r}{G} = \frac{(1'17.10^5)^2.0'45.10^{11}}{6'67.10^{-11}} = 9'2.10^{30}\,kg$$

$$g_o = G.\frac{M}{R^2} = 6'67.10^{-11}.\frac{9'2.10^{30}}{(100.10^3)^2} = 6'1.10^{10}\,m.s^{-2}$$

Pregunta 2.- Una onda armónica transversal se desplaza en el sentido positivo del eje X con una velocidad de 5 m s^{-1} y con una frecuencia angular de $\pi/3$ rad s^{-1}. Si en el instante inicial la elongación en el origen de coordenadas es $3/\pi$ cm y la velocidad de oscilación es -1 cm s^{-1}, determine:
a) La función de onda.
b) La velocidad de oscilación en el instante inicial a una distancia del origen igual a media longitud de onda.

y = A . sen (w.t – k.x + Φ) → v = A. w . cos (w.t – k.x + Φ)

v_{onda} = λ / T = w / k → k = w / v = (π/3) / 5 = π /15 rad/m → λ = 2π/k = 2π/(π /15) = 30 m

Para t = 0 y x = 0 A = 3/π cm → 3/π = A . sen (π.0 /3 – π.0/15 + Φ) = A. sen Φ
Para t = 0 y x = 0 v = - 1 cm.s^{-1} → - 1 = A .(π/3). cos (π.0 /3 – π.0/15 + Φ) = A.(π/3). cos Φ
dividiendo ambas expresiones:
– 3/π = 3 . tg Φ / π → tg Φ = - 1 → Φ = 135º (seno >0 y coseno <0) = 3. π /4 rad

A = (3/π) / sen Φ = 3.√2 / π = 1’35 cm

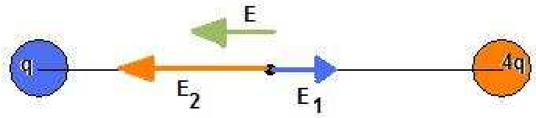
y = 1’35 . sen (π.t /3 – π.x/15 + 3π /4) en cm

Para t=0 y x=15 m → v = 1’35. (π/3) . cos (π.0 /3 – π.15/15 + 3π /4) = (3.√2 / π). (π/3) .(1/√2) =1 cm/s

Pregunta 3.- Dos esferas pequeñas tienen carga positiva. Cuando se encuentran separadas una distancia de 10 cm, existe una fuerza repulsiva entre ellas de 0,20 N. Calcule la carga de cada esfera y el campo eléctrico creado en el punto medio del segmento que las une si:
a) Las cargas son iguales y positivas.
b) Una esfera tiene cuatro veces más carga que la otra.
Dato: Constante de la Ley de Coulomb, $K = 9\cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}.

a) $F = k.\ q_1 .\ q_2 / r^2$ → $0'20 = 9.10^9 .\ q .\ q / 0'1^2$ → $q^2 = 2'22.10^{-13}$ → $q = 4'71.10^{-7}$ C
$E = k.q / r^2$,, al ser las cargas iguales y la distancia, 5 cm, la misma, los campos son iguales y opuestos; el campo total, suma vectorial, será nulo.

b) $F = k . q_1 . q_2 / r^2 \rightarrow$ $0'20 = 9.10^9 . q_1 . 4.q_1 / 0'1^2 \rightarrow q_1^2 = 5'56.10^{-14} \rightarrow$
$q_1 = 2'36.10^{-7}$ C y $q_2 = 9'43.10^{-7}$ C



$E_1 = k.q_1 / r^2$,, $E_2 = k.q_2 / r^2 = k.4.q_1 / r^2 = 4.E_1$,,

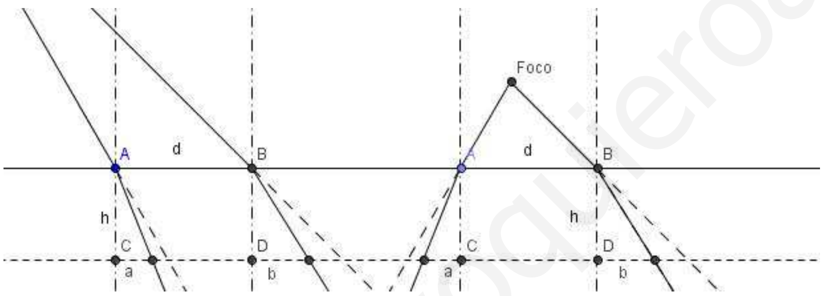
$\boldsymbol{E_{total} = E_1 + E_2}$ $\rightarrow$ $E_{total} = E_2 - E_1 = 4.E_1 - E_1 = 3.E_1 = 3 . 9.10^9 . 2'36.10^{-7} / 0'1^2 = 6'37.10^5$ N/C

Pregunta 4.- Dos rayos que parten del mismo punto inciden sobre la superficie de un lago con ángulos de incidencia de 30º y 45º, respectivamente.
a) Determine los ángulos de refracción de los rayos sabiendo que el índice de refracción del agua es 1,33.
b) Si la distancia entre los puntos de incidencia de los rayos sobre la superficie del lago es de 3 m, determine la separación entre los rayos a 2 m de profundidad.
Dato: Índice de refracción del aire, $n_{aire} = 1$.

$n_i . \text{sen } i = n_r . \text{sen } r$

1. sen 30 = 1'33 . sen r $\rightarrow$ r = 22'1º
1. sen 45 = 1'33 . sen r $\rightarrow$ r = 32'1º

El apartado b es ambiguo, hay dos posibilidades:



a = 2 . tg 22'1º = 0'81
b = 2 . tg 32'1º = 1'25

La separación a 2 m de profundidad será:

3 – a + b = 3'44 m

ó

3 + a + b = 5'06 m

Pregunta 5.- Luz ultravioleta de 220 nm de longitud de onda incide sobre una placa metálica produciendo la emisión de electrones. Si el potencial de frenado es de 1,5 V, determine:
a) La energía de los fotones incidentes y la energía cinética máxima de los electrones emitidos.
b) La función de trabajo del metal.
Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6·10^{-19}$ C; Constante de Planck, $h = 6,63·10^{-34}$ J s; Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3·10^8$ m s^{-1}.

$$E_{foton} = W_{extraccion} + E_{cinetica}$$

$F = c / \lambda = 3.10^8 / 220.10^{-9} = 1'364.10^{15}$ Hz $\rightarrow$
$E_{foton} = h . F = 6'63.10^{-34} . 1'364.10^{15} = 9'04.10^{-19}$ J
$W_{extraccion} = q . V = 1'6.10^{-19} . 1'5 = 2'4.10^{-19}$ J
$E_{cinetica} = 9'04.10^{-19}$ J - $2'4.10^{-19}$ J $= 6'64.10^{-19}$ J