

1. Calcular los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3+2x}{x-3}$  ; b)  $\lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{x^2 - 5x + 4}$  ; c)  $\lim_{x \rightarrow 0} (3 - \operatorname{sen} 2x)$  ; d)  $\lim_{x \rightarrow -1} e^{3x+3}$  ; e)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x^2 + 2x + 5}{x^2 - 6x - 7}$  ;

f)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 5x + 1}{x^3 + 2x^2 - 3x}$  ; g)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x^2 + 2x - 3}}{\sqrt[3]{x^3 + 3x^2}}$  ; h)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[4]{x^3 - x}}{\sqrt{x^2 + x - 2}}$  ; i)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^2 - 5x + 2}{x^2 + 2x} - \frac{x^3 + 2x + 1}{x^3 + x} \right)$  ;

j)  $\lim_{x \rightarrow 7} \left( \frac{x^2 - 7x + 4}{x - 3} \right)^{\frac{x+1}{x-7}}$  ; k)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 2x^2 + x}{x^3 + x^2 - x - 1}$  ; l)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} + x - 1}{x^2}$  ; m)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x (1 + \cos x)}{x \cos x}$  ;

n)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\operatorname{sen} x}$  ; ñ)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + \operatorname{sen} x)^{\frac{1}{x}}$  ; o)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( 1 - 2^{\frac{1}{x}} \right)^x$  ; p)  $\lim_{x \rightarrow 2} (3 - x)^{\frac{2}{x^2 - 4}}$  ;

q)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x^2 - 9} - 4}{x - 5}$  ; r)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{4x - 2}{3x} \right)^{2x-1}$  ; s)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln x)^{1-3x}$  ; t)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{\sqrt{2x-3} - 1}$  ; u)  $\lim_{x \rightarrow 4} \left( \frac{x+2}{6} \right)^{\frac{1}{x-4}}$  ;

v)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 1}{|x - 1|}$  ; w)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$  ; x)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos 3x)}{\ln(\cos 2x)}$  ; y)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{3}{x^2}}$  ; z)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{e}{e^x - e} - \frac{1}{x - 1} \right)$

2. Calcular los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{2x^2 - x - 1}{7 - x} \right)^{\frac{1}{x-2}}$  ; b)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 - 3x - 4}$  ; c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(e^x + x^3)}{x}$  ; d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x}{1 - \cos x}$  ; e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x}$  ;

f)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} x - x}{x - \operatorname{sen} x}$  ; g)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{\operatorname{sen} x}}{1 - \cos x}$  ; h)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos 3x)}{x^2}$  ; i)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{\sqrt[4]{x^3}}$  ; j)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 2x}{3x^2}$  ;

k)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{sen} x}{x \operatorname{sen} x}$  ; l)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{e^x - 1}$  ; m)  $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\operatorname{tg} x - 8}{\sec x + 10}$  ; n)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{2x^3 + x^2 - 3}{5x^3 - 2x^2} \right)^{1-x}$  ; ñ)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{2x-5}{2x+3} \right)^{\frac{x+1}{2}}$  ;

o)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{sen} x}{1 - \cos x}$  ; p)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{13 - x^2} - 3}{x - 2}$  ; q)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{(x-1)^2}$  ; r)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^{-x}$  ; s)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\operatorname{sen} x} \right)$  ;

t)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x \cos x - 1}{\operatorname{sen} x - x + 1 - \cos x}$  ; u)  $\lim_{x \rightarrow (\pi/2)^-} \cos x \ln(\operatorname{tg} x)$  ; v)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} \right)^{\operatorname{tg} x}$  ; w)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^2 + 1}{2x + 1} \right)^{\frac{1-x}{x}}$  ;

x)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{1}{\operatorname{sen} x} \right)^{\frac{1}{x}}$  ; y)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln \left( \frac{1+x}{x} \right)$  ; z)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \operatorname{sen} 2x)^{\operatorname{cotg} 3x}$

3. Calcular los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - 1}{\ln(\cos x^2 + x)}$  ; b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \operatorname{sen} x}$  ; c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{tg} x}{x^3}$  ; d)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x(e^{1/x} - 1)$  ; e)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x^2)^{\frac{1}{1 - \cos x}}$

4. Calcular el dominio de la función  $f(x) = x^{\frac{1}{\ln x - 1}}$ . Estudiar el comportamiento de  $f$  en  $0$ ,  $e$  y  $+\infty$ ; o dicho de otro modo, calcular los siguientes límites:  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow e} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

## Soluciones

1. a)  $-7$  ; b)  $2$  ; c)  $3$  ; d)  $1$  ; e)  $-\frac{9}{8}$  ; f)  $\frac{15}{28}$  ; g)  $0$  ; h) No existe si  $x \rightarrow 1^-$ ,  $+\infty$  si  $x \rightarrow 1^+$  ; i)  $-5$  ;  
 j)  $e^{12}$  ; k)  $\frac{1}{2}$  ; l)  $\frac{1}{2}$  ; m)  $2$  ; n)  $2$  ; ñ)  $e$  ; o)  $-\ln 2$  ; p)  $e^{-1/2}$  ; q)  $\frac{5}{4}$  ; r)  $+\infty$  ; s)  $0$  ; t)  $\frac{1}{4}$  ; u)  $e^{1/6}$  ;  
 v)  $+\infty$  ; w)  $1$  ; x)  $\frac{9}{4}$  ; y)  $e^{-6}$  ; z)  $-\frac{1}{2}$
2. a)  $e^{8/5}$  ; b)  $-\frac{3}{5}$  ; c)  $1$  ; d)  $-\infty$  si  $x \rightarrow 0^-$ ,  $+\infty$  si  $x \rightarrow 0^+$  ; e)  $\ln a - \ln b$  ; f)  $-2$  ; g)  $0$  ; h)  $-\frac{9}{2}$  ; i)  $0$  ;  
 j)  $\frac{4}{3}$  ; k)  $0$  ; l)  $0$  ; m)  $1$  ; n)  $+\infty$  ; ñ)  $e^{-2}$  ; o)  $2$  ; p)  $-\frac{2}{3}$  ; q)  $-\infty$  si  $x \rightarrow 1^-$ ,  $+\infty$  si  $x \rightarrow 1^+$  ; r)  $+\infty$  ;  
 s)  $0$  ; t)  $1$  ; u)  $0$  ; v)  $1$  ; w)  $e^{-2}$  ; x)  $+\infty$  ; y)  $1$  ; z)  $e^{-2/3}$
3. a)  $0$  ; b)  $2$  ; c)  $-\frac{1}{3}$  ; d)  $+\infty$  ; e)  $e^2$
4.  $\text{Dom } f = \mathbb{R}^+ - \{e\}$ .  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = e$ ,  $\lim_{x \rightarrow e^-} f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \rightarrow e^- \\ +\infty & \text{si } x \rightarrow e^+ \end{cases}$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = e$ .