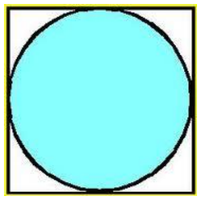
1.- Escribe la **fracción irreducible** (representante canónico), la **expresión decimal** y el **tipo de número decimal**, de los números racionales del cuadro siguiente:

número racional	$\frac{56}{72}$	$-\frac{55}{30}$	$-\frac{39}{24}$	$\frac{50}{32}$	$\frac{32}{12}$	$-\frac{91}{35}$	$\frac{46}{24}$	$-\frac{81}{27}$
fracción irreducible								
expresión decimal								
tipo de nº decimal								

2.- Expresa en forma de **fracción irreducible** los siguientes números decimales:

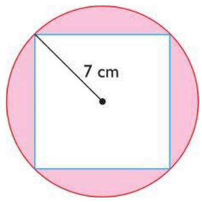
8,333...   54,125   4,1222...   683,5   0,00001   2,353535...   6,25111...   123,25

3.- En la figura aparece un círculo inscrito en un cuadrado. Si el cuadrado tiene 5,4 cm de lado, se pide definir a qué tipo de números decimales corresponde:



a) El perímetro del cuadrado.
b) El área del cuadrado.
c) La longitud de la circunferencia.
d) El área del círculo.

4.- En la figura aparece un cuadrado inscrito en un círculo de 7 cm de radio. Define qué tipo de números racionales son los números siguientes:



a) La diagonal del cuadrado.
b) El lado del cuadrado.
c) El área del cuadrado.

5.- Expresa cada uno de los términos de las siguientes expresiones mediante sus fracciones irreducibles y opéralas a continuación:

(1) $3{,}2+\left(\frac{7}{5}-1{,}\widehat{3}\right)$ **(2)** $2{,}1\widehat{3}\cdot 0{,}5\cdot\frac{3}{13}$ **(3)** $\left(2{,}\widehat{5}-\frac{8}{3}\right):1{,}\widehat{1}$

(4) $\left(2{,}4\widehat{5}+3{,}2-4{,}10\widehat{2}\right):\frac{4}{5}$ **(5)** $2+\left(\frac{5}{2}-3\right)-\left[0{,}7-\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{4}\right)\right]$

6.- Calcular las aproximaciones por defecto, por exceso y el redondeo del número racional $\frac{17}{8}$ en el orden de aproximación de las centésimas.

7.- Aproximar a las centésimas, tanto por exceso como por defecto, el número racional $\frac{33}{8}$. Calcular también, en cada uno de los casos, el error absoluto, el error relativo y el porcentual, que se ha cometido. ¿Cuál de las dos aproximaciones es más precisa?

8.- Estudiar si las siguientes aproximaciones se han hecho por exceso o por defecto. Indica también, si estas aproximaciones corresponden al redondeo:

- aproximación a las milésimas de: $\sqrt{18} \Rightarrow 4'242$
- aproximación a las diezmilésimas de: $\pi \Rightarrow 3'1416$
- aproximación a las décimas de: $\sqrt{5} \Rightarrow 2'3$
- aproximación a las centésimas de: $2'718 \Rightarrow 2'71$

9.- Un cuadrado tiene $29\ \mathrm{cm}^2$ de área, se pide calcular:

a) El valor exacto de su lado y un redondeo a las centésimas.
b) El valor exacto de su perímetro y un redondeo a las milésimas.
c) El valor exacto de su diagonal y un redondeo a las décimas.

1.- Escribe la **fracción irreducible** (representante canónico), la **expresión decimal** y el **tipo de número decimal**, de los números racionales del cuadro siguiente:

número racional	$\frac{56}{72}$	$-\frac{55}{30}$	$-\frac{39}{24}$	$\frac{50}{32}$	$\frac{32}{12}$	$-\frac{91}{35}$	$\frac{46}{24}$	$-\frac{81}{27}$
fracción irreducible	$\frac{7}{9}$	$-\frac{11}{6}$	$-\frac{13}{8}$	$\frac{25}{16}$	$\frac{8}{3}$	$-\frac{13}{5}$	$\frac{23}{12}$	$-\frac{3}{1}=-3$
expresión decimal	$0,\widehat{7}$	$-1,8\widehat{3}$	$-1,625$	$1,5625$	$2,\widehat{6}$	$-2,6$	$1,91\widehat{6}$	---
tipo de nº decimal	Periódico puro	Periódico mixto	Exacto	Exacto	Periódico puro	Exacto	Periódico mixto	No es decimal

2.- Expresa en forma de **fracción irreducible** los siguientes números decimales:

8,333... 54,125 4,1222... 683,5 0,00001 2,353535... 6,25111... 123,25

$a = 8,333... = 8,\widehat{3}$

Decimal periódico puro

$$\begin{array}{r} 10a = 83,\widehat{3} \\ -a = 8,\widehat{3} \\ \hline 9a = 75 \end{array}$$

$$a = \frac{75}{9} = \frac{25}{3}$$

$b = 54,125$

Decimal exacto

$$1000b = 54125$$

$$b = \frac{54125}{1000} = \frac{10825}{200} = \frac{2165}{40} = \frac{433}{8}$$

$c = 4,1222... = 4,1\widehat{2}$

Decimal periódico mixto

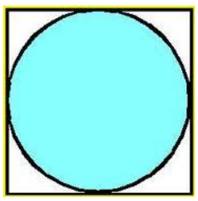
$$\begin{array}{r} 100c = 412,\widehat{2} \\ -10c = 41,\widehat{2} \\ \hline 90c = 371 \end{array}$$

$$c = \frac{371}{90}$$

Procediendo de la misma forma con el resto de números decimales, llegamos a las siguientes fracciones irreducibles:

$683,5 = \frac{1367}{2}$; $0,00001 = \frac{1}{100000}$; $2,353535... = \frac{233}{99}$; $6,25111... = \frac{2813}{450}$; $123,25 = \frac{493}{4}$

3.- En la figura aparece un círculo inscrito en un cuadrado. Si el cuadrado tiene 5,4 cm de lado, se pide definir a qué tipo de números decimales corresponde:



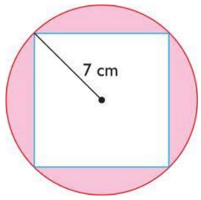
a) El perímetro del cuadrado.
   $P = 4 \cdot L = 21,6 \text{ cm} \rightarrow$ Decimal exacto

b) El área del cuadrado.
   $A = L^2 = 29,16 \text{ cm}^2 \rightarrow$ Decimal exacto

c) La longitud de la circunferencia.
   $L = 2\pi r = 2\pi \frac{L}{2} = 2\pi \cdot 2,7 = 16,96 \text{ cm} \rightarrow$ Irracional (decimal con infinitas cifras decimales no periódicas)

d) El área del círculo.
   $A = \pi r^2 = \pi \cdot (2,7 \text{ cm})^2 = 22,89 \text{ cm}^2 \rightarrow$ Irracional (decimal con infinitas cifras decimales no periódicas)

4.- En la figura aparece un cuadrado inscrito en un círculo de 7 cm de radio. Define qué tipo de números racionales son los números siguientes:



a) La diagonal del cuadrado.
$d = 2 \cdot 7 = 14 \text{ cm} \rightarrow$ Número natural

b) El lado del cuadrado.
Para calcular el lado del cuadrado aplicamos el teorema de Pitágoras. Dividimos el cuadrado en dos triángulos rectángulos de lado x e hipotenusa igual a 14 cm:
$x^2 + x^2 = 14^2 \rightarrow 2x^2 = 196 \rightarrow x^2 = 98 \rightarrow x = \sqrt{98} \text{ cm} = 9{,}89949... \text{ cm}$
Número irracional (decimal con infinitas cifras no periódicas)

c) El área del cuadrado.
$A = x^2 = \left(\sqrt{98}\right)^2 = 98 \text{ cm}^2 \rightarrow$ Número natural

5.- Expresa cada uno de los términos de las siguientes expresiones mediante sus fracciones irreducibles y opéralas a continuación:

(1) $3{,}2 + \left(\frac{7}{5} - 1{,}\widehat{3}\right)$ **(2)** $2{,}1\widehat{3} \cdot 0{,}5 \cdot \frac{3}{13}$ **(3)** $\left(2{,}\widehat{5} - \frac{8}{3}\right) : 1{,}\widehat{1}$

(4) $\left(2{,}4\widehat{5} + 3{,}2 - 4{,}10\widehat{2}\right) : \frac{4}{5}$ **(5)** $2 + \left(\frac{5}{2} - 3\right) - \left[0{,}7 - \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{4}\right)\right]$

(1) $3{,}2 + \left(\frac{7}{5} - 1{,}\widehat{3}\right) = \frac{16}{5} + \left(\frac{7}{5} - \frac{4}{3}\right) = \frac{16}{5} + \left(\frac{21}{15} - \frac{20}{15}\right) = \frac{16}{5} + \frac{1}{15} = \frac{48}{15} + \frac{1}{15} = \frac{49}{15}$

(2) $2{,}1\widehat{3} \cdot 0{,}5 \cdot \frac{3}{13} = \frac{32}{15} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{13} = \frac{96}{390} = \frac{48}{195} = \frac{16}{65}$

(3) $\left(2{,}\widehat{5} - \frac{8}{3}\right) : 1{,}\widehat{1} = \left(\frac{23}{9} - \frac{8}{3}\right) : \frac{10}{9} = \left(\frac{23}{9} - \frac{24}{9}\right) : \frac{10}{9} = \left(-\frac{1}{9}\right) : \frac{10}{9} = \left(-\frac{1}{9}\right) \cdot \frac{9}{10} = -\frac{9}{90} = -\frac{1}{10}$

(4) $\left(2{,}4\widehat{5} + 3{,}2 - 4{,}10\widehat{2}\right) : \frac{4}{5} = \left(\frac{221}{90} + \frac{16}{5} - \frac{993}{225}\right) : \frac{4}{5} = \left(\frac{1105}{450} + \frac{1440}{450} - \frac{1846}{450}\right) : \frac{4}{5} = \frac{699}{450} : \frac{4}{5} = \frac{233}{150} : \frac{4}{5} =$
$= \frac{233}{150} \cdot \frac{5}{4} = \frac{1165}{600} = \frac{233}{120}$

(5) $2 + \left(\frac{5}{2} - 3\right) - \left[0{,}7 - \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{4}\right)\right] = 2 + \left(\frac{5}{2} - \frac{6}{2}\right) - \left[\frac{7}{10} - \left(\frac{8}{20} + \frac{5}{20}\right)\right] = 2 - \frac{1}{2} - \left[\frac{7}{10} - \frac{13}{20}\right] = 2 - \frac{1}{2} - \left[\frac{14}{20} - \frac{13}{20}\right] =$
$= 2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{20} = \frac{40 - 10 - 1}{20} = \frac{29}{20}$

6.- Calcular las aproximaciones por defecto, por exceso y el redondeo del número racional $\frac{17}{8}$ en el orden de aproximación de las centésimas.

$$\frac{17}{8}=2{,}125$$

Por defecto: 2,12
Por exceso: 2,13
Redondeo: 2,13

7.- Aproximar a las centésimas, tanto por exceso como por defecto, el número racional $\frac{33}{8}$. Calcular también, en cada uno de los casos, el error absoluto, el error relativo y el porcentual, que se ha cometido. ¿Cuál de las dos aproximaciones es más precisa?

$$\frac{33}{8}=4{,}125$$

Por defecto: 4,12
Por exceso: 4,13

Calculamos a continuación los errores para cada una de las aproximaciones.

Aproximación por defecto

$$E_a=|x-a|=|4{,}125-4{,}12|=0{,}005=5\cdot 10^{-3}$$

$$E_r=\frac{E_a}{|x|}=\frac{5\cdot 10^{-3}}{4{,}125}=1{,}2\cdot 10^{-3}$$

$$\%=E_r\cdot 100=0{,}12\%$$

Aproximación por exceso

$$E_a=|x-a|=|4{,}125-4{,}13|=0{,}005=5\cdot 10^{-3}$$

$$E_r=\frac{E_a}{|x|}=\frac{5\cdot 10^{-3}}{4{,}125}=1{,}2\cdot 10^{-3}$$

$$\%=E_r\cdot 100=0{,}12\%$$

Ambas aproximaciones son igual de precisas

8.- Estudiar si las siguientes aproximaciones se han hecho por exceso o por defecto. Indica también, si estas aproximaciones corresponden al redondeo:

- aproximación a las milésimas de: $\sqrt{18} \Rightarrow 4'242$
  $\Rightarrow$ Aproximación **por defecto**. No corresponde al redondeo.
  $\sqrt{18}=4{,}2426406\ldots \xrightarrow{redondeo} 4{,}243$

- aproximación a las diezmilésimas de: $\pi \Rightarrow 3'1416$
  $\Rightarrow$ Aproximación **por exceso**. Sí corresponde al redondeo.
  $\pi=3{,}141592\ldots \xrightarrow{redondeo} 3{,}1416$

- aproximación a las décimas de: $\sqrt{5} \Rightarrow 2'3$
  $\Rightarrow$ Aproximación **por exceso**. No corresponde al redondeo.
  $\sqrt{5}=2{,}2360679\ldots \xrightarrow{redondeo} 2{,}2$

- aproximación a las centésimas de: $2'718 \Rightarrow 2'71$
  $\Rightarrow$ Aproximación **por defecto**. No corresponde al redondeo.
  $2{,}718 \xrightarrow{redondeo} 2{,}72$

9.- Un cuadrado tiene $29\ \mathrm{cm}^2$ de área, se pide calcular:

a) El valor exacto de su lado y un redondeo a las centésimas.

$A = L^2 \rightarrow L = \sqrt{A} = \sqrt{29}\ cm = 5{,}385164...\ cm \approx 5{,}39\ cm$

Nota: para dar el valor exacto de un número irracional hay que dejar indicada la raíz.

b) El valor exacto de su perímetro y un redondeo a las milésimas.

$P = 4L \rightarrow P = 4\sqrt{29}\ cm = 21{,}540659...\ cm \approx 21{,}541\ cm$

c) El valor exacto de su diagonal y un redondeo a las décimas.

$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow d^2 = L^2 + L^2 \rightarrow d^2 = 2L^2 \rightarrow d = \sqrt{2L^2} = \sqrt{2 \cdot 29} = \sqrt{58}\ cm$

$d = \sqrt{58}\ cm = 7{,}615773...\ cm \approx 7{,}6\ cm$