EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD

**206-MATEMÁTICAS II.**

EBAU2020 - **JULIO**

**OBSERVACIONES IMPORTANTES:** Se debe responder a un máximo de 4 cuestiones y no es necesario hacerlo en el mismo orden en que están enunciadas. Cada cuestión tiene una puntuación de 2,5 puntos. Si se responde a más de 4 cuestiones, sólo se corregirán las 4 primeras, en el orden que haya respondido el estudiante. Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

**1:** Considere el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro ***a***:

$$\begin{cases} x+y-z=4 \\ x+a^2y-z=3-a \\ x-y+az=1 \end{cases}$$

a) **[1 p.]** Determine para qué valores de ***a*** el sistema tiene solución única. Si es posible, calcule dicha solución para ***a = 0.***

b) **[1 p.]** Determine para qué valor de ***a*** el sistema tiene infinitas soluciones y resuélvalo en ese caso.

c) **[0,5 p.]** Determine para qué valor de ***a*** el sistema no tiene solución.

**2:** Considere las matrices

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

a) **[1 p.]** Compruebe que las matrices $A$ y $B$ son regulares (o inversibles) y calcule sus matrices inversas.

b) **[1,5 p.]** Resuelva la ecuación matricial $AXB=A^t-3B$, donde $A^t$ denota la matriz traspuesta de $A$.

**3: [2,5 p.]** De entre todos los triángulos rectángulos cuya hipotenusa mide 4 metros, determine las dimensiones de aquel cuya área es máxima. ¿Cuál es el valor de dicha área máxima?

**4:** a) **[2 p.]** Calcule la siguiente integral indefinida $\int \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\,dx$.

b) **[0,5 p.]** Determine el área del recinto limitado por el eje **OX**, la gráfica de la función $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$ y la recta vertical $x=1$.

**5:** Se llama **mediana** de un triángulo a cada una de las rectas que pasan por un vértice del triángulo y por el punto medio del lado opuesto a dicho vértice. .

a) **[1,5 p.]** Calcule las ecuaciones de las tres medianas del triángulo de vértices $A(-1,2,3)$, $B(3,-4,1)$ y $C(1,-4,5)$.

b) **[1 p.]** Compruebe que las tres medianas se cortan en un punto y calcule las coordenadas de dicho punto.

**6:** Considere la recta $r$ y el plano π dados por las siguientes ecuaciones:

$$r:\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-1}{0} \qquad \pi: x-2y-z=4$$

a) **[1 p.]** Estudie la posición relativa de la recta y el plano.

b) **[0,5 p.]** En caso de que la recta corte al plano, calcule el punto de corte y el ángulo que forman. En caso contrario, calcule la distancia entre la recta y el plano.

c) **[1 p.]** Determine el plano que contiene a la recta $r$ y es perpendicular al plano $\pi$.

**7:** Una urna tiene 2 bolas blancas y 3 bolas rojas. Consideramos la variable aleatoria que cuenta el número de bolas blancas que se obtienen al repetir nueve veces el siguiente experimento: se saca una bola de la urna y, después de anotar el color, se devuelve la bola a la urna.

a) **[1 p.]** ¿Qué tipo de distribución sigue dicha variable aleatoria y cuáles son sus parámetros?

b) **[0,5 p.]** ¿Cuál es la media y la desviación típica de esta distribución?

c) **[1 p.]** ¿Cuál es la probabilidad de que el número de bolas anotado sea menor o igual que 4?

**8:** En una determinada población, el 40% de los individuos lee diariamente la prensa y el 75% ve diariamente las noticias en la televisión. Además, el 25% de los individuos lee la prensa y ve las noticias en la televisión diariamente.

a) **[0,5 p.]** ¿Son independientes los sucesos "leer diariamente la prensa" y "ver diariamente las noticias en la televisión?.

b) **[1 p.]** ¿Cuál es la probabilidad de que un individuo lea la prensa diariamente pero no vea las noticias en la televisión?

c) **[1 p.]** Si un individuo lee la prensa diariamente, ¿cuál es la probabilidad de que también vea las noticias en la televisión?

# SOLUCIONES

**1:** Considere el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro ***a***:

$$\begin{cases} x+\ \ y-\ \ z=4 \\ x+a^2y-\ \ z=3-a \\ x-\ \ y+\ \ az=1 \end{cases}$$

a) **[1 p.]** Determine para qué valores de ***a*** el sistema tiene solución única. Si es posible, calcule dicha solución para ***a = 0.***

b) **[1 p.]** Determine para qué valor de ***a*** el sistema tiene infinitas soluciones y resuélvalo en ese caso.

c) **[0,5 p.]** Determine para qué valor de ***a*** el sistema no tiene solución.

a) La matriz de coeficientes asociada al sistema es $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1\\ 1 & a^2 & -1\\ 1 & -1 & a\end{pmatrix}$ con determinante:

$$|A|=\begin{vmatrix}1 & 1 & -1\\ 1 & a^2 & -1\\ 1 & -1 & a\end{vmatrix}=a^3-1+1+a^2-a-1=a^3+a^2-a-1$$

Lo igualamos a cero.

$|A|=0\Rightarrow a^3+a^2-a-1=0\Rightarrow$ *Aplicamos Ruffini*

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 1 & -1 & -1\\ 1 & & 1 & 2 & 1\\ \hline & 1 & 2 & 1 & \lfloor 0 \end{array}\rightarrow \boxed{a=1 \text{ es raíz}}$$

$$a^2+2a+1=0\Rightarrow \boxed{a=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4}}{2}=\frac{-2}{2}=-1} \text{ es raíz}$$

Existen dos valores que anulan la matriz de los coeficientes: $a=1;\ a=-1$.

CASO 1. $a\neq 1\ y\ a\neq -1$

En este caso el determinante de *A* es no nulo y su rango es 3. El rango de *A/B* es 3 y también el número de incógnitas. **El sistema tiene una solución única**. Es compatible determinado.

CASO 2. $a=1$

En este caso el determinante de *A* es cero y su rango no es 3.

¿El rango de *A* es 2?

La matriz de coeficientes queda $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1\\ 1 & 1 & -1\\ 1 & -1 & 1\end{pmatrix}$

Se observa que la fila 1ª y 2ª son iguales y la columna 2ª y 3ª son proporcionales, considero el menor de orden 2 que resulta de quitar la 1ª fila y la 3ª columna → $\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$ con determinante

$\begin{vmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{vmatrix}=-1-1=-2\neq 0$. El rango de *A* es 2.

Comprobemos el rango de *A/B*.

$A/B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, vemos que la columna 2ª y 3ª son proporcionales, consideramos el menor de orden 3 que resulta de quitar la columna 3ª → $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ con determinante

$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 1+2-4-4-1+2 = -4 \neq 0$. El rango de *A/B* es 3.

El rango de *A* es 2 y el de *A/B* es 3, son distintos y el sistema no tiene solución. **El sistema es incompatible**.

CASO 3. $a = -1$

En este caso el determinante de *A* es cero y su rango no es 3.
¿El rango de *A* es 2?

La matriz de coeficientes queda $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

Se observa que la fila 1ª y 2ª son iguales y la columna 1ª y 3ª son proporcionales, considero el menor de orden 2 que resulta de quitar la 1ª fila y la 1ª columna → $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ con determinante $\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = -1-1 = -2 \neq 0$. El rango de *A* es 2.

Comprobemos el rango de *A/B*.

$A/B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & -1 & 4 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, vemos que la columna 1ª y 3ª son proporcionales, consideramos el menor de orden 3 que resulta de quitar la columna 3ª → $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ con determinante

$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 1+4-4-4-1+4 = 0$. El rango de *A/B* no es 3.

Como el rango de *A* es 2, el de *A/B* también es 2.

El rango de *A* y el de *A/B* es 2 menor que el número de incógnitas (3) el sistema tiene infinitas soluciones. **El sistema es compatible indeterminado**.

## OTRA FORMA DE ESTUDIAR LOS DISTINTOS CASOS

CASO 1. $a \neq 1$ y $a \neq -1$

En este caso el determinante de *A* es no nulo y su rango es 3. El rango de *A/B* es 3 y también el número de incógnitas. **El sistema tiene una solución única**. Es compatible determinado.

CASO 2. $a = 1$

El sistema queda

$$\begin{cases} x+y-z=4 \\ x+y-z=2 \\ x-y+z=1 \end{cases}$$

Se observa que la ecuación 1ª y 2ª tienen el primer miembro de la igualdad igual ( $x+y-z$ ) y el 2º miembro distinto (2 y 4). Este sistema no tiene solución. Es incompatible.

CASO 3. $a = -1$

El sistema queda

$$\begin{cases} x+y-z=4 \\ x+y-z=4 \\ x-y-z=1 \end{cases}$$

Se observa que tiene dos ecuaciones iguales y el sistema se reduce a otro equivalente:

$$\begin{cases} x+y-z=4 \\ x-y-z=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=z+4 \\ x-y=z+1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Ecuación 2}^{\text{a}} - \text{Ecuación 1}^{\text{a}} \\ \begin{array}{rrl} x & -y & = z+1 \\ -x & -y & = -z-4 \\ \hline & -2y & = -3 \end{array} \to \text{Nueva ecuación 2}^{\text{a}} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} x+y=z+4 \\ -2y=-3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y=z+4 \\ \boxed{y=\dfrac{3}{2}} \end{cases} \Rightarrow x+\frac{3}{2}=z+4 \Rightarrow \boxed{x=z+4-\frac{3}{2}=z+\frac{5}{2}}$$

El sistema tiene solución, pero tiene infinitas soluciones. Es compatible indeterminado.

a) Estudiado arriba es para $a \neq 1$ y $a \neq -1$. Para ***a = 0*** tiene solución única.

Las matrices asociadas al sistema quedan $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ $A/B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 4 \\ 1 & 0 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Resolvemos por el método de Cramer.

$$x=\frac{\begin{vmatrix}4&1&-1\\3&0&-1\\1&-1&0\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1&1&-1\\1&0&-1\\1&-1&0\end{vmatrix}}=\frac{-1+3-4}{-1+1-1}=\frac{-2}{-1}=2 \qquad y=\frac{\begin{vmatrix}1&4&-1\\1&3&-1\\1&1&0\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1&1&-1\\1&0&-1\\1&-1&0\end{vmatrix}}=\frac{-4-1+3+1}{-1}=\frac{-1}{-1}=1$$

$$z=\frac{\begin{vmatrix}1&1&4\\1&0&3\\1&-1&1\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1&1&-1\\1&0&-1\\1&-1&0\end{vmatrix}}=\frac{3-4-1+3}{-1}=\frac{1}{-1}=-1$$

La solución es $x=2;\ \ y=1;\ \ z=-1$

b) Para $a=-1$ el sistema tiene infinitas soluciones. Estudiado al comienzo.
El sistema queda

$$\begin{cases} x+y-z=4 \\ x+y-z=4 \\ x-y-z=1 \end{cases} \Rightarrow \left\{\text{Ecuación } 1^{\text{a}} = \text{Ecuación } 2^{\text{a}}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y-z=4 \\ x-y-z=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=z+4 \\ x-y=z+1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{cases} \text{Ecuación } 2^{\text{a}} - \text{Ecuación } 1^{\text{a}} \\ \ \ x \quad -y \quad = z+1 \\ -x \quad -y \quad = -z-4 \\ \hline \qquad -2y \quad = -3 \ \ \rightarrow \text{Nueva ecuación } 2^{\text{a}} \end{cases}\right\} \Rightarrow \begin{cases} x+y=z+4 \\ -2y=-3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y=z+4 \\ \boxed{y=\frac{3}{2}} \end{cases} \Rightarrow x+\frac{3}{2}=z+4 \Rightarrow \boxed{x=z+4-\frac{3}{2}=z+\frac{5}{2}}$$

La solución es $\boxed{x=\frac{5}{2}+t;\quad y=\frac{3}{2};\quad z=t}$

c) El sistema no tiene solución para $a=1$. Estudiado arriba.

**2:** Considere las matrices

$$A=\begin{pmatrix}2 & 3\\ -1 & -2\end{pmatrix}\quad B=\begin{pmatrix}-1 & -3\\ 1 & 2\end{pmatrix}.$$

a) **[1 p.]** Compruebe que las matrices $A$ y $B$ son regulares (o inversibles) y calcule sus matrices inversas.

b) **[1,5 p.]** Resuelva la ecuación matricial $AXB=A^t-3B$, donde $A^t$ denota la matriz traspuesta de $A$.

a) Para estudiar si existe su inversa o no considero el determinante de las matrices.

$$|A|=\begin{vmatrix}2 & 3\\ -1 & -2\end{vmatrix}=-4+3=-1\neq 0\rightarrow \text{La matriz } A \text{ es regular.}$$

$$|B|=\begin{vmatrix}-1 & -3\\ 1 & 2\end{vmatrix}=-2+3=1\neq 0\rightarrow \text{La matriz } B \text{ es regular.}$$

Calculamos sus inversas.

$$A^{-1}=\frac{Adj\left(A^t\right)}{|A|}=\frac{Adj\begin{pmatrix}2 & -1\\ 3 & -2\end{pmatrix}}{-1}=-\begin{pmatrix}-2 & -3\\ 1 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 3\\ -1 & -2\end{pmatrix}$$

$$B^{-1}=\frac{Adj\left(B^t\right)}{|B|}=\frac{Adj\begin{pmatrix}-1 & 1\\ -3 & 2\end{pmatrix}}{1}=\begin{pmatrix}2 & 3\\ -1 & -1\end{pmatrix}$$

b) Como existen las inversas de las matrices A y B podemos despejar de la ecuación matricial:

$$AXB=A^t-3B$$

$$A^{-1}\cdot AXB\cdot B^{-1}=A^{-1}\cdot\left(A^t-3B\right)\cdot B^{-1}$$

$$X=A^{-1}\cdot\left(A^t-3B\right)\cdot B^{-1}$$

$$X=A^{-1}\cdot A^t\cdot B^{-1}-A^{-1}\cdot 3B\cdot B^{-1}$$

$$X=A^{-1}\cdot A^t\cdot B^{-1}-3A^{-1}$$

$$X=\begin{pmatrix}2 & 3\\ -1 & -2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & -1\\ 3 & -2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 3\\ -1 & -1\end{pmatrix}-3\begin{pmatrix}2 & 3\\ -1 & -2\end{pmatrix}$$

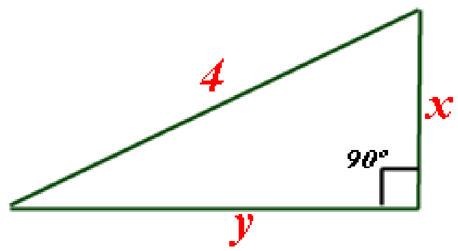
$$X=\begin{pmatrix}13 & -8\\ -8 & 5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 3\\ -1 & -1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}6 & 9\\ -3 & -6\end{pmatrix}$$

$$X=\begin{pmatrix}34 & 47\\ -21 & -29\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}6 & 9\\ -3 & -6\end{pmatrix}$$

$$\boxed{X=\begin{pmatrix}28 & 38\\ -18 & -23\end{pmatrix}}$$

**3: [2,5 p.]** De entre todos los triángulos rectángulos cuya hipotenusa mide 4 metros, determine las dimensiones de aquel cuya área es máxima. ¿Cuál es el valor de dicha área máxima?

La situación planteada se refleja en el dibujo.




Aplicando el teorema de Pitágoras tenemos que $4^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow y^2 = 16 - x^2 \Rightarrow y = \sqrt{16-x^2}$

El área del triángulo es $A(x,y) = \dfrac{xy}{2}$

Sustituimos $y = \sqrt{16-x^2}$ en el área y nos queda $A(x,y) = \dfrac{xy}{2} \Rightarrow A(x) = \dfrac{x\sqrt{16-x^2}}{2} = \dfrac{1}{2}x\sqrt{16-x^2}$

Como deseamos maximizar el área hallamos sus puntos críticos con la derivada.

$$A(x) = \frac{1}{2}x\sqrt{16-x^2} \Rightarrow A'(x) = \frac{1}{2}\left(\sqrt{16-x^2} + x\frac{-2x}{2\sqrt{16-x^2}}\right)$$

$$A'(x) = \frac{1}{2}\left(\sqrt{16-x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{16-x^2}}\right)$$

$$A'(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{\left(\sqrt{16-x^2}\right)^2 - x^2}{\sqrt{16-x^2}}\right)$$

$$A'(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{16-x^2-x^2}{\sqrt{16-x^2}}\right)$$

$$A'(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{16-2x^2}{\sqrt{16-x^2}}\right)$$

$$A'(x) = \frac{\cancel{2}\left(8-x^2\right)}{\cancel{2}\sqrt{16-x^2}}$$

$$A'(x) = \frac{8-x^2}{\sqrt{16-x^2}}$$

Si en la función antes de derivar introducimos "x" en la raíz es más fácil la derivada.

$$A(x) = \frac{1}{2}x\sqrt{16-x^2} = \frac{1}{2}\sqrt{16x^2-x^4}$$

$$A'(x) = \frac{1}{2}\frac{32x-4x^3}{2\sqrt{16x^2-x^4}} = \frac{32x-4x^3}{4\sqrt{16x^2-x^4}} = \frac{\cancel{4x}\left(8-x^2\right)}{\cancel{4x}\sqrt{16-x^2}} = \frac{8-x^2}{\sqrt{16-x^2}}$$

Igualamos a cero la derivada.

$$A'(x) = 0 \Rightarrow \frac{8-x^2}{\sqrt{16-x^2}} = 0 \Rightarrow 8-x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 8 \Rightarrow \boxed{x = \sqrt{8}}$$

No tenemos en cuenta el valor negativo de la raíz y estudiamos el comportamiento de la función antes y después de $x=\sqrt{8}$.

- En $\left(0,\sqrt{8}\right)$ tomamos $x=1$ y la derivada vale $A'(1)=\dfrac{8-1^2}{\sqrt{16-1^2}}=\dfrac{7}{\sqrt{15}}>0$. La función crece en $\left(0,\sqrt{8}\right)$.
- En $\left(\sqrt{8},4\right)$ tomamos $x=3$ y la derivada vale $A'(3)=\dfrac{8-3^2}{\sqrt{16-3^2}}=\dfrac{-1}{\sqrt{7}}<0$. La función decrece en $\left(\sqrt{8},4\right)$.

La función Área tiene un máximo en $x=\sqrt{8}$ e $y=\sqrt{16-\left(\sqrt{8}\right)^2}=\sqrt{8}$.

Un triángulo rectángulo con área máxima tiene catetos iguales a $\sqrt{8}$ e hipotenusa 4.

Esa área máxima tiene un valor de $A\left(\sqrt{8}\right)=\dfrac{1}{2}\sqrt{8}\sqrt{16-\left(\sqrt{8}\right)^2}=\dfrac{1}{2}\sqrt{8}\sqrt{8}=4\,u^2$

**4:** a) **[2 p.]** Calcule la siguiente integral indefinida $\int \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\,dx$.

b) **[0,5 p.]** Determine el área del recinto limitado por el eje **OX**, la gráfica de la función $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$ y la recta vertical $x=1$.

a)

$$\int \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\,dx = \left\{\begin{array}{r}\text{Cambio de variable}\\ \sqrt{x}=t \Rightarrow x=t^2\\ dx=2tdt\end{array}\right\} = \int \frac{t}{1+t}2tdt = 2\int \frac{t^2}{1+t}dt =$$

Realizo la división de los polinomios

$$\begin{array}{lll|l} t^2 & & & t+1 \\ \hline \underline{-t^2} & \underline{-t} & & t-1 \\ & -t & & \\ & \underline{+t} & \underline{+1} & \\ & & \boxed{1} & \end{array}$$

$\frac{t^2}{1+t} = t-1+\frac{1}{1+t}$ Lo colocamos en la integral y seguimos..

$$= 2\int t-1+\frac{1}{1+t}\,dt = 2\left(\frac{t^2}{2}-t+\ln|1+t|\right) = t^2-2t+2\ln|1+t| =$$

$$= \left\{\begin{array}{c}\text{Deshacemos el cambio de variable}\\ \sqrt{x}=t\end{array}\right\} = \left(\sqrt{x}\right)^2-2\sqrt{x}+2\ln\left|1+\sqrt{x}\right| =$$

$$= \boxed{x-2\sqrt{x}+\ln\left(1+\sqrt{x}\right)^2+C}$$

b) Veamos si la función corta el eje OX.

$$f(x)=0 \Rightarrow \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}=0 \Rightarrow \sqrt{x}=0 \Rightarrow x=0$$

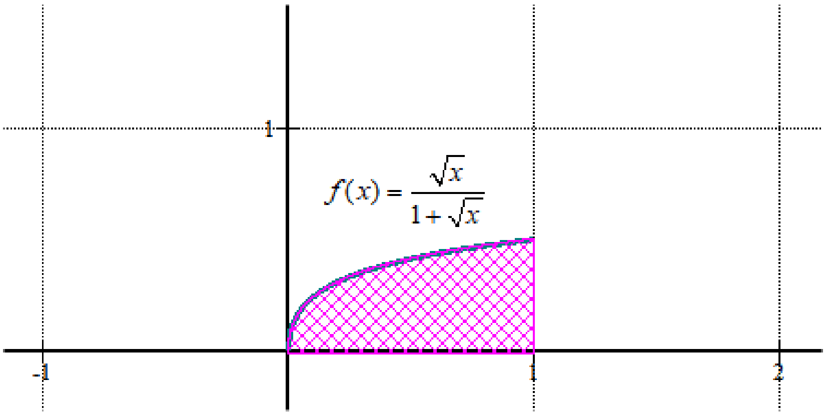
Como también está como límite de la región de la que queremos calcular el área la recta vertical $x=1$ el área es el valor absoluto de la integral definida desde 0 a 1 de $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$.

$$Área = \int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\,dx = \left[ x - 2\sqrt{x} + \ln\left(1+\sqrt{x}\right)^2 \right]_0^1 =$$

$$= \left[ 1 - 2\sqrt{1} + \ln\left(1+\sqrt{1}\right)^2 \right] - \left[ 0 - 2\sqrt{0} + \ln\left(1+\sqrt{0}\right)^2 \right] =$$

$$= 1 - 2 + \ln 4 = -1 + \ln 4 = \boxed{0,38\, u^2}$$

No lo pide, pero dibujamos la gráfica para comprobar la bondad del resultado obtenido.



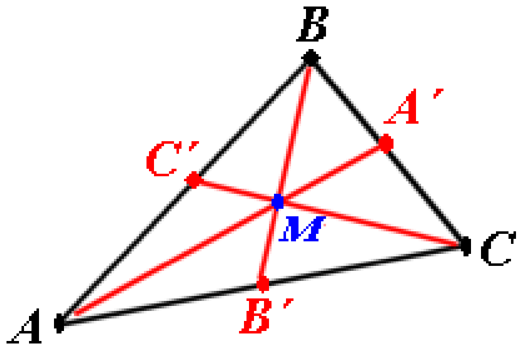

El área es menos que medio cuadradito. Aparentemente es correcto el resultado obtenido.

**5:** Se llama **mediana** de un triángulo a cada una de las rectas que pasan por un vértice del triángulo y por el punto medio del lado opuesto a dicho vértice. .

a) **[1,5 p.]** Calcule las ecuaciones de las tres medianas del triángulo de vértices $A(-1,2,3)$, $B(3,-4,1)$ y $C(1,-4,5)$.

b) **[1 p.]** Compruebe que las tres medianas se cortan en un punto y calcule las coordenadas de dicho punto.

a) Dibujamos la situación planteada.




Determinemos los punto intermedios que he llamado A´, B´ y C´.

$$A' = \frac{B+C}{2} = \frac{(3,-4,1)+(1,-4,5)}{2} = (2,-4,3)$$

$$B' = \frac{A+C}{2} = \frac{(-1,2,3)+(1,-4,5)}{2} = (0,-1,4)$$

$$C' = \frac{A+B}{2} = \frac{(-1,2,3)+(3,-4,1)}{2} = (1,-1,2)$$

Hallamos la ecuación de la recta que pasa por A y A´.

$$\left.\begin{array}{l} A(-1,2,3) \\ A'(2,-4,3) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} A(-1,2,3) \\ \overrightarrow{AA'} = (2,-4,3)-(-1,2,3) = (3,-6,0) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} A(-1,2,3) \\ \vec{u} = (1,-2,0) \end{array}\right\} \boxed{r: \left\{\begin{array}{l} x=-1+\alpha \\ y=2-2\alpha \\ z=3 \end{array}\right.}$$

Hallamos la ecuación de la recta que pasa por B y B´.

$$\left.\begin{array}{l} B(3,-4,1) \\ B'=(0,-1,4) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} B(3,-4,1) \\ \overrightarrow{BB'} = (0,-1,4)-(3,-4,1) = (-3,3,3) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} B(3,-4,1) \\ \vec{v} = (-1,1,1) \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{s: \left\{\begin{array}{l} x=3-\beta \\ y=-4+\beta \\ z=1+\beta \end{array}\right.}$$

Hallamos la ecuación de la recta que pasa por C y C´.

$$\left.\begin{array}{l} C(1,-4,5) \\ C'=(1,-1,2) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} C(1,-4,5) \\ \overrightarrow{CC'} = (1,-1,2)-(1,-4,5) = (0,3,-3) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} C(1,-4,5) \\ \vec{w} = (0,1,-1) \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{s': \left\{\begin{array}{l} x=1 \\ y=-4+t \\ z=5-t \end{array}\right.}$$

b) Resolvemos el sistema planteado con dos de las ecuaciones de las tres rectas, por ejemplo *r* y *s*. Una vez obtenido el punto comprobamos que pertenece a la recta restante *s´*.

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}x=3-\beta\\ s: y=-4+\beta\\ z=1+\beta\end{array}\right\}\\ \left.\begin{array}{l}x=-1+\alpha\\ r: y=2-2\alpha\\ z=3\end{array}\right\}\end{array}\right\}\Rightarrow \left.\begin{array}{l}3-\beta=-1+\alpha\\ -4+\beta=2-2\alpha\\ 1+\beta=3\end{array}\right\}\Rightarrow \left.\begin{array}{l}4-\beta=\alpha\\ -6+\beta=-2\alpha\\ \boxed{\beta=2}\end{array}\right\}\Rightarrow \left.\begin{array}{l}4-2=\alpha\\ -6+2=-2\alpha\end{array}\right\}\Rightarrow \left.\begin{array}{l}2=\alpha\\ -4=-2\alpha\end{array}\right\}\Rightarrow \boxed{\alpha=2}$$

El punto de corte de *r* y *s* es el punto *M* que obtenemos sustituyendo en la ecuación de la recta *r* el valor de $\alpha=2$:

$$\left.\begin{array}{l}\alpha=2\\ \left.\begin{array}{l}x=-1+\alpha\\ y=2-2\alpha\\ z=3\end{array}\right\}\end{array}\right\}\Rightarrow \left.\begin{array}{l}x=-1+2=1\\ y=2-4=-2\\ z=3\end{array}\right\}\Rightarrow M(1,-2,3)$$

Compruebo que *M* pertenece a la recta *s´*:

$$¿M(1,-2,3)\in s´?$$

$$¿\left.\begin{array}{l}1=1\\ -2=-4+t\\ 3=5-t\end{array}\right\}?$$

$$¿\left.\begin{array}{l}1=1\\ 2=t\\ -2=-t\end{array}\right\}?$$

Si pertenece a la recta *s´*, pues sale un valor de $t=2$. Sustituyendo este valor de *t* en la ecuación de la recta obtendríamos el punto *M*.

Las tres medianas se cortan en el punto $M(1,-2,3)$.

**6:** Considere la recta $r$ y el plano π dados por las siguientes ecuaciones:

$$r:\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-1}{0} \qquad \pi: x-2y-z=4$$

a) **[1 p.]** Estudie la posición relativa de la recta y el plano.

b) **[0,5 p.]** En caso de que la recta corte al plano, calcule el punto de corte y el ángulo que forman. En caso contrario, calcule la distancia entre la recta y el plano.

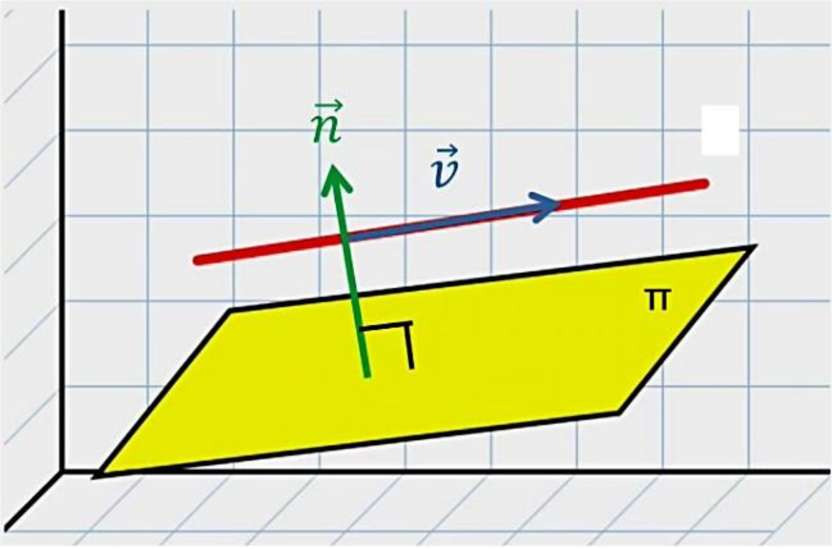
c) **[1 p.]** Determine el plano que contiene a la recta $r$ y es perpendicular al plano $\pi$.

a) El vector director de la recta $r:\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-1}{0}$ es $\vec{v}=(2,1,0)$ y el normal del plano $\pi: x-2y-z=4$ es $\vec{n}=(1,-2,-1)$.

Hacemos el producto escalar de los dos vectores.

$$\vec{v}\cdot\vec{n}=(2,1,0)(1,-2,-1)=2-2=0$$

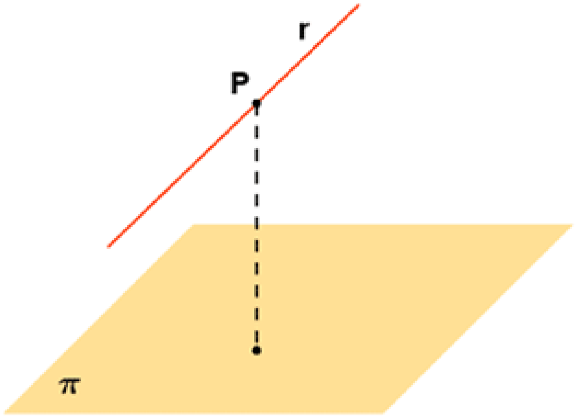
Al salir 0 entonces los vectores son perpendiculares y la recta y el plano son paralelos.




b) Como no se cortan determinamos la distancia entre recta y plano.

Tenemos en cuenta que al ser paralelos recta y plano la distancia entre ellos es la distancia de cualquier punto de $r$ al plano.

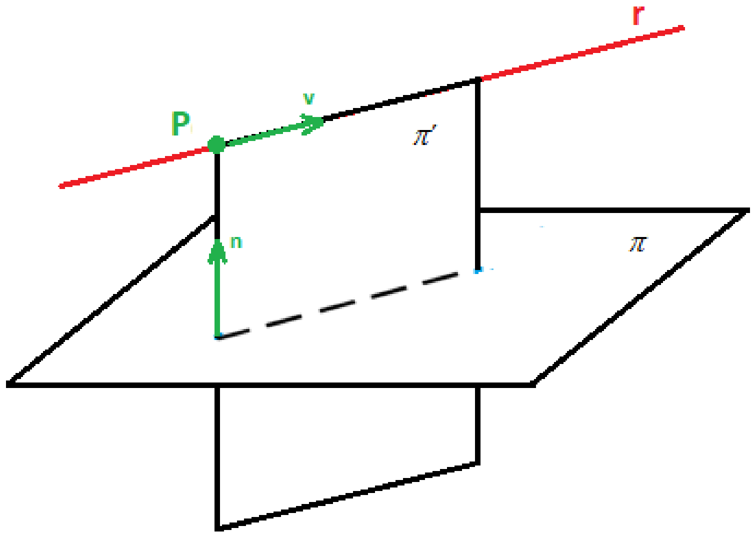
$$d(r,\pi)=d(P,\pi)$$



Utilizamos la fórmula de la distancia de un punto a un plano.

$$\left.\begin{array}{l} P(-1,2,1)\in r \\ \pi : x-2y-z-4=0 \end{array}\right\} \Rightarrow d(P,\pi)=\frac{|-1-4-1-4|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-1)^2}}=\frac{10}{\sqrt{6}}=\boxed{4.08\,u}$$

c) Llamemos π´ al plano que buscamos.
Si el plano π´ contiene a la recta *r* entonces el punto P(–1, 2, 1) pertenece al plano y también el vector director $\vec{v}=(2,1,0)$ de la recta $r:\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-1}{0}$ es uno de los vectores directores del plano pedido.
Como es perpendicular el plano $\pi : x-2y-z=4$ entonces su vector normal $\vec{n}=(1,-2,-1)$ es el otro vector director del plano.




$$\left.\begin{array}{l} P(-1,2,1)\in \pi´ \\ \vec{v}=(2,1,0) \\ \vec{n}=(1,-2,-1) \end{array}\right\} \Rightarrow \pi´\equiv \begin{vmatrix} x+1 & y-2 & z-1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \end{vmatrix}=0$$

$$\pi´\equiv -x-1-4z+4-z+1+2y-4=0$$

$$\boxed{\pi´\equiv -x+2y-5z=0}$$

**7:** Una urna tiene 2 bolas blancas y 3 bolas rojas. Consideramos la variable aleatoria que cuenta el número de bolas blancas que se obtienen al repetir nueve veces el siguiente experimento: se saca una bola de la urna y, después de anotar el color, se devuelve la bola a la urna.

a) **[1 p.]** ¿Qué tipo de distribución sigue dicha variable aleatoria y cuáles son sus parámetros?

b) **[0,5 p.]** ¿Cuál es la media y la desviación típica de esta distribución?

c) **[1 p.]** ¿Cuál es la probabilidad de que el número de bolas anotado sea menor o igual que 4?

a) Si X = Número de bolas blancas obtenidas en 9 repeticiones de la extracción de una bola de la urna, esta distribución es binomial ya que la probabilidad de éxito es independiente de la repetición y solo existen dos posibilidades “sacar bola blanca” o “sacar bola no blanca”.
Los parámetros son número de repeticiones = n = 9 y p = probabilidad de sacar bola blanca en una extracción de la urna = $\frac{2}{5} = 0.4$.

X = B(9, 0.4)

b) Si X = B(9, 0.4) entonces la media es $\mu = n \cdot p = 9 \cdot 0,4 = 3.6$

y la desviación típica es $\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{9 \cdot 0.4 \cdot 0.6} = 1.4696$

c)

$$P(X \leq 4) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) =$$

$$= \binom{9}{0} \cdot 0.4^0 \cdot 0.6^9 + \binom{9}{1} \cdot 0.4^1 \cdot 0.6^8 + \binom{9}{2} \cdot 0.4^2 \cdot 0.6^7 + \binom{9}{3} \cdot 0.4^3 \cdot 0.6^6 + \binom{9}{4} \cdot 0.4^4 \cdot 0.6^5 =$$

$$= 0.6^9 + 9 \cdot 0.4 \cdot 0.6^8 + \frac{9 \cdot 8}{2} \cdot 0.4^2 \cdot 0.6^7 + \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2} \cdot 0.4^3 \cdot 0.6^6 + \frac{9 \cdot \cancel{8} \cdot 7 \cdot 6}{\cancel{4} \cdot 3 \cdot \cancel{2}} \cdot 0.4^4 \cdot 0.6^5 =$$

$$= 0.6^9 + 9 \cdot 0.4 \cdot 0.6^8 + 36 \cdot 0.4^2 \cdot 0.6^7 + 84 \cdot 0.4^3 \cdot 0.6^6 + 126 \cdot 0.4^4 \cdot 0.6^5 = \boxed{0.7334}$$

También se puede utilizar la tabla de la binomial

**TABLA DE LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL**

0,40 = p

$$P[X=x]=\binom{n}{x}p^x(1-p)^{n-x}$$

| n | x | p: 0,01 | 0,05 | 0,10 | 0,15 | 0,20 | 0,25 | 0,30 | 1/3 | 0,35 | 0,40 | 0,45 | 0,49 | 0,50 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 0 | 0,9801 | 0,9025 | 0,8100 | 0,7225 | 0,6400 | 0,5625 | 0,4900 | 0,4444 | 0,4225 | 0,3600 | 0,3025 | 0,2601 | 0,2500 |
| | 1 | 0,0198 | 0,0950 | 0,1800 | 0,2550 | 0,3200 | 0,3750 | 0,4200 | 0,4444 | 0,4550 | 0,4800 | 0,4950 | 0,4998 | 0,5000 |
| | 2 | 0,0001 | 0,0025 | 0,0100 | 0,0225 | 0,0400 | 0,0625 | 0,0900 | 0,1111 | 0,1225 | 0,1600 | 0,2025 | 0,2401 | 0,2500 |
| 3 | 0 | 0,9703 | 0,8574 | 0,7290 | 0,6141 | 0,5120 | 0,4219 | 0,3430 | 0,2963 | 0,2746 | 0,2160 | 0,1664 | 0,1327 | 0,1250 |
| | 1 | 0,0294 | 0,1354 | 0,2430 | 0,3251 | 0,3840 | 0,4219 | 0,4410 | 0,4444 | 0,4436 | 0,4320 | 0,4084 | 0,3823 | 0,3750 |
| | 2 | 0,0003 | 0,0071 | 0,0270 | 0,0574 | 0,0960 | 0,1406 | 0,1890 | 0,2222 | 0,2389 | 0,2880 | 0,3341 | 0,3674 | 0,3750 |
| | 3 | 0,0000 | 0,0001 | 0,0010 | 0,0034 | 0,0080 | 0,0156 | 0,0270 | 0,0370 | 0,0429 | 0,0640 | 0,0911 | 0,1176 | 0,1250 |
| 4 | 0 | 0,9606 | 0,8145 | 0,6561 | 0,5220 | 0,4096 | 0,3164 | 0,2401 | 0,1975 | 0,1785 | 0,1296 | 0,0915 | 0,0677 | 0,0625 |
| | 1 | 0,0388 | 0,1715 | 0,2916 | 0,3685 | 0,4096 | 0,4219 | 0,4116 | 0,3951 | 0,3845 | 0,3456 | 0,2995 | 0,2600 | 0,2500 |
| | 2 | 0,0006 | 0,0135 | 0,0486 | 0,0975 | 0,1536 | 0,2109 | 0,2646 | 0,2963 | 0,3105 | 0,3456 | 0,3675 | 0,3747 | 0,3750 |
| | 3 | 0,0000 | 0,0005 | 0,0036 | 0,0115 | 0,0256 | 0,0469 | 0,0756 | 0,0988 | 0,1115 | 0,1536 | 0,2005 | 0,2400 | 0,2500 |
| | 4 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0001 | 0,0005 | 0,0016 | 0,0039 | 0,0081 | 0,0123 | 0,0150 | 0,0256 | 0,0410 | 0,0576 | 0,0625 |
| 5 | 0 | 0,9510 | 0,7738 | 0,5905 | 0,4437 | 0,3277 | 0,2373 | 0,1681 | 0,1317 | 0,1160 | 0,0778 | 0,0503 | 0,0345 | 0,0313 |
| | 1 | 0,0480 | 0,2036 | 0,3281 | 0,3915 | 0,4096 | 0,3955 | 0,3602 | 0,3292 | 0,3124 | 0,2592 | 0,2059 | 0,1657 | 0,1563 |
| | 2 | 0,0010 | 0,0214 | 0,0729 | 0,1382 | 0,2048 | 0,2637 | 0,3087 | 0,3292 | 0,3364 | 0,3456 | 0,3369 | 0,3185 | 0,3125 |
| | 3 | 0,0000 | 0,0011 | 0,0081 | 0,0244 | 0,0512 | 0,0879 | 0,1323 | 0,1646 | 0,1811 | 0,2304 | 0,2757 | 0,3060 | 0,3125 |
| | 4 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0005 | 0,0022 | 0,0064 | 0,0146 | 0,0284 | 0,0412 | 0,0488 | 0,0768 | 0,1128 | 0,1470 | 0,1563 |
| | 5 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0001 | 0,0003 | 0,0010 | 0,0024 | 0,0041 | 0,0053 | 0,0102 | 0,0185 | 0,0282 | 0,0313 |
| 6 | 0 | 0,9415 | 0,7351 | 0,5314 | 0,3771 | 0,2621 | 0,1780 | 0,1176 | 0,0878 | 0,0754 | 0,0467 | 0,0277 | 0,0176 | 0,0156 |
| | 1 | 0,0571 | 0,2321 | 0,3543 | 0,3993 | 0,3932 | 0,3560 | 0,3025 | 0,2634 | 0,2437 | 0,1866 | 0,1359 | 0,1014 | 0,0938 |
| | 2 | 0,0014 | 0,0305 | 0,0984 | 0,1762 | 0,2458 | 0,2966 | 0,3241 | 0,3292 | 0,3280 | 0,3110 | 0,2780 | 0,2436 | 0,2344 |
| | 3 | 0,0000 | 0,0021 | 0,0146 | 0,0415 | 0,0819 | 0,1318 | 0,1852 | 0,2195 | 0,2355 | 0,2765 | 0,3032 | 0,3121 | 0,3125 |
| | 4 | 0,0000 | 0,0001 | 0,0012 | 0,0055 | 0,0154 | 0,0330 | 0,0595 | 0,0823 | 0,0951 | 0,1382 | 0,1861 | 0,2249 | 0,2344 |
| | 5 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0001 | 0,0004 | 0,0015 | 0,0044 | 0,0102 | 0,0165 | 0,0205 | 0,0369 | 0,0609 | 0,0864 | 0,0938 |
| | 6 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0001 | 0,0002 | 0,0007 | 0,0014 | 0,0018 | 0,0041 | 0,0083 | 0,0138 | 0,0156 |
| 7 | 0 | 0,9321 | 0,6983 | 0,4783 | 0,3206 | 0,2097 | 0,1335 | 0,0824 | 0,0585 | 0,0490 | 0,0280 | 0,0152 | 0,0090 | 0,0078 |
| | 1 | 0,0659 | 0,2573 | 0,3720 | 0,3960 | 0,3670 | 0,3115 | 0,2471 | 0,2048 | 0,1848 | 0,1306 | 0,0872 | 0,0604 | 0,0547 |
| | 2 | 0,0020 | 0,0406 | 0,1240 | 0,2097 | 0,2753 | 0,3115 | 0,3177 | 0,3073 | 0,2985 | 0,2613 | 0,2140 | 0,1740 | 0,1641 |
| | 3 | 0,0000 | 0,0036 | 0,0230 | 0,0617 | 0,1147 | 0,1730 | 0,2269 | 0,2561 | 0,2679 | 0,2903 | 0,2918 | 0,2786 | 0,2734 |
| | 4 | 0,0000 | 0,0002 | 0,0026 | 0,0109 | 0,0287 | 0,0577 | 0,0972 | 0,1280 | 0,1442 | 0,1935 | 0,2388 | 0,2676 | 0,2734 |
| | 5 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0002 | 0,0012 | 0,0043 | 0,0115 | 0,0250 | 0,0384 | 0,0466 | 0,0774 | 0,1172 | 0,1543 | 0,1641 |
| | 6 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0001 | 0,0004 | 0,0013 | 0,0036 | 0,0064 | 0,0084 | 0,0172 | 0,0320 | 0,0494 | 0,0547 |
| | 7 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0001 | 0,0002 | 0,0005 | 0,0006 | 0,0016 | 0,0037 | 0,0068 | 0,0078 |
| 8 | 0 | 0,9227 | 0,6634 | 0,4305 | 0,2725 | 0,1678 | 0,1001 | 0,0576 | 0,0390 | 0,0319 | 0,0168 | 0,0084 | 0,0046 | 0,0039 |
| | 1 | 0,0746 | 0,2793 | 0,3826 | 0,3847 | 0,3355 | 0,2670 | 0,1977 | 0,1561 | 0,1373 | 0,0896 | 0,0548 | 0,0352 | 0,0313 |
| | 2 | 0,0026 | 0,0515 | 0,1488 | 0,2376 | 0,2936 | 0,3115 | 0,2965 | 0,2731 | 0,2587 | 0,2090 | 0,1569 | 0,1183 | 0,1094 |
| | 3 | 0,0001 | 0,0054 | 0,0331 | 0,0839 | 0,1468 | 0,2076 | 0,2541 | 0,2731 | 0,2786 | 0,2787 | 0,2568 | 0,2273 | 0,2188 |
| | 4 | 0,0000 | 0,0004 | 0,0046 | 0,0185 | 0,0459 | 0,0865 | 0,1361 | 0,1707 | 0,1875 | 0,2322 | 0,2627 | 0,2730 | 0,2734 |
| | 5 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0004 | 0,0026 | 0,0092 | 0,0231 | 0,0467 | 0,0683 | 0,0808 | 0,1239 | 0,1719 | 0,2098 | 0,2188 |
| | 6 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0002 | 0,0011 | 0,0038 | 0,0100 | 0,0171 | 0,0217 | 0,0413 | 0,0703 | 0,1008 | 0,1094 |
| | 7 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0001 | 0,0004 | 0,0012 | 0,0024 | 0,0033 | 0,0079 | 0,0164 | 0,0277 | 0,0313 |
| | 8 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0001 | 0,0002 | 0,0002 | 0,0007 | 0,0017 | 0,0033 | 0,0039 |
| n= 9 | 0 | 0,9135 | 0,6302 | 0,3874 | 0,2316 | 0,1342 | 0,0751 | 0,0404 | 0,0260 | 0,0207 | 0,0101 | 0,0046 | 0,0023 | 0,0020 |
| | 1 | 0,0830 | 0,2985 | 0,3874 | 0,3679 | 0,3020 | 0,2253 | 0,1556 | 0,1171 | 0,1004 | 0,0605 | 0,0339 | 0,0202 | 0,0176 |
| | 2 | 0,0034 | 0,0629 | 0,1722 | 0,2597 | 0,3020 | 0,3003 | 0,2668 | 0,2341 | 0,2162 | 0,1612 | 0,1110 | 0,0776 | 0,0703 |
| | 3 | 0,0001 | 0,0077 | 0,0446 | 0,1069 | 0,1762 | 0,2336 | 0,2668 | 0,2731 | 0,2716 | 0,2508 | 0,2119 | 0,1739 | 0,1641 |
| | 4 | 0,0000 | 0,0006 | 0,0074 | 0,0283 | 0,0661 | 0,1168 | 0,1715 | 0,2048 | 0,2194 | 0,2508 | 0,2600 | 0,2506 | 0,2461 |
| | 5 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0008 | 0,0050 | 0,0165 | 0,0389 | 0,0735 | 0,1024 | 0,1181 | 0,1672 | 0,2128 | 0,2408 | 0,2461 |
| | 6 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0001 | 0,0006 | 0,0028 | 0,0087 | 0,0210 | 0,0341 | 0,0424 | 0,0743 | 0,1160 | 0,1542 | 0,1641 |
| | 7 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0003 | 0,0012 | 0,0039 | 0,0073 | 0,0098 | 0,0212 | 0,0407 | 0,0635 | 0,0703 |
| | 8 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0001 | 0,0004 | 0,0009 | 0,0013 | 0,0035 | 0,0083 | 0,0153 | 0,0176 |
| | 9 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0001 | 0,0001 | 0,0003 | 0,0008 | 0,0016 | 0,0020 |

$$P(X\le 4)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)=$$

$$=0,0101+0,0605+0,1612+0,2508+0,2508=\boxed{0,7334}$$

**8:** En una determinada población, el 40% de los individuos lee diariamente la prensa y el 75% ve diariamente las noticias en la televisión. Además, el 25% de los individuos lee la prensa y ve las noticias en la televisión diariamente.

a) **[0,5 p.]** ¿Son independientes los sucesos "leer diariamente la prensa" y "ver diariamente las noticias en la televisión?.

b) **[1 p.]** ¿Cuál es la probabilidad de que un individuo lea la prensa diariamente pero no vea las noticias en la televisión?

c) **[1 p.]** Si un individuo lee la prensa diariamente, ¿cuál es la probabilidad de que también vea las noticias en la televisión?

Realicemos una tabla de contingencia para clarificar la situación.

| | Ve diariamente las noticias en la televisión | No ve diariamente las noticias en la televisión | |
|---|---|---|---|
| Lee diariamente la prensa | **25** | | **40** |
| No lee diariamente la prensa | | | |
| | **75** | | **100** |

Completamos la tabla.

| | Ve diariamente las noticias en la televisión | No ve diariamente las noticias en la televisión | |
|---|---|---|---|
| Lee diariamente la prensa | **25** | **15** | **40** |
| No lee diariamente la prensa | **50** | **10** | **60** |
| | **75** | **25** | **100** |

a) Calculamos la probabilidad de la intersección de los dos sucesos:
P(Lea diariamente la prensa ∩ Vea diariamente las noticias en la televisión) = 0,25
Y ahora el producto de las probabilidades de los dos sucesos.
P(Lea diariamente la prensa) · P(Vea diariamente las noticias en la televisión) = 0,4 · 0,75 = 0,3
Dan resultados diferentes por lo que los sucesos **no** son independientes.

b) Como hay 15 individuos de los 100 de la población que lee la prensa y no ve las noticias aplico la regla de Laplace y obtenemos:

$$P(\text{Lea la prensa y no vea las noticias}) = \frac{15}{100} = \boxed{0,15}$$

c) Es una probabilidad condicionada pues se da por hecho que la persona lee diariamente la prensa. Sabemos que hay 40 personas leen diariamente la prensa y de ellas 25 también ven las noticas, aplicamos la regla de Laplace.

$$P(\text{Vea las noticias /Lee la prensa}) = \frac{25}{40} = \frac{5}{8} = \boxed{0,625}$$