

# 1.- CONCEPTO DE FUNCIÓN

## Definición de función

Una función es una forma de hacerle corresponder a un número cualquiera "x" otro número "y".

Lo que vale la "y" depende de lo que vale la "x".

La "y" se llama variable dependiente y la "x" variable independiente.

## Ejemplos de formas de expresar una función

### Con una fórmula

La fórmula  $y = 3x + 7$  representa una función, pues a un valor determinado de "x" le corresponde un sólo valor de "y".

Por ejemplo, para  $x = 4 \rightarrow y = 3 \cdot 4 + 7 = 19$ .

Se dice que 4 es el original y 19 es la imagen de 4.

### Con un enunciado

En una tienda el jamón está a 9 €/kg. El precio que tengo que pagar depende de la cantidad de kilogramos que compre.

En este ejemplo, "x" es la cantidad de kg que compramos e "y" es el precio que pagamos.

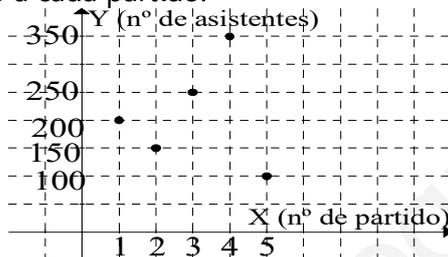
### Con una tabla

Tras nacer un bebé se han anotado sus pesos hasta el tercer mes en una tabla dando los siguientes resultados:

x = tiempo (meses)	0	1	2	3
y = peso (kg)	3,75	4,25	5,60	6,40

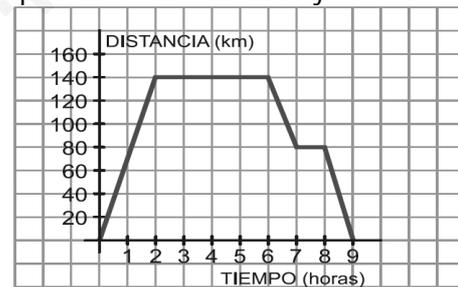
### Con una gráfica

En un pueblo se juegan 5 partidos de fútbol. La siguiente gráfica representa la asistencia de público a cada partido.



La "x" toma valores aislados y por eso la gráfica está formada sólo por puntos aislados.

La siguiente gráfica corresponde a la distancia recorrida por un coche en un viaje



En este ejemplo, "x" es el tiempo e "y" es la distancia. La "x" puede tomar cualquier valor

**Ejercicio 1** Un médico dispone de una hora diaria para consulta. El tiempo que podría dedicar, por término medio, a cada enfermo depende del número que acudan según la siguiente tabla:

Nº de enfermos	1	2	3	4	5
Tiempo (minutos)	60	30	20	15	12

- a) Representa los datos de la tabla graduando convenientemente los ejes de coordenadas.  
b) ¿Tiene sentido unir los puntos de la gráfica? ¿Por qué?

**Ejercicio 2** Dibuja una gráfica tiempo-temperatura que se ajuste al siguiente enunciado: Pedro saca hielo del congelador a  $-6^\circ\text{C}$ . En 20 minutos, su temperatura alcanza los  $0^\circ\text{C}$ . Esta temperatura se mantiene durante 10 minutos. Después tarda media hora hasta llegar a  $12^\circ\text{C}$ .

### Domino de definición de una función

El dominio de definición de una función  $f$  es el conjunto de todos los valores que puede tomar la variable "x".

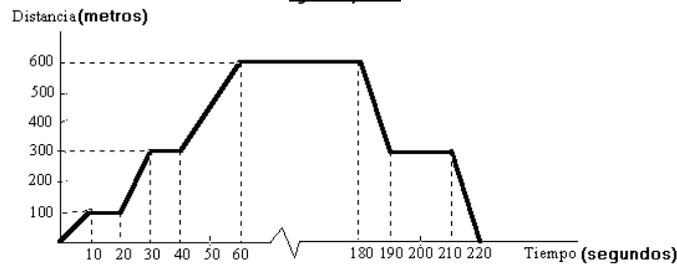
Se representa por **D(f)**.

### Recorrido o imagen de una función

El recorrido o imagen de una función  $f$  es el conjunto de todos los valores que puede tomar la variable "y".

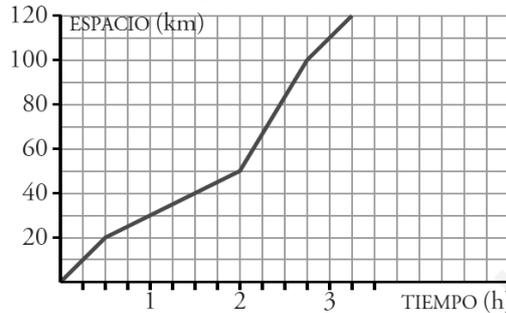
Se representa por **Rec(f)** ó también por **Im(f)**.

Ejemplo:



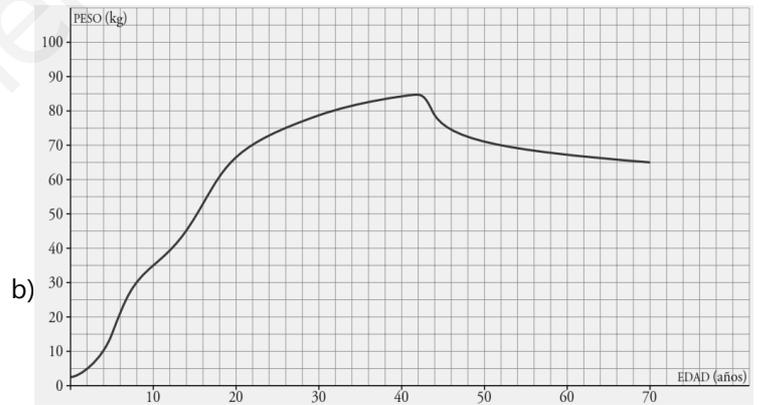
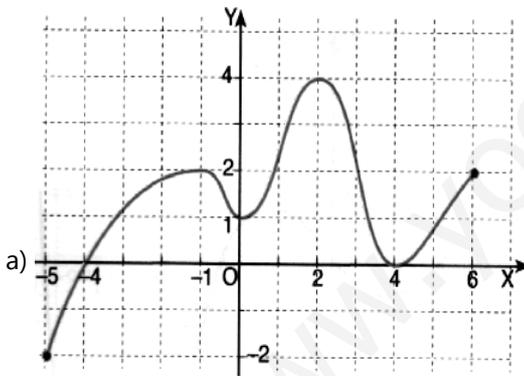
Si llamamos  $f$  a esta función:  $D(f) = [0, 220]$ ,  $Rec(f) = [0, 600]$

**Ejercicio 3** Esta es la gráfica del espacio recorrido por un corredor en una etapa de carrera ciclista:



- a) ¿Qué escala se utiliza en cada eje?
- b) ¿Cuántos kilómetros tiene la etapa?
- c) ¿Cuánto tiempo tardó en recorrer la etapa?
- d) ¿Qué distancia había recorrido a las 2 horas de empezar?
- e) ¿Cuánto tiempo tardó en recorrer los 100 primeros kilómetros?
- f) Calcula la velocidad que llevaba el ciclista durante la primera media hora.
- g) ¿Cuál fue la velocidad media en la etapa?
- h) Indica cuál es el dominio y el recorrido.

**Ejercicio 4** Calcula el dominio y el recorrido de las siguientes funciones:



**Tarea:**

1 Esta tabla representa la temperatura de una taza de café durante los 30 minutos que tarda en enfriarse:

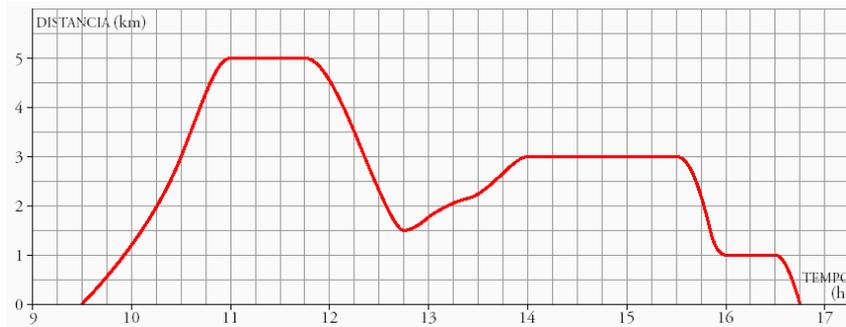
Tiempo (minutos)	0	5	10	15	20	25	30
Temperatura (°C)	90	79	70	62	55	49	44

- a) Representa los datos usando los ejes de coordenadas y eligiendo la escala adecuada en cada eje.
- b) ¿Tendría sentido unir los puntos? Si es así, únelos.

2 Un científico estuvo observando la temperatura del líquido contenido en un recipiente: "Al principio la temperatura era de 10 °C, al cabo de 20 minutos ya era de 40 °C y se mantuvo constante durante 10 minutos; después, en 30 minutos, bajó hasta los 5 °C bajo cero".

Representa la gráfica tiempo-temperatura graduando los ejes convenientemente.

3 La gráfica siguiente nos muestra la distancia de una persona a su casa cuando da un paseo.

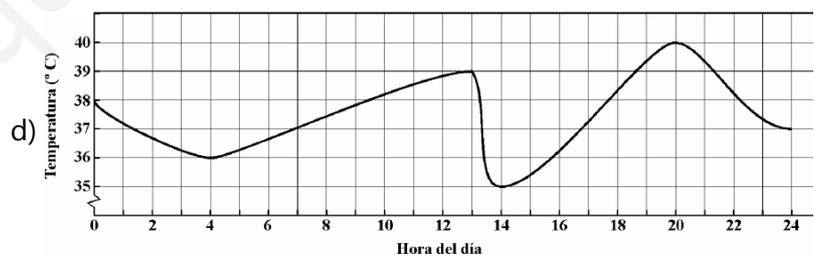
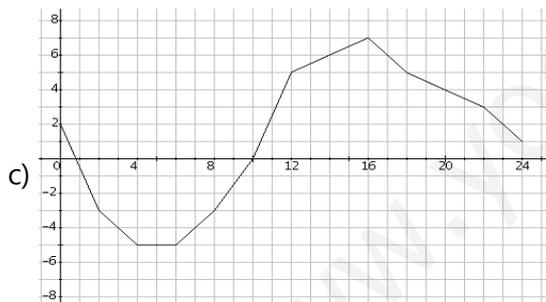
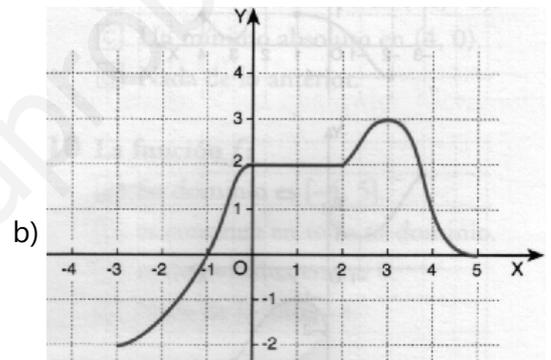
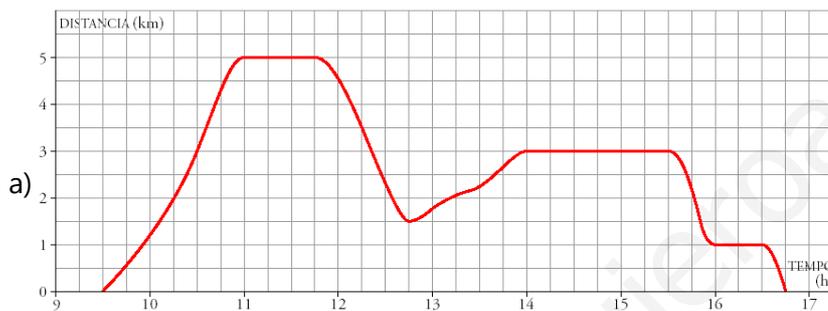


- a) ¿Qué distancia total recorrió?      b) ¿Cuánto tiempo tardó?      c) ¿Cuánto tiempo descansó?  
 d) ¿A qué hora llegó a casa?      e) Indica el dominio y recorrido de la función.

4 Un ciclista sale de excursión a un lugar que dista 20 km de su casa. A los 15 minutos de la salida, cuando se encuentra a 6 km, hace una parada de 10 minutos. Reanuda la marcha y llega a su destino una hora después de haber salido de casa.

- a) Representa la gráfica tiempo-distancia.      b) Calcula la velocidad media en los primeros 15 minutos.  
 c) Halla la velocidad media en los 20 km.      d) Calcula el dominio y el recorrido de la función.

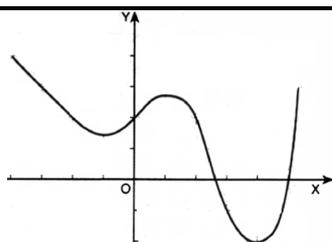
5 Calcula el dominio y el recorrido de las siguientes funciones (suponemos los extremos de la gráfica incluidos en la misma):



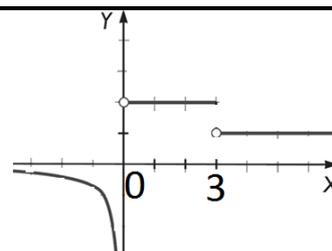
## 2.- CARACTERÍSTICAS DE UNA FUNCIÓN

### Funciones continuas y discontinuas

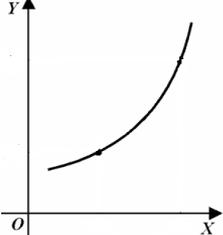
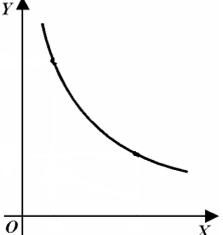
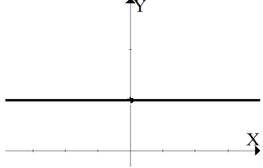
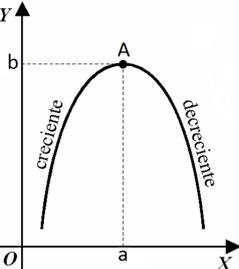
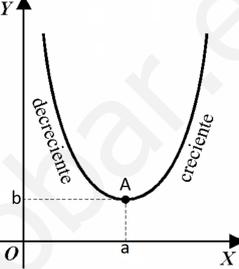
Una función es continua cuando su gráfica no tiene "roturas" y, por tanto, se puede dibujar de un solo trazo.



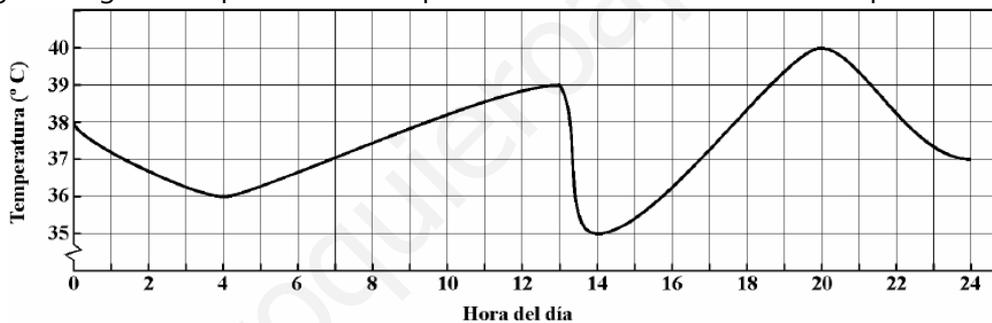
Esta gráfica corresponde a una función continua



Esta gráfica corresponde a una función discontinua.  
 Los puntos de discontinuidad son  $x = 0$ ,  $x = 3$

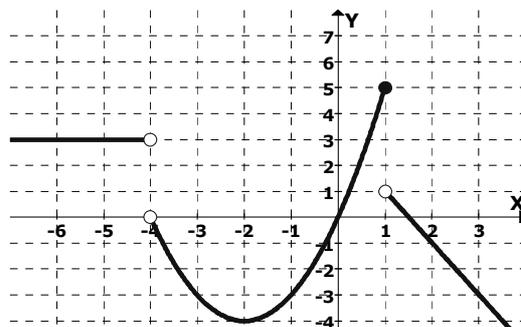
<p><b>Funciones crecientes</b> Una función es creciente si su gráfica es ascendente.</p> 	<p><b>Funciones decrecientes</b> Una función es decreciente si su gráfica es descendente.</p> 	<p><b>Funciones constantes</b> Son las funciones que no son crecientes ni decrecientes. La gráfica es una línea recta horizontal.</p> 
<p><b>Máximo de una función</b> Una función continua tiene un máximo en el punto <math>A(a, b)</math> si en dicho punto la gráfica pasa de creciente a decreciente.</p>  <p>A es un máximo de la función</p>	<p><b>Mínimo de una función</b> Una función continua tiene un mínimo en el punto <math>A(a, b)</math> si en dicho punto la gráfica pasa de decreciente a creciente.</p>  <p>A es un mínimo de la función</p>	

**Ejercicio 5** La siguiente gráfica representa la temperatura de un enfermo de un hospital a lo largo de un día:



(Suponemos los extremos de la gráfica incluidos en la misma)

- ¿Cuál es el dominio y recorrido de la función?
- ¿En qué intervalo de tiempo la temperatura fue menor de 36 °C?
- ¿Para qué valores de  $x$  la función alcanza valores máximos?
- ¿Para qué valores de  $x$  la función alcanza valores mínimos?
- ¿En qué intervalos de tiempo la función es creciente?



**Ejercicio 6** Si  $f$  es la función dada por la gráfica

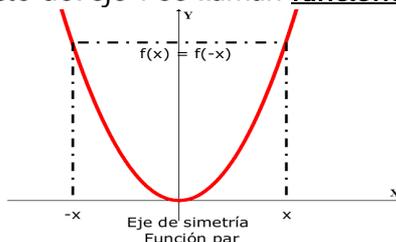
, determina:

- $f(2)$
- $f(1)$
- $f(-4)$
- Los números que tienen imagen igual a  $-3$ ?
- $D(f)$ .
- $\text{Rec}(f)$ .
- Los puntos de discontinuidad.
- Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento.
- Los máximos ó mínimos.
- El intervalo del eje  $X$  para el que la función es constante.

## Simetría de una función

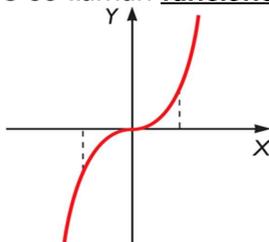
Una función es simétrica respecto de un eje vertical si al doblar la gráfica por dicho eje coincide la parte que hay a la derecha del eje con la de la izquierda.

Las funciones simétricas respecto del eje Y se llaman **funciones pares** y cumplen  $f(-x) = f(x)$



Una función es simétrica respecto del origen de coordenadas  $O(0, 0)$  si al doblar la gráfica por el eje X se obtiene una gráfica simétrica respecto del eje Y.

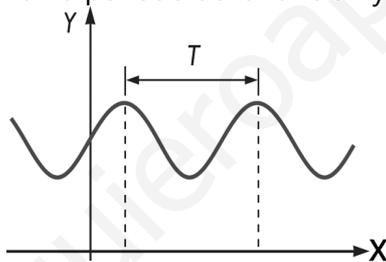
Las funciones simétricas respecto del origen O se llaman **funciones impares** y cumplen  $f(-x) = -f(x)$



## Periodicidad de una función

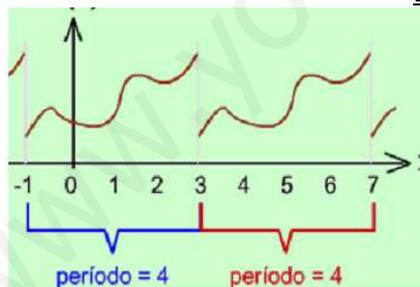
Una función es periódica si su gráfica se va repitiendo cada cierto intervalo del eje X.

La longitud del intervalo se llama periodo de la función y se representa con la letra T.

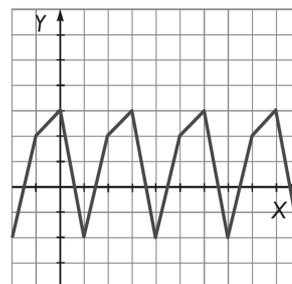


Función periódica de periodo T.

### Ejemplos:



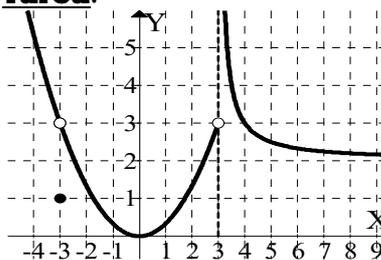
Función periódica de periodo  $T = 4$ .



Función periódica de periodo  $T = 3$ .

## Tarea:

6 Para la función f dada por la siguiente gráfica:



a) Indica en qué intervalo la función es creciente.

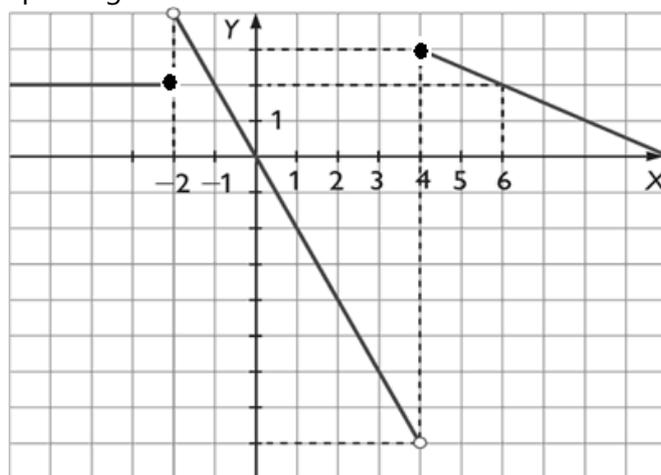
b) Halla  $D(f)$  y  $Rec(f)$ .

c) Calcula  $f(-3)$ .

d) ¿Qué número tiene imagen igual a 3?

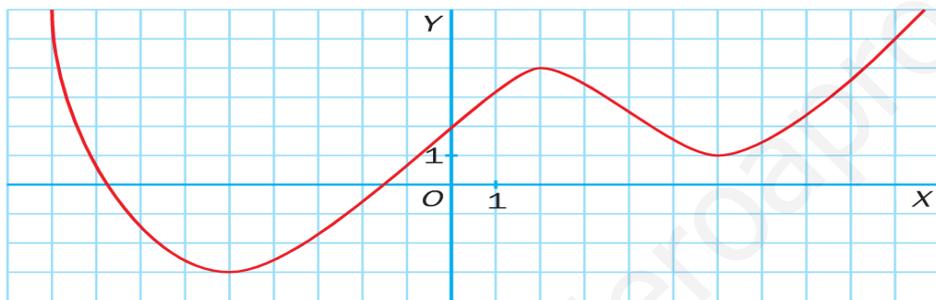
e) Indica los valores de x para los que se produce la discontinuidad de f.

7 Considera la función  $f$  dada por la gráfica:



- a) Indica en qué intervalo la función es constante.      b) Halla  $D(f)$  y  $Rec(f)$ .      c) Calcula  $f(4)$ .  
 d) ¿Qué número tiene imagen igual a  $-2$ ?  
 e) Indica los valores de  $x$  para los que se produce la discontinuidad de  $f$ .

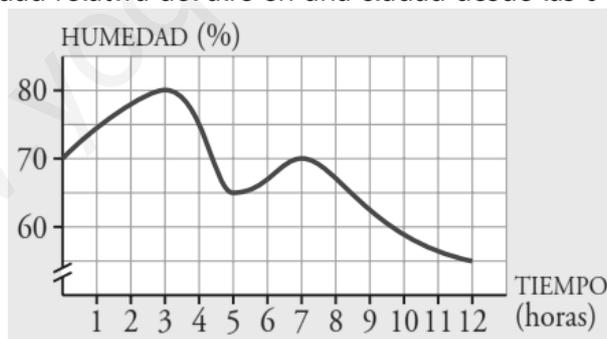
8 Indica dónde crece o decrece la siguiente función y la posición de sus máximos y mínimos.



Para la función  $f$  anterior indica:

- a) El punto de corte con el eje de ordenadas.      b)  $f(1)$       c) Los números de imagen igual a 3.

9 Esta gráfica muestra la humedad relativa del aire en una ciudad desde las 0 h a las 12 h.



- a) ¿A qué horas la humedad es del 75%?      b) ¿Cuál es la humedad a las 12 h?  
 c) ¿En qué intervalos de tiempo crece la humedad?  
 d) Indica los máximos y el mínimo relativo de la función.      e) Halla el dominio y el recorrido.