En los problemas a veces se combina campo eléctrico con campo magnético: en este bloque se incluyen los problemas con campo magnético aunque tengan alguna parte de campo eléctrico, dejando en el bloque de campo eléctrico los que solo son de campo eléctrico sin magnético.

*En los criterios específicos de corrección de Física se indica "la calificación ...**en múltiplos de 0,25 puntos**", por lo que un error resta al menos 0,25 puntos. Se comentan ideas de errores que pueden restar, a veces son fallos habituales comentados en actas EvAU. Se comentan algunos fallos genéricos y algunos asociados a campo magnético:*
- No indicar las unidades correctamente, no pasar a SI o mezclar unidades en los cálculos.
- Confundir datos y unidades: prefijos, signos y valores de cargas, distancias y corrientes (mili, micro, nano)
- Confusión en expresiones: mezclar $q(\vec{v}\times\vec{B})$ *con* $I(\vec{l}\times\vec{B})$.
- Confusión al operar / realizar el producto vectorial.
- No citar el principio de superposición (campo, fuerza)
- No citar la ley de Lorentz, la ley de Laplace, la ley de Ampère, la ley de Faraday – Lenz, la ley de Ohm cuando se aplican.
- No realizar la deducción de ciertas expresiones que se suele exigir que en la respuesta se incluyan sin ponerlas directamente (a veces en estas soluciones por abreviar no se incluyan explícitamente). Las deducciones exigidas en campo magnético se pueden resumir en:
– Radio de giro de una partícula en campo magnético uniforme
– Expresiones de la variación superficie / ángulo con el tiempo deduciendo expresión flujo Φ=B·S·cosα.
- Indicar que una magnitud vectorial es escalar o que una magnitud escalar es vectorial.
- No dar una magnitud vectorial (campo, fuerza, aceleración, velocidad, momento lineal) como vector al limitarse a dar solo módulo. Si enunciado indica sistema de referencia/coordenadas, se debe dar como vector con sus componentes, y si no, al menos citar cualitativamente dirección y sentido además del módulo. La posición puede ser un vector, no solo dar su distancia a otro punto, sino dar sus coordenadas.
- En los desarrollos igualar vectores con escalares. Hay que dejar claro que se sabe cuándo se manejan módulos (o componentes de un vector) y vectores. Hay que tener cuidado de evitar "encadenar igualdades" que realmente son igualdades distintas. No se puede indicar "q(v×B)" ya que el operador de producto vectorial implica vectores: se podría usar |q|vB como escalar.

2024-Modelo

B.3. a) El campo magnético en el interior de un solenoide es $B=\frac{\mu_0 N I}{l}$

En este caso N/l=250 espiras/m
Para t=3 s en la gráfica vemos que I=6 A, luego B(t=3 s)=$4\pi 10^{-7}\cdot 250\cdot 6=1{,}88\cdot 10^{-3}$ T
Vectorialmente $\vec{B}=1{,}88\cdot 10^{-3}\vec{k}\,T$
Para t=8 s en la gráfica vemos que I=10 A, luego B=$4\pi 10^{-7}\cdot 250\cdot 10=3{,}14\cdot 10^{-3}$ T
Vectorialmente $\vec{B}=3{,}14\cdot 10^{-3}\vec{k}\,T$
b) Como se indica que la espira está en el interior del solenoide, asumimos que hay flujo a través de toda su superficie. Como la superficie de la espira es perpendicular al eje z, y el eje z es la superficie de la espira, el ángulo que forman el campo magnético y el vector superficie es 0º.

$$\Phi=\int \vec{B}\,d\vec{s}=\int B\cdot ds\cdot\cos\theta=B\cdot S=B\cdot a^2$$

Se pide la intensidad de corriente, que obtenemos usando la ley de Ohm I=V/R, y la tensión la obtenemos utilizando la ley de Faraday

$$\varepsilon=\frac{-d\,\Phi}{dt}=-a^2\frac{dB}{dt}$$

Como en la gráfica vemos que la variación es uniforme por tramos, podemos plantear que la derivada es la pendiente de cada tramo recto $\frac{dB}{dt}=\frac{\Delta B}{\Delta t}=\mu_0\frac{N}{l}\frac{\Delta I}{\Delta t}$

Para t=3 s (en el tramo 0 a 5 s), $\frac{\Delta I}{\Delta t}=\frac{10}{5}=2\,A/s$, $I=\frac{-0{,}03^2\cdot 4\pi 10^{-7}250\cdot 2}{5}=-1{,}13\cdot 10^{-7}A$

Para t=8 s (en el tramo 5 a 10 s), $\frac{\Delta B}{\Delta t}=\frac{0}{5}=0\,T/s$, $I=\frac{-0{,}03^2\cdot\cdot 4\pi 10^{-7}250\cdot 0}{5}=0\,A$

En t=8 s el flujo no varía, no hay corriente inducida.

2023-Julio

B.3. a) Si el electrón no se desvía, la fuerza total que ejercen ambos conductores es nula, por lo que aplicando superposición, las fuerzas tienen sentidos opuestos. Como el punto está fuera del segmento que une ambos hilos, los sentidos de las corrientes son opuestos. Igualamos los módulos de fuerza de Lorentz usando expresión asociada a un hilo rectilíneo indefinido. Usamos subíndice 1 para el conductor con la corriente de 10 A en x=-0,1 m: la distancia d_1 al punto x=0,4 es 0,5 m, y la distancia d2 del conductor en x=0,1 m al punto x=0,4 m es 0,3 m.

$$|\vec{F}_1|=|\vec{F}_2|\Rightarrow \cancel{|q|}\cancel{v}B_1=\cancel{|q|}\cancel{v}B_2\Rightarrow\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1}=\frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2}\Rightarrow\frac{10}{0{,}5}=\frac{I_2}{0{,}3}\Rightarrow I_2=6\,A$$

El sentido de la corriente en el segundo conductor será hace el sentido negativo del eje y.

b) Usamos la expresión de la fuerza de Lorentz $\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})$

El campo lo calculamos por superposición $\vec{B}=\vec{B}_1+\vec{B}_2=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1}(\vec{u_{l1}}\times\vec{u_{r1}})+\frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2}(\vec{u_{l2}}\times\vec{u_{r2}})$

Para los hilos con sus posiciones y sentidos de corriente y el origen de coordenadas

$$\vec{u_{l1}}=\vec{j}\,;\vec{u_{r1}}=\vec{i}\,;\vec{u_{l2}}=-j\,;\vec{u_{r2}}=-\vec{i}$$

$$\vec{B}=\frac{4\pi 10^{-7}10}{2\pi 0{,}1}\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\0&1&0\\1&0&0\end{vmatrix}+\frac{4\pi 10^{-7}6}{2\pi 0{,}1}\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\0&-1&0\\-1&0&0\end{vmatrix}=2\cdot 10^{-6}(-10-6)\vec{k}=-3{,}2\cdot 10^{-5}\vec{k}\,T$$

Entre los dos hilos el sentido del campo es el mismo y se suman efectos.

$$\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})=-1{,}6\cdot 10^{-19}\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\0&2\cdot 10^{6}&0\\0&0&-3{,}2\cdot 10^{-5}\end{vmatrix}=1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 2\cdot 10^{6}\cdot 3{,}2\cdot 10^{-5}\vec{i}=1{,}02\cdot 10^{-17}\vec{i}\,N$$

2023-Junio-Coincidentes

A.3. a) Planteamos la expresión del flujo teniendo en cuenta que el campo magnético es uniforme en toda la superficie y el vector superficie de la espira forma un ángulo constante con el plano que contiene la espira. Llamamos L al lado de la espira, θ al ángulo que forma el vector superficie de la espira y el campo.

$$\Phi=\int\vec{B}\,d\vec{s}=\int B\cdot ds\cdot\cos\theta=B\cdot\cos\theta\int ds=B\cdot S\cdot\cos\theta=B\cdot L^2\cdot\cos\theta$$

Si el valor máximo del flujo es BL^2, igualando:

$1{,}6\cdot 10^{-2}=400\cdot 10^{-3}\cdot L^2\rightarrow L^2=0{,}04\rightarrow L=0{,}2$ m

Sabemos que gira con cierto periodo, describe un MCU y $\theta=\omega t+\varphi_0$.

Como el flujo es máximo para t=0, y $\cos(\varphi_0)=1\rightarrow\varphi_0=0$ rad

$\omega=2\pi/T=2\pi/0{,}5=4\pi$ rad/s

La expresión del flujo magnético en función del tiempo es

$$\Phi=1{,}6\cdot 10^{-2}\cdot\cos(4\pi t)[\Phi\,en\,Wb,t\,en\,s]$$

b) Aplicando la ley de Faraday $\varepsilon(t)=\frac{-d\Phi}{dt}=-1{,}6\cdot 10^{-2}4\pi\,sen(4\pi t)[\varepsilon\,en\,V,t\,en\,s]$

En t=1 s, $\varepsilon-1{,}6\cdot 10^{-2}4\pi\,sen(4\pi)=0\,V$

2023-Junio

B.3. a) $\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m}=\frac{q\vec{E}}{m}$

Necesitamos la masa del ion en kg que no es dato, pero sí el número de Avogadro. Usamos la relación $N_A\cdot u=1$ g $=10^{-3}$ kg $\rightarrow u=10^{-3}/6{,}02\cdot 10^{23}$

$$\vec{a}=\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 10^{3}\vec{i}}{4\cdot 10^{-3}/6{,}02\cdot 10^{23}}=2{,}41\cdot 10^{10}\vec{i}\,m/s^2$$

b) Si se aplica campo magnético habrá, además de la fuerza eléctrica, fuerza magnética que depende de la velocidad: calculamos la velocidad tras ser acelerado desde el reposo durante 20 μs con la aceleración del apartado a. Se trata de un MRU (si la velocidad alcanzada no es relativista)

$v=v_0+at=2{,}41\cdot 10^{10}\cdot 20\cdot 10^{-6}=4{,}82\cdot 10^{5}$ m/s (velocidad no relativista)

Para calcular la fuerza magnética utilizamos la expresión de Lorentz

$$\vec{F}_m=q(\vec{v}\times\vec{B})=1{,}6\cdot10^{-19}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 4{,}82\cdot10^{6} & 0 & 0\\ 0 & 0{,}6 & 0\end{vmatrix}=4{,}63\cdot10^{-14}\vec{k}\,N$$

La fuerza total será $\vec{F}=\vec{F}_e+\vec{F}_m=1{,}6\cdot10^{-16}\vec{i}+4{,}63\cdot10^{-14}\vec{k}\,N$

2023-Modelo

B.3. a) Llamando P al punto (0; -0,5; 0), se encuentra en el eje y entre los dos conductores, el primero I_1=3 A que pasa por el eje x, y el segundo I_2 que pasa por (0, -2, 0). El campo generado por cada uno de los conductores en dicho punto, aplicando la regla de la mano derecha (o matemáticamente $\vec{B}=\frac{\mu_0 I}{2\pi d}(\vec{u}_l\times\vec{u}_r)$) y teniendo en cuenta que ambas corrientes tienen el mismo sentido, tiene sentidos opuestos, de modo que para que sea nulo el módulo de los campos generado por ambos debe ser el mismo. Usando la expresión del módulo del campo generado por un conductor rectilíneo indefinido

$$B_1(P)=B_2(P)\Rightarrow\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1}=\frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2}\Rightarrow I_2=I_1\frac{d_2}{d_1}=3\cdot\frac{1{,}5}{0{,}5}=9\,A$$

b) Para calcular la fuerza utilizamos la expresión de Lorentz $\vec{F}_m=q(\vec{v}\times\vec{B})$

Primero calculamos el campo total usando superposición

$$\vec{B}_{total}=\vec{B}_1+\vec{B}_2=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1}\vec{k}+\frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2}\vec{k}=\frac{4\cdot\pi\cdot10^{-7}}{2\pi}\left(\frac{3}{2}+\frac{9}{4}\right)\vec{k}=7{,}5\cdot10^{-7}\vec{k}\,T$$

$$\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})=-1{,}6\cdot10^{-19}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 5\cdot10^{6} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 7{,}5\cdot10^{-7}\end{vmatrix}=6\cdot10^{-19}\vec{j}\,N$$

Para que el electrón, partícula cargada, experimente una fuerza nula al pasar por un punto en el que existe campo magnético, la velocidad debe ser paralela al campo magnético, en este caso paralela al eje z.

2022-Julio-Coincidentes

B.3. a) Planteamos la expresión del flujo teniendo en cuenta que el campo magnético es uniforme en toda la superficie y el vector superficie de la espira forma un ángulo constante con el plano xy que contiene la espira.

$$\Phi=\int\vec{B}\,d\vec{s}=\int B\cdot ds\cdot\cos\theta=B\cdot\cos\theta\int ds=B\cdot S\cdot\cos\theta=B\cdot L^2\cdot\cos\theta$$

En este caso concreto $\Phi=3\,sen\left(\frac{3\pi}{2}t\right)\cdot0{,}5^2\cdot\cos30^o\approx0{,}65\,sen\left(\frac{3\pi}{2}t\right)[\Phi\,en\,Wb,\,t\,en\,s]$

Su valor para t = 2 s $\Phi=0{,}65\,sen\left(\frac{3\pi}{2}\cdot2\right)=0\,Wb$

b) Aplicando la ley de Faraday $\varepsilon(t)=\frac{-d\Phi}{dt}=-0{,}65\frac{3\pi}{2}\cos\left(\frac{3\pi}{2}t\right)[\varepsilon\,en\,V,\,t\,en\,s]$

Su valor para t= 2 s $\varepsilon(t)=-0{,}65\frac{3\pi}{2}\cos\left(\frac{3\pi}{2}2\right)=3{,}06\,V$

Aplicando la ley de Ohm con módulos I=V/R=3,06/5=0,61 A

2022-Julio

B.3. Planteamos la expresión del flujo teniendo en cuenta que el campo magnético es uniforme en toda la superficie y el vector superficie de la espira es perpendicular al plano xy que contiene la espira. $\Phi=\int\vec{B}\,d\vec{s}=\int B\cdot ds\cdot\cos0^o=B\int ds=B\cdot S$

a) $\Phi=K\cdot t\cdot S=2\cdot10^{-3}\cdot t\cdot0{,}2^2=8\cdot10^{-5}t\,[\Phi\,en\,Wb,\,t\,en\,s]$

Para t=2 s, $\Phi=8\cdot10^{-5}\cdot2=1{,}6\cdot10^{-4}\,Wb$

Aplicando la ley de Faraday $\varepsilon(t)=\frac{-d\Phi}{dt}=-8\cdot10^{-5}\,V$

La fuerza electromotriz inducida es constante y para t=2 s vale -8·10^{-5} V

b) $\Phi=3\cdot10^{-3}\cos(3\pi t)\cdot S=3\cdot10^{-3}\cos(3\pi t)\cdot0{,}2^2=1{,}2\cdot10^{-4}\cos(3\pi t)[\Phi\,en\,Wb,t\,en\,s]$
Para t=2 s, $\Phi=1{,}2\cdot10^{-4}\cdot\cos(3\pi2)=1{,}2\cdot10^{-4}Wb$
Aplicando la ley de Faraday
$$\varepsilon(t)=\frac{-d\Phi}{dt}=-1{,}2\cdot10^{-4}\cdot3\pi\cdot(-sen(3\pi t))=1{,}13\cdot10^{-3}sen(3\pi t)[\varepsilon\,en\,V,t\,en\,s]$$
Para t=2 s $\varepsilon(t)=1{,}13\cdot10^{-3}sen(3\pi2)=0\,V$

2022-Junio-Coincidentes

A.3. a) El campo magnético que produce el conductor A en (0,-4, 0) m sobre el conductor B en (0, 4, 0) m está contenido en el plano yz perpendicular al eje x en el que circula la corriente.
El módulo del campo creado por un conductor rectilíneo indefinido es $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi d}$, estando la dirección y sentido fijada por la regla de la mano derecha, o matemáticamente $\vec{B}=\frac{\mu_0 I}{2\pi d}(\vec{u}_l\times\vec{u}_r)$
$$\vec{B}_B=\frac{4\pi10^{-7}2}{2\pi8}(\vec{i}\times\vec{j})=5\cdot10^{-8}\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\1&0&0\\0&1&0\end{vmatrix}=5\cdot10^{-8}\vec{k}\,T$$
b) Aplicando la ley de Laplace para calcular la fuerza del conductor A sobre el B tendríamos $\vec{F}_{AB}=I_B(\vec{l}\times\vec{B}_B)$ y sería atractiva ya que son conductores paralelos con corrientes en mismo sentido.
$$\frac{\vec{F}_{AB}}{l}=I_B(\vec{u}_l\times\vec{B}_B)=5\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\1&0&0\\0&0&5\cdot10^{-8}\end{vmatrix}=-2{,}5\cdot10^{-7}\vec{j}\,N/m$$
B.3. a) Solamente actúa la fuerza eléctrica (no consideramos la gravitatoria) y la energía mecánica se conserva. La energía potencial eléctrica se transforma en energía cinética.
La carga del ion Ag^+ es la carga del electrón. Damos solo el módulo de la velocidad, sería un vector en mismo sentido que el campo, que iría de potenciales mayores a menores.
$$E_m(A)=E_m(B)\Rightarrow E_p(A)=E_p(B)+E_c(B)\Rightarrow|\Delta E_p|=|q\Delta V|=\frac{1}{2}mv^2$$
$$1{,}6\cdot10^{-19}\cdot3\cdot10^3=\frac{1}{2}\cdot107{,}9\cdot1{,}66\cdot10^{-27}\cdot v^2$$
$$v=\sqrt{\frac{1{,}6\cdot10^{-19}\cdot3\cdot10^3}{0{,}5\cdot107{,}9\cdot1{,}66\cdot10^{-27}}}=7{,}32\cdot10^4 m/s$$
b) Como la fuerza magnética es perpendicular a la velocidad tiene efecto centrípeto. Igualamos módulo de fuerza magnética y fuerza centrípeta
$$|qvB|=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow R=\frac{mv}{|qB|}=\frac{107{,}9\cdot1{,}66\cdot10^{-27}\cdot7{,}32\cdot10^4}{1{,}6\cdot10^{-19}\cdot200\cdot10^{-3}}=4{,}1\cdot10^{-1}m$$

2022-Junio

A.3. a) Planteamos la expresión del flujo para obtener a partir de ella la fuerza electromotriz aplicando la ley de Faraday, y luego obtener la intensidad de corriente con la ley de Ohm
Como el campo magnético es uniforme en toda la superficie y el eje z es perpendicular al plano xy que contiene la espira.
$$\Phi=\int\vec{B}d\vec{s}=\int B\cdot ds\cdot\cos0^o=B\int ds=B\cdot S=B\cdot L\cdot x$$
Como se desplaza a velocidad constante $x=x_0+v\cdot t$, por lo que $\Phi(t)=B\cdot L\cdot(x_0+v\cdot t)$
Aplicando la ley de Faraday $\varepsilon(t)=\frac{-d\Phi}{dt}=-B\cdot L\cdot\frac{dx}{dt}=-B\cdot L\cdot v$
Aplicando la ley de Ohm con módulos I=V/R=BLv/R=0,4·0,2·2/0,5=0,32 A
El signo de la corriente estaría asociado al su sentido: aplicando la ley de Lenz, como la superficie aumenta y el flujo aumenta, la corriente inducida genera un campo que se opone a ese aumento, por lo que el campo inducido iría hacia z positivas, y el sentido de la corriente sería el contrario a las

agujas del reloj en el diagrama.

b) $\vec{F}_m = I(\vec{l}\times\vec{B}) = 0{,}32\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 0{,}2 & 0\\ 0 & 0 & -0{,}4\end{vmatrix} \Rightarrow \vec{F}_m = -2{,}56\cdot 10^{-2}\,\vec{i}\ N$

La fuerza va dirigida hacia x negativas: se opone al aumento del flujo que provoca el movimiento de la varilla hacia x positivas.

2022-Modelo

A.3. a) El campo magnético total lo calculamos por superposición. $\vec{B_{total}} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$

El módulo del campo creado por un conductor rectilíneo indefinido es $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$, estando la dirección y sentido fijada por la regla de la mano derecha, o matemáticamente $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}(\vec{u}_l \times \vec{u}_r)$

$$\vec{B}_1 = \frac{4\pi 10^{-7} 2}{2\pi 0{,}2}((-\vec{k})\times(-\vec{j})) = 2\cdot 10^{-6}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 0 & -1\\ 0 & -1 & 0\end{vmatrix} = -2\cdot 10^{-6}\,\vec{i}\ T$$

$$\vec{B}_2 = \frac{4\pi 10^{-7} 2}{2\pi 0{,}4}(\vec{k}\times(-\vec{i})) = 10^{-6}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 0 & 1\\ -1 & 0 & 0\end{vmatrix} = -10^{-6}\vec{j}\ T$$

$$\vec{B_{total}} = -2\cdot 10^{-6}\,\vec{i} - 10^{-6}\vec{j}\,T$$

b) Aplicando la ley de Laplace para calcular la fuerza del conductor 1 sobre el 2 tendríamos $\vec{F}_{12} = I_2(\vec{l}\times\vec{B}_1)$ y sería repulsiva ya que son conductores paralelos con corrientes en sentidos opuestos.

De manera análoga a apartado a), solo que ahora la distancia es $d = \sqrt{0{,}4^2 + 0{,}2^2} = 0{,}447\,m$

$$\vec{B}_1 = \frac{4\pi 10^{-7} 2}{2\pi 0{,}447}(-\vec{k}\times\frac{(0{,}4\,\vec{i} - 0{,}2\,\vec{j})}{0{,}447}) = 2\cdot 10^{-6}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 0 & -1\\ 0{,}4 & -0{,}2 & 0\end{vmatrix} = 2\cdot 10^{-6}(-0{,}2\,\vec{i} - 0{,}4\,\vec{j})\,T$$

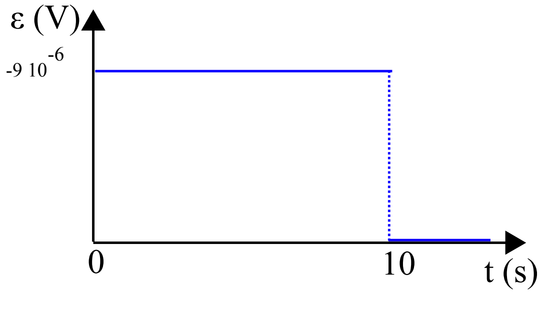
$$\frac{\vec{F}_{12}}{l} = I_2(\vec{u}_l \times \vec{B}_1) = 2\cdot 2\cdot 10^{-6}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 0 & 1\\ -0{,}2 & -0{,}4 & 0\end{vmatrix} = 1{,}6\cdot 10^{-6}\,\vec{i} - 0{,}8\cdot 10^{-6}\,\vec{j}\,N/m$$

B3. *Similar a 2008-Modelo-A1*

a) Mientras la espira entra en la región, como la velocidad es constante y el campo magnético uniforme, el flujo magnético aumenta de manera uniforme y la tensión y corriente inducida son también constantes

$$\Phi = B\,S = B(l\cdot x) = B\,l\,v\,t \Rightarrow \varepsilon = \frac{-d\Phi}{dt} = -B\,l\,v$$

$$\varepsilon = -10^{-3}\cdot 0{,}3\cdot 0{,}03 = -9\cdot 10^{-6}\,V$$



Como se pide una representación tenemos que saber lo que tarda la espira en penetrar en el campo, ya que una vez que haya entrado del todo no habrá variación de flujo ni fuerza electromotriz. Como describe un MRU t=e/v=0,3/0,03=10 s.

La representación gráfica de la fuerza electromotriz es un pulso rectangular de amplitud $9\cdot 10^{-6}$ V y 10 s de anchura.

b) $I_{máx} = \frac{|V_{máx}|}{R} = \frac{9\cdot 10^{-6}}{10} = 9\cdot 10^{-7}\,A$

El sentido de la corriente inducida es tal y que se opone al aumento de flujo magnético en la espira mientras ésta se adentra en la región, por lo que produce un campo magnético inducido de sentido opuesto y circula en el sentido de las agujas del reloj en el diagrama del enunciado.

2021-Julio

A.3. a) El campo magnético total lo calculamos por superposición. $\vec{B_{total}}=\vec{B}_1+\vec{B}_2+\vec{B}_3$

El módulo del campo creado por un conductor rectilíneo indefinido es $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi d}$, estando la dirección y sentido fijada por la regla de la mano derecha, o matemáticamente $\vec{B}=\frac{\mu_0 I}{2\pi d}(\vec{u}_l\times\vec{u}_r)$

$$\vec{B}_1=\frac{4\pi 10^{-7}2}{2\pi 2}(\vec{i}\times\vec{k})=2\cdot 10^{-7}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{vmatrix}=-2\cdot 10^{-7}\vec{j}\,T$$

$$\vec{B}_2=\frac{4\pi 10^{-7}2}{2\pi 2}(\vec{i}\times(-\vec{k}))=2\cdot 10^{-7}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1\end{vmatrix}=2\cdot 10^{-7}\vec{j}\,T$$

Se puede ver que los campos generados por conductores 1 y 2 se cancelan.

$$\vec{B_{total}}=\vec{B}_3=\frac{4\pi 10^{-7}3}{2\pi 2}(\vec{j}\times\vec{k})=3\cdot 10^{-7}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{vmatrix}=3\cdot 10^{-7}\vec{i}\,T$$

b) Aplicando la ley de Laplace para calcular la fuerza del conductor I_1 sobre el I_2 tendríamos $\vec{F}_{12}=I_2(\vec{l}\times\vec{B}_1)$ estaría dirigida hacia la izquierda en el diagrama.

De manera análoga al apartado a), pero ahora para distancia 4 m

$$\vec{B}_1=\frac{4\pi 10^{-7}2}{2\pi 4}(\vec{i}\times\vec{k})=2\cdot 10^{-7}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{vmatrix}=-10^{-7}\vec{j}\,T$$

Como la corriente en eje x es perpendicular a campo magnético en eje y, podemos plantear con módulos $F_{12}/l=I_2\cdot B_1=2\cdot 10^{-7}=2\cdot 10^{-7}$ N/m

De acuerdo al diagrama y el producto vectorial $\frac{\vec{F}}{l}=-2\cdot 10^{-7}\vec{k}\,N/m$

La fuerza sería atractiva: conductores paralelos con corriente en mismo sentido se atraen.

B.3. a) Para que los iones viajen en línea recta en el selector de velocidades la fuerza eléctrica y magnética se cancelan, por lo que podemos plantear, en módulos

$$|\vec{F}_e|=|\vec{F}_m|\Rightarrow|qE|=|qvB|\Rightarrow v=\frac{|E|}{|B|}=\frac{4{,}0\cdot 10^5}{2}=2{,}0\cdot 10^5\,m/s$$

b) En la segunda región solo existe fuerza magnética, que siempre es perpendicular a la velocidad y es centrípeta. Igualamos módulo de fuerza magnética y fuerza centrípeta

$$|q v B|=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow R=\frac{mv}{|qB|}=\frac{2{,}7\cdot 10^{-26}\cdot 2{,}0\cdot 10^5}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 5}=6{,}8\cdot 10^{-3}\,m$$

No se pide indicar hacia dónde se curva la trayectoria: se podría razonar que es hacia abajo (eje y negativo) en el diagrama del enunciado ya que es un ion positivo.

2021-Junio-Coincidentes

B.3. a) Usando la definición de flujo $\Phi=\int\vec{B}\,\vec{dS}$. En el interior de un solenoide podemos considerar que el campo magnético es uniforme y la superficie es equivalente a la superficie de su sección multiplicada por el número de vueltas. Por lo tanto $\Phi=B\cdot S=B\cdot N\cdot\pi\cdot r^2$

Enunciado es confuso ya que indica al tiempo "solenoide" y "espiras", y un solenoide tiene vueltas, no espiras. El caso de espiras próximas es distinto.

El campo magnético en el interior de un solenoide en función de la corriente es $B=\frac{\mu_0 N I}{l}$ (se puede deducir utilizando Ampère).

Combinando expresiones $I=B\cdot\frac{l}{\mu_0 N}=\frac{\Phi}{N\cdot\pi\cdot r^2}\frac{l}{\mu_0\cdot N}=\frac{50\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}5}{1000\cdot\pi\cdot 0{,}05^2\cdot 4\cdot\pi\cdot 10^{-7}\cdot 1000}=2{,}53\,A$

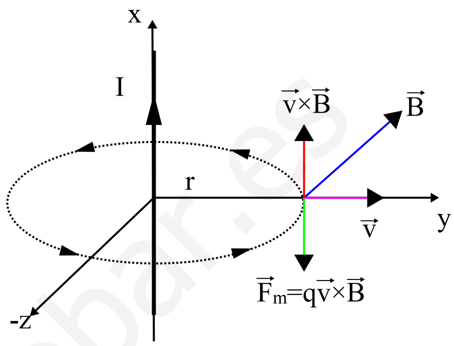
b) Usamos la ley de Faraday, $\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}$, que para el caso de una variación lineal de flujo (la corriente varía linealmente y el flujo depende linealmente de la corriente) se puede expresar como $\varepsilon=\frac{-\Delta\Phi}{\Delta t}$

Teniendo en cuenta que el flujo en este caso es a través de la espira de radio 2 cm, que es única.

$$\varepsilon=\frac{-\Delta\left(\frac{\mu_0 N I}{l}\pi r_{espira}^2\right)}{\Delta t}=-\frac{\mu_0 N}{l}\pi r_{espira}^2\frac{\Delta I}{\Delta t}=-\frac{4\pi 10^{-7}\cdot 1000}{0,5}\cdot\pi\cdot 0,02^2\cdot\frac{(0-2,53)}{5\cdot 10^{-3}}=1,60\cdot 10^{-3}\,V$$

2021-Junio

B.3. a) El campo magnético será un vector cuyo dirección y sentido se puede ver en el diagrama, de acuerdo a la regla de la mano derecha para un conductor indefinido, que es hacia z positivas, en el diagrama. Su módulo será



$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi d}=\frac{4\pi 10^{-7}\cdot 25}{2\pi 0,05}=10^{-4}T$

Por lo tanto $\vec{B}=10^{-4}\vec{k}\,T$

b) La fuerza magnética está asociada a la expresión de Lorentz

Como se indica que la velocidad es hacia y positivas:

$$\vec{F}_m=q(\vec{v}\times\vec{B})=-1,6\cdot 10^{-19}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 1000 & 0\\ 0 & 0 & 10^{-4}\end{vmatrix}\Rightarrow\vec{F}_m=-1,6\cdot 10^{-19}\cdot 10^{-1}\vec{i}=-1,6\cdot 10^{-20}\vec{i}\,N$$

2021-Modelo

B.3. a) Al ser la espira plana y campo uniforme $\Phi=\vec{B}\cdot\vec{S}=B\cdot S\cdot\cos\alpha$, y al ser campo magnético perpendicular al plano, ángulo es 0º. Tomamos eje x horizontal y llamamos x_0 a la posición inicial de la varilla, S=l·(x_0+vt). $\Phi=B\cdot S=0,5\cdot 0,2\cdot(x_0+v\cdot t)\Rightarrow\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=-0,1\cdot v$

Como la corriente se indica que es en sentido antihorario, al haber asumido vector superficie con mismo sentido que B, la corriente es negativa. También se puede plantear solo con módulos.

Si aplicamos la ley de Ohm $I=\frac{V}{R}\Rightarrow -0,1\cdot v=-1\cdot 2\Rightarrow v=20\,m/s$

Se pide dirección y sentido de la velocidad: en diagrama se ve que la corriente circula en sentido antihorario, luego está generando un campo inducido opuesto al externo, por lo que está intentando disminuir el flujo. Según la ley de Lenz eso implica que el flujo está aumentando, y por ello la varilla se mueve horizontalmente hacia la derecha en el diagrama.

b) Si queremos que la velocidad sea constante, la fuerza total debe ser nula. La fuerza magnética sobre la varilla, en la que la corriente circula verticalmente, aplicando la ley de Laplace $\vec{F}=I(\vec{l}\times\vec{B})$ estaría dirigida hacia la izquierda en el diagrama, oponiéndose al aumento de flujo. Aplicando la 2ª ley de Newton la fuerza que habría que hacer tendría sentido opuesto y su módulo sería el mismo que la fuerza magnética: F=I·l·B=1·0,2·0,5=0,1 N

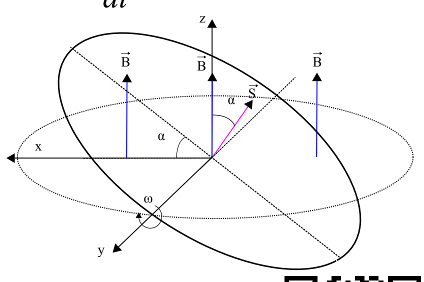
2020-Septiembre

B.3. Al ser la espira plana y campo uniforme $\Phi=\vec{B}\cdot\vec{S}=B\cdot S\cdot\cos\alpha$

a) Al estar en el plano xy, el ángulo es 0 y tenemos $\Phi=3\cdot t^2\cdot\pi\cdot r^2$ $\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=-6t\pi r^2$

Para t=7 ms $\Phi=3\cdot(7\cdot 10^{-3})^2\pi 0,06^2=1,66\cdot 10^{-6}\,Wb$

$\varepsilon=-6\cdot 7\cdot 10^{-3}\pi 0,06^2=-4,75\cdot 10^{-4}\,V$



b) Representamos la espira en el plano XY, el campo magnético en el eje Z, y giro es sobre eje Y según enunciado, según el sentido representado. Según el diagrama α=ωt+φ_0. Tomamos φ_0 =0 ya que en t=0 s la espira está en plano XY, por lo que α=ωt

$\Phi=B\cdot S\cdot\cos(\omega t)\quad \varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=-B\cdot S\cdot\omega\cdot(-sen\,\omega t)$

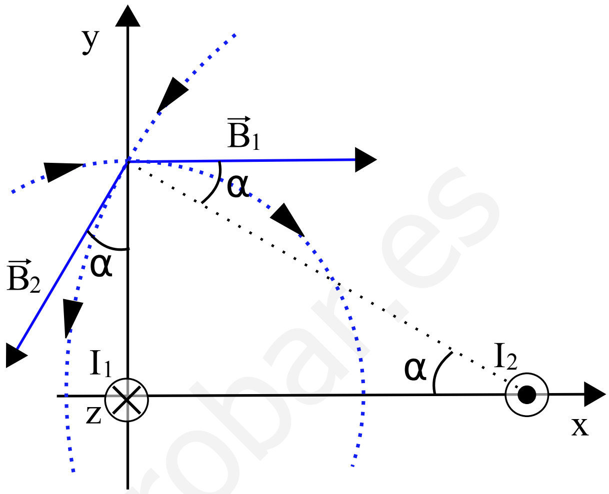
Para t=7 ms

$\Phi=8\cdot10^{-3}\cdot\pi\cdot0{,}06^2\cdot\cos(60\cdot7\cdot10^{-3})=8{,}26\cdot10^{-5}\,Wb$

$\varepsilon=8\cdot10^{-3}\cdot\pi\cdot0{,}06^2\cdot60\cdot sen(60\cdot7\cdot10^{-3})=2{,}21\cdot10^{-3}\,V$

2020-Julio-Coincidentes

A.3. a) Aplicando superposición, el campo magnético es la suma del campo creado por ambos conductores. Como ambos conductores son paralelos al eje z, el campo creado está en el plano xy. Realizamos un diagrama del plano xy y representamos dirección y sentido de campo usando regla de la mano derecha, siendo el módulo $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi d}$. La distancia de I_2 a (0,6) aplicando Pitágoras es $\sqrt{8^2+6^2}=10\,m$.



$B_1=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1}=\frac{4\pi10^{-7}\cdot3}{2\pi6}=10^{-7}\,T$

$B_2=\frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2}=\frac{4\pi10^{-7}\cdot5}{2\pi10}=10^{-7}\,T$

Descomponemos el vector B_2 según el ángulo α.

$B_{2x}=B_2\cdot sen(\alpha)=10^{-7}\cdot\frac{6}{10}=6\cdot10^{-8}\,T\quad B_{2y}=B_2\cdot\cos(\alpha)=10^{-7}\cdot\frac{8}{10}=8\cdot10^{-8}\,T$

Sumamos vectorialmente según diagrama

Vectorialmente $\vec{B}(0,6)=10^{-7}\vec{i}-6\cdot10^{-8}\vec{i}-8\cdot10^{-8}\vec{j}\,T=4\cdot10^{-8}\vec{i}-8\cdot10^{-8}\vec{j}\,T$

b) La fuerza es $\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})$. Al estar velocidad y campo en plano xy, fuerza estará en eje z.

$$\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})=-1{,}6\cdot10^{-19}\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\3\cdot10^4&0&0\\4\cdot10^{-8}&-8\cdot10^{-8}&0\end{vmatrix}=3{,}84\cdot10^{-22}\vec{k}\,N$$

2020-Julio

A.3. *(Similar a 2018-Junio-A3)*

Planteamos inicialmente de manera general el flujo, teniendo en cuenta que el campo magnético es uniforme en el eje z perpendicular al plano xy que contiene la espira.

$\Phi=\int\vec{B}\,d\vec{s}=\int B_0\cdot ds\cdot\cos0^o=B_0\int ds=B_0\cdot S=B_0\cdot L\cdot x$

Aplicando la ley de Faraday $\varepsilon(t)=\frac{-d\Phi}{dt}=-B_0\cdot L\cdot\frac{dx}{dt}$

a) Si se desplaza con velocidad constante, se trata de un MRU

$x=x_0+v\cdot t$, por lo que $\Phi(t)=B_0\cdot L\cdot(x_0+v\cdot t)$ y tenemos $\varepsilon(t)=-B_0 L v$

La expresión con valores numéricos es $\varepsilon(t)=-10^{-3}\cdot0{,}3\cdot10^2=-0{,}03\,V$

La fuerza electromotriz es constante, no varía con el tiempo.

b) Si se desplaza con aceleración constante, se trata de un MRUA, $x=x_0+v_0\cdot t+½\cdot a\cdot t^2$, siendo v_0=0 (parte del reposo), por lo que $\Phi(t)=B_0\cdot L\cdot(x_0+\frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2)$ y $\varepsilon(t)=-B_0\cdot L\cdot a\cdot t$

La expresión con valores numéricos es $\varepsilon(t)=-10^{-3}\cdot0{,}3\cdot5\cdot t=-1{,}5\cdot10^{-3}\cdot t\,[\varepsilon\,en\,V, t\,en\,s]$

Enunciado no pide indicar el sentido de la corriente inducida, pero usando Lenz dado que el flujo aumenta, el flujo inducido se opondría a dicho aumento, de modo que la corriente inducida sería en el sentido de las agujas del reloj en el diagrama del enunciado.

2020-Modelo

A. Pregunta 3.-

a) La fuerza total es $\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})+q\vec{E}$

$$\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})+q\vec{E}=-1{,}6\cdot10^{-19}\left(\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\2&0&0\\0&0&3\end{vmatrix}-\vec{i}\right)=-1{,}6\cdot10^{-19}(-6\vec{j}-\vec{i})=1{,}6\cdot10^{-19}\vec{i}+9{,}6\cdot10^{-19}\vec{j}\,N$$

b) La diferencia de potencial está asociada al campo eléctrico, que se indica que es uniforme.
El campo va dirigido hacia potenciales menores, por lo que el punto a mayo potencial sería (2,0,0).
En valor absoluto podemos plantear $|E|=\frac{|\Delta V|}{|\Delta x|}\Rightarrow|\Delta V|=|E|\cdot|\Delta x|=2V$
Si tomamos como referencia de potencial 0 V en el origen, el punto (2,0,0) estaría a 2 V.
Llamamos O al punto (0,0,0) y P al punto (2,0,0) m

$$W_{realizado\ por\ el\ campo,\,O\to P}=-\Delta E_p=-q\Delta V=-q(V(P)-V(O))=-(-1{,}6\cdot10^{-19})\cdot(2-0)=3{,}2\cdot10^{-19}J$$

El trabajo realizado por el campo eléctrico es positivo: se trata de un trabajo que aporta el campo, ya que es una carga negativa que va a potenciales mayores.
El campo magnético no realiza trabajo al ser la fuerza magnética perpendicular al desplazamiento.

2019-Julio-Coincidentes

A. Pregunta 3.-

a) Al ser el campo uniforme y la espira cuadrada de lado a, planteamos

$$\Phi=\int\vec{B}\cdot\vec{dS}=\int B_0\cdot ds\cdot\cos\theta=B_0\cdot\cos\theta\int ds=B_0\cdot S\cdot cos\theta=B_0\cdot a^2\cdot\cos\theta$$

Según diagrama $\theta=\omega t+\varphi_0$. Tomamos $\varphi_0=0$ ya que en t=0 s la espira está en plano xy, luego $\theta=\omega t$
Aplicando la ley de Faraday $\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=-B_0\cdot a^2\cdot\omega\cdot(-sen\,\omega t)$
La frecuencia angular es $\omega=10\frac{\cancel{rev}}{\cancel{min}}\frac{(2\pi rad)}{1\cancel{rev}}\cdot\frac{(1\cancel{min})}{60\,s}=\frac{\pi}{3}rad/S$
La fuerza electromotriz inducida es $\varepsilon(t)=0{,}3\cdot0{,}1^2\cdot\frac{\pi}{3}sen(\frac{\pi}{3}t)=\pi\cdot10^{-3}sen(\frac{\pi}{3}t)[\varepsilon\,en\,V,t\,en\,s]$
Usando la ley de Ohm $I(t)=\frac{V(t)}{R}=\frac{\pi}{12}\cdot10^{-3}sen(\frac{\pi}{3}t)[I\,en\,A,t\,en\,s]$
b) Se indica en enunciado que en este caso el campo magnético es paralelo al eje de giro y con sentido hacia y positivas. Usando la ley de Laplace $\vec{F}=I(\vec{l}\times\vec{B})$:
-En los lados paralelos al eje de giro, el producto vectorial de vectores paralelos será nulo y la fuerza será nula.
-En los lados perpendiculares al eje de giro:
El módulo de la fuerza será el mismo, de valor $|\vec{F}|=I\cdot l\cdot B=0{,}5\cdot0{,}1\cdot0{,}3=1{,}5\cdot10^{-2}N$
En el lado superior de la figura $\vec{l}=-0{,}1\vec{i}$, $\vec{F}=I(\vec{l}\times\vec{B})=0{,}5\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\-0{,}1&0&0\\0&0{,}3&0\end{vmatrix}=-1{,}5\cdot10^{-2}\vec{k}\,N$
En el lado inferior de la figura $\vec{l}=0{,}1\vec{i}$, $\vec{F}=I(\vec{l}\times\vec{B})=0{,}5\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\0{,}1&0&0\\0&0{,}3&0\end{vmatrix}=1{,}5\cdot10^{-2}\vec{k}\,N$

2019-Julio

B. Pregunta 3.-

a) Igualamos módulo de fuerza magnética y fuerza centrípeta

$$|qvB|=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow v=\frac{|qBR|}{m}=\frac{1{,}6\cdot10^{-19}\cdot5\cdot10^{-6}\cdot0{,}5}{9{,}1\cdot10^{-31}}=4{,}4\cdot10^5m/s$$

La velocidad está asociada a la energía cinética obtenida en la aceleración con la diferencia de potencial, en la que se ha conservado la energía mecánica

$$\Delta E_m=0\Rightarrow\Delta E_c=-\Delta E_p=-q\Delta V$$

Como parte del reposo, la variación de energía cinética es la energía cinética final
Usamos la expresión de energía cinética para velocidades no relativistas

$$E_c=-q\Delta V=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow\Delta V=\frac{-1}{2}\frac{m}{q}v^2=\frac{-1}{2}\frac{9,1\cdot10^{-31}}{1,6\cdot10^{-19}}(4,4\cdot10^5)^2=-0,55\,V$$

Un positrón tiene carga positiva +e y va hacia potenciales menores, por lo que la diferencia de energía potencial es negativa, y el incremento de energía cinética positiva.

b) La frecuencia angular es $\omega=\frac{v}{R}=\frac{|qB|}{m}=\frac{1,6\cdot10^{-19}\cdot5\cdot10^{-6}}{9,1\cdot10^{-31}}=8,79\cdot10^5\,rad/s$

2019-Junio-Coincidentes

B. Pregunta 3.-

a) La espira está el plano xy, y el campo magnético variable tiene componente en ejes x y z, y es uniforme en toda la espira, cuyo vector superficie es constante ($\vec{S}=S_{Total}\vec{k}$, $\vec{dS}=ds\vec{k}$).
Podemos plantear el flujo en unidades del SI (enunciado indica mT) de dos maneras equivalentes, en ambas se usa el cálculo del producto escalar: $\vec{v_1}\cdot\vec{v_2}=v_{1x}\cdot v_{2x}+v_{1y}\cdot v_{2y}+v_{1z}\cdot v_{2y}$:

1. Definición de flujo citando la integral

$$\Phi=\int\vec{B}d\vec{s}=\int(sen(\pi t)\vec{i}+\cos(\pi t)\vec{k})10^{-3}\cdot ds\,\vec{k}=\cos(\pi t)\int ds=\cos(\pi t)\cdot10^{-3}\cdot N\cdot S_{1\,vuelta}$$

2. Contemplando que el campo es uniforme en módulo, y que solo su orientación varía.

$$\Phi=\int\vec{B}d\vec{s}=\vec{B}\cdot\vec{S}=((sen(\pi t)\vec{i}+\cos(\pi t)\vec{k})10^{-3})\cdot(S\vec{k})=\cos(\pi t)\cdot10^{-3}N\cdot S_{1\,vuelta}$$

Si el conductor se enrolla 5 vueltas, la superficie total es 5 veces la de la superficie circular.

$0,25=5\cdot2\cdot\pi\cdot r\Rightarrow r=\frac{0,025}{\pi}\approx7,96\cdot10^{-3}m$ La superficie circular será $S_{1\,vuelta}=\pi r^2=2\cdot10^{-4}m^2$

El flujo es $\Phi(t)=\cos(\pi t)\cdot10^{-3}\cdot5\cdot2\cdot10^{-4}=10^{-6}\cos(\pi t)[\Phi\,en\,Wb,t\,en\,s]$

Para t=0,25 s es $\Phi(t=0,25\,s)=10^{-6}\cos(\pi\cdot0,25)=7,07\cdot10^{-7}Wb$

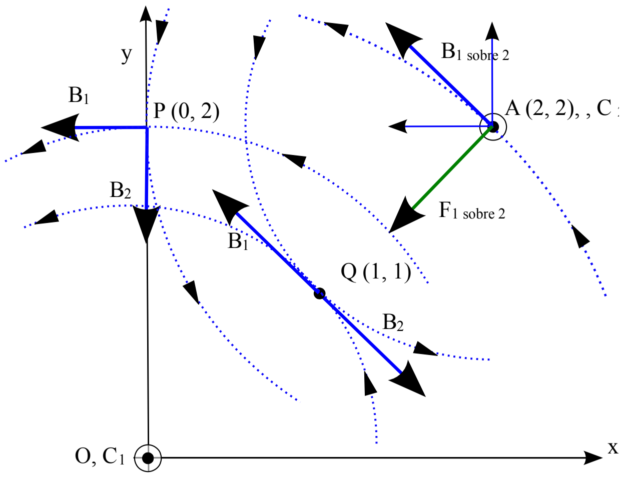
b) Aplicando la ley de Faraday $\varepsilon(t)=\frac{-d\Phi}{dt}=\pi10^{-6}sen(\pi t)[\varepsilon\,en\,V,t\,en\,s]$

La fuerza electromotriz para t=0,25 s es $\varepsilon(t=0,25\,s)=\pi10^{-6}sen(\pi0,25)=2,2\cdot10^{-6}V$

Utilizando la ley de Ohm $I=\frac{V}{R}=\frac{2,2\cdot10^{-6}}{10}=2,2\cdot10^{-7}A$

2019-Junio

A. Pregunta 3.-



a) Aplicando superposición, el campo magnético es la suma del campo creado por ambos conductores. Como ambos conductores son paralelos al eje z, el campo creado está en el plano xy.
Realizamos un diagrama del plano xy y representamos dirección y sentido de campo usando regla de la mano derecha, siendo el módulo $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi d}$. En este caso al coincidir corrientes y distancias el módulo es el mismo en ambos casos

$$B=\frac{4\pi10^{-7}5}{2\pi2\cdot10^{-2}}=5\cdot10^{-5}T$$

Vectorialmente $\vec{B}(P)=-5\cdot10^{-5}\vec{i}-5\cdot10^{-5}\vec{j}\,T$

En el punto Q de nuevo coinciden módulos, pero en este caso los vectores campo tienen sentidos opuestos por lo que el campo total en Q es nulo.

b) Para calcular la fuerza por unidad de longitud usamos la ley de Laplace $\vec{F}=I(\vec{l}\times\vec{B})$

Realizando el producto vectorial y representándolo en el diagrama, la fuerza será atractiva y dirigida hacia el origen.
Calculamos el módulo del campo creado por el conductor en el origen sobre el otro, que representa en el diagrama. La distancia entre ambos conductores es $d=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}\,cm$

El módulo global es $B=\frac{4\pi 10^{-7} 5}{2\pi 0{,}02\sqrt{2}}=3{,}53\cdot 10^{-5} T$

El módulo de la fuerza por unidad de longitud es $\frac{|\vec{F}|}{l}=I|\vec{B}|=5\cdot 3{,}53\cdot 10^{-5}=1{,}77\cdot 10^{-4} N/m$

El ángulo que forma será de 45º, por lo que sus componente x e y tendrán el mismo módulo.

$\frac{|\vec{F}|}{l}_x=1{,}77\cdot 10^{-4}\cdot\cos(45^o)=1{,}25\cdot 10^{-4} N/m$

Tomando signos del diagrama $\frac{\vec{F}}{l}=-1{,}25\cdot 10^{-4}\vec{i}-1{,}25\cdot 10^{-4}\vec{j} N/m$

Damos resultado como vector con coordenadas pero enunciado pide dirección y sentido: dirección recta que une ambos conductores, sentido atractivo, desde el segundo conductor hacia el origen.

2019-Modelo

A. Pregunta 3.-

a) *Como primer comentario se podría aclarar que enunciado habla de "Teorema de Ampère" pero debería decir "Ley de Ampère". Los teoremas, como el de Pitágoras, se demuestran, y una ley se comprueba mediante experimentación* La integral de línea de B (circulación) a lo largo de un camino cerrado depende únicamente de las corrientes encerradas por esa curva.

$\oint\vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\sum I$

Para decidir el signo de las corrientes encerradas (sentido opuesto cambia el signo) se utiliza la regla de la mano derecha: con los dedos en el sentido de integración, el pulgar señala las corrientes positivas.

b) El campo magnético generado por hilo conductor rectilíneo será un vector cuya dirección y sentido viene dada por la regla de la mano derecha (en este caso que corriente va hacia z negativas y en el punto (0,5,0) situado en el eje y el campo irá dirigido hacia x negativas), y su módulo

$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi d}=\frac{4\pi 10^{-7} 20\cdot 10^{-3}}{2\pi 5}=8\cdot 10^{-10} T$ Vectorialmente $\vec{B}=-8\cdot 10^{-10}\vec{i}\, T$

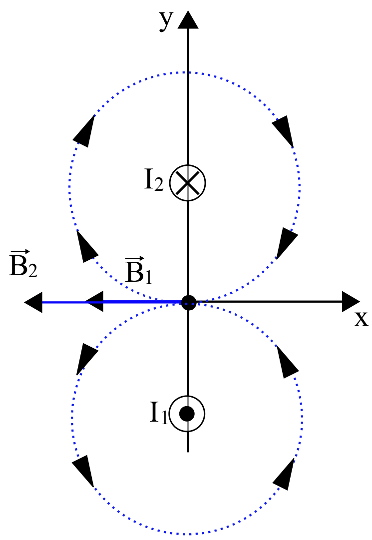
La fuerza magnética está asociada a la expresión de Lorentz

$$\vec{F}_m=q(\vec{v}\times\vec{B})=-1{,}6\cdot 10^{-19}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 10^5 & 0\\ -8\cdot 10^{-10} & 0 & 0\end{vmatrix}\Rightarrow\vec{F}_m=-1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot(-(-8\cdot 10^{-10}\cdot 10^5\vec{k}))N$$

$$\vec{F}_m=-1{,}28\cdot 10^{-23}\vec{k}\, N$$

2018-Julio

B. Pregunta 3.-



a) Si visualizamos en el plano z=0 mirando desde z positivas, la corriente I_1 será "saliente" hacia nosotros y la corriente I_2 "entrante" hacia el plano, ambas en el eje y, al igual que los puntos (0, 0, 0) y (0, 10 ,0) por los que se pregunta.

El campo magnético en (0, 0, 0) tendrá misma dirección y mismo sentido, y su módulo será la suma de módulos, por lo que planteamos como módulos.

$B=B_1+B_2\Rightarrow 2{,}8\cdot 10^{-4}=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1}+\frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2}$

Para (0, 0, 0) numéricamente $d_1=d_2=0{,}05$ m.

$\frac{2{,}8\cdot 10^{-4}\cdot 2\cdot\pi\cdot 0{,}05}{4\cdot\pi\cdot 10^{-7}}=30+I_2\Rightarrow I_2=70-30=40\, A$

Luego I_2=40 A.

El campo magnético en (0, 10, 0) tendrá misma dirección y mismo sentido, y su módulo será la resta de módulos, por lo que planteamos como módulos.

$$B=|B_2-B_1|=\left|\frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2}-\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1}\right|$$

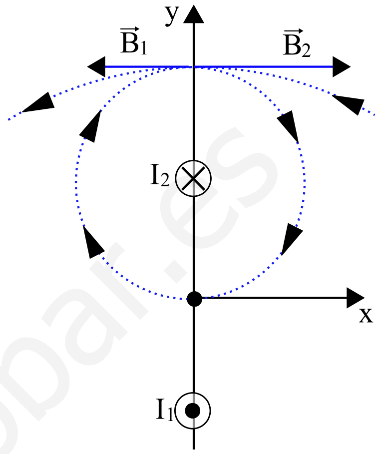
Para (0, 10, 0) numéricamente d_1=0,15 m, d_2=0,05 m.

Asumimos $B_2 > B_1$, si sale negativo será a la inversa, de cara a considerar el sentido del vector.

$$B=\frac{4\cdot\pi\cdot 10^{-7}}{2\pi}\left(\frac{40}{0{,}05}-\frac{30}{0{,}15}\right)=2\cdot 10^{-7}(800-200)=1{,}2\cdot 10^{-4}\,T$$

Vectorialmente tomando sentido del diagrama ya que $B_2 > B_1$

$$\vec{B}=1{,}2\cdot 10^{-4}\,\vec{i}\,T$$



b) El campo magnético que uno de los conductores sobre el otro (por enunciado el 2 sobre el 1) tiene de módulo $B_{21}=\frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_{21}}$

Utilizando la ley de Laplace, ya que corriente y campo son perpendiculares, el módulo de la fuerza pasa a ser

$$F=|I_1(\vec{l}\,x\,\vec{B}_{21})|=\frac{\mu_0\cdot l\cdot I_1 I_2}{2\pi d_{21}}$$. La distancia es 0,05+0,05=0,1 m.

El módulo por unidad de longitud será

$$\frac{F}{l}=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d_{21}}=\frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 30\cdot 40}{2\pi 0{,}1}=0{,}0024\,N/m$$

La dirección del vector fuerza será la línea que une ambos conductores (una recta paralela al eje y) y el sentido se puede razonar que al ser corrientes paralelas en sentidos opuestos es de “repulsión entre conductores”, por lo que en este caso será sobre I_1 hacia y negativas. Vectorialmente $\frac{\vec{F}}{l}=-0{,}0024\,\vec{j}\,N/m$

2018-Junio-coincidentes

B. Pregunta 3.-

a) El campo magnético en P será un vector cuya dirección y sentido viene dada por la regla de la mano derecha (en este caso que corriente va hacia x negativas el campo irá hacia z negativas), y su módulo

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi d}=\frac{4\pi 10^{-7}10}{2\pi 5}=4\cdot 10^{-7}T \quad \text{Vectorialmente} \quad \vec{B}=-4\cdot 10^{-7}\vec{k}\,T$$

b) La fuerza magnética está asociada a la expresión de Lorentz

$$\vec{F}_m=q(\vec{v}\times\vec{B})=3\cdot 10^{-3}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 4 & 4 & 0\\ 0 & 0 & -4\cdot 10^{-7}\end{vmatrix}\Rightarrow \vec{F}_m=3\cdot 10^{-3}\cdot(-16\cdot 10^{-7}\vec{i}-(-16\cdot 10^{-7}\vec{j}))\,N$$

$$\vec{F}_m=-48\cdot 10^{-10}\vec{i}+48\cdot 10^{-10}\vec{j}\,N$$

2018-Junio

A. Pregunta 3.-

Planteamos inicialmente de manera general el flujo, teniendo en cuenta que el campo magnético es uniforme en el eje z perpendicular al plano xy que contiene la espira.

$$\Phi=\int\vec{B}\,d\vec{s}=\int B_0\cdot ds\cdot\cos 0^o=B_0\int ds=B_0\cdot S=B_0\cdot b\cdot a$$

Aplicando la ley de Faraday $\varepsilon(t)=\frac{-d\Phi}{dt}=-B_0\cdot b\cdot\frac{d\,a}{dt}$

a) Si se desplaza con velocidad constante, se trata de un MRU (usamos “a_{acel}” para aceleración para que no se confunda con “a” que es una distancia, que usamos con esa letra ya que se nombra así en enunciado)

$a=a_0+v\cdot t$, por lo que $\Phi(t)=B_0\cdot b\cdot(a_0+v\cdot t)$ y $\varepsilon(t)=-B_0 b v$

Numéricamente para t=2 s

$\Phi(t=2\,s)=0{,}3\cdot 0{,}5\cdot(1+3\cdot 2)=1{,}05\,Wb$ y $\varepsilon(t=2\,s)=-0{,}3\cdot 0{,}5\cdot 3=-0{,}45\,V$

b) Si se desplaza con aceleración constante, se trata de un MRUA

$a=a_0+v_0\cdot t+½\cdot a_{acel}\cdot t^2$, siendo $v_0=0$ (parte del reposo), por lo que

$\Phi(t)=B_0\cdot b\cdot(a_0+\frac{1}{2}\cdot a_{acel}\cdot t^2)$ y $\varepsilon(t)=-B_0\cdot b\cdot a_{acel}\cdot t$

Numéricamente para t=2 s

$\Phi(t=2\,s)=0{,}3\cdot 0{,}5\cdot(1+0{,}5\cdot 2\cdot 2^2)=0{,}75\,Wb$ y $\varepsilon(t=2\,s)=-0{,}3\cdot 0{,}5\cdot 2\cdot 2=-0{,}6\,V$

Enunciado no pide indicar el sentido de la corriente inducida, pero usando Lenz dado que el flujo aumenta, el flujo inducido se opondría a dicho aumento, de modo que la corriente inducida sería en el sentido opuesto a las agujas del reloj en el diagrama del enunciado.

2018-Modelo

B. Pregunta 3.-

a) Llamamos x=d, tomamos x_0 = 0,1 m en la posición inicial de la varilla. L= 0,05 m es la longitud de la varilla entre los raíles.

$$\Phi=\int\vec{B}\,d\vec{s}=\int B\cdot ds\cdot\cos 0^o=B\int ds=B\,S=B\,L\,x$$

$$\Phi=B\,L(x_0+v\,t)=20\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}05\cdot(0{,}1+4t)=10^{-4}+4\cdot 10^{-3}\,t\,Wb$$

$$\varepsilon(t)=\frac{-d\,\Phi}{dt}=-4\cdot 10^{-3}\,V$$

Para t=0,2 s

$$\Phi=10^{-4}+4\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}2=9\cdot 10^{-4}\,Wb$$

Utilizando la ley de Ohm, no depende de t en este caso

$$I=\frac{V}{R}=\frac{-4\cdot 10^{-3}}{150}=-2{,}67\cdot 10^{-5}\,A$$

b) $\Phi=\int\vec{B}\,d\vec{s}=...=B\cdot S=B\cdot L\cdot d=5\cdot t^3\cdot 0{,}05\cdot 0{,}1=0{,}025\cdot t^3\,Wb$

$$\varepsilon(t)=\frac{-d\,\Phi}{dt}=-0{,}075\cdot t^2\,V$$

Para t=0,2 s

$$\Phi=0{,}025\cdot 0{,}2^3=2\cdot 10^{-4}\,Wb$$

Utilizando la ley de Ohm

$$I=\frac{V}{R}=\frac{-0{,}075\cdot 0{,}2^2}{150}=-2\cdot 10^{-5}\,A$$

Nota: se podría realizar un diagrama representando el sentido de la corriente inducida. Con el desplazamiento de la varilla y con el aumento de B aumenta el flujo, por lo que la corriente inducida se opone a ese aumento de flujo.

2017-Septiembre

B. Pregunta 3.-

a) La energía cinética adquirida al ser acelerada por una diferencia de potencial es igual a la energía potencial que pierde, ya que no hay fuerzas no conservativas y se conserva la energía mecánica.

$$\Delta E_m=0\Rightarrow\Delta E_c=-\Delta E_p=-q\,\Delta V$$

Una partícula alfa tiene carga positiva +2e y va hacia potenciales menores, por lo que la diferencia de energía potencial es negativa, y el incremento de energía cinética positiva, que son $5\cdot 10^3\cdot 2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}=1{,}6\cdot 10^{-15}$ J

Para calcular el módulo de la velocidad utilizamos la expresión de energía cinética para velocidades no relativistas $E_c=\frac{1}{2}m\,v^2\Rightarrow v=\sqrt{\frac{2\cdot E_c}{m}}=\sqrt{\frac{2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-15}}{6{,}68\cdot 10^{-27}}}=6{,}92\cdot 10^5\,m/s$

b) La fuerza magnética es un vector, cuya dirección y sentido viene dado por la ley de Lorentz: la fuerza estará contenida en el plano del diagrama de la figura, será siempre perpendicular al vector velocidad que es tangente a la trayectoria de la figura, y tendrá inicialmente sentido hacia arriba en la figura. (Se podría tomar un sistema de referencia y dar la fuerza con coordenadas).

El módulo se mantendrá constante, y sería $F=qvB=2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 6{,}92\cdot 10^5\cdot 0{,}3=6{,}64\cdot 10^{-14}$ N

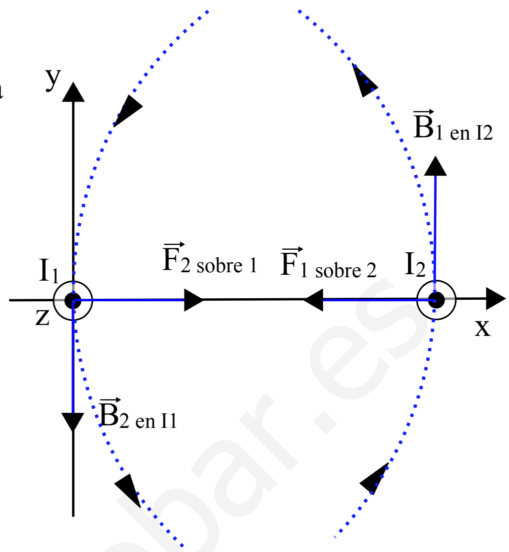
Para hallar el radio de curvatura, igualamos módulo de fuerza magnética y fuerza centrípeta

$$|q\,v\,B|=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow R=\frac{mv^2}{|qvB|}=\frac{6{,}68\cdot 10^{-27}\cdot(6{,}92\cdot 10^5)^2}{2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 6{,}92\cdot 10^5\cdot 0{,}3}=0{,}048\,m=4{,}8\,cm$$

2017-Junio-coincidentes

B. Pregunta 3.-

a) Realizamos un diagrama (damos dirección y sentido de manera cualitativa en el diagrama, se reutiliza por ejemplo el mismo de 2009-Septiembre-B2 y se puede elegir sistema de referencia y dar dirección y sentido con coordenadas) y asignamos dirección y sentido usando la regla de la mano derecha.



El módulo del campo creado por cada hilo en el otro es

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi d}=\frac{4\pi 10^{-7} I}{2\pi d}=2\cdot 10^{-7}\frac{I}{d}T$$

b) Para calcular el módulo de la fuerza, al ser campo y corriente perpendicular, podemos plantear

$$F=IlB\Rightarrow\frac{F}{L}=IB=2\cdot 10^{-7}\frac{I^2}{d}$$

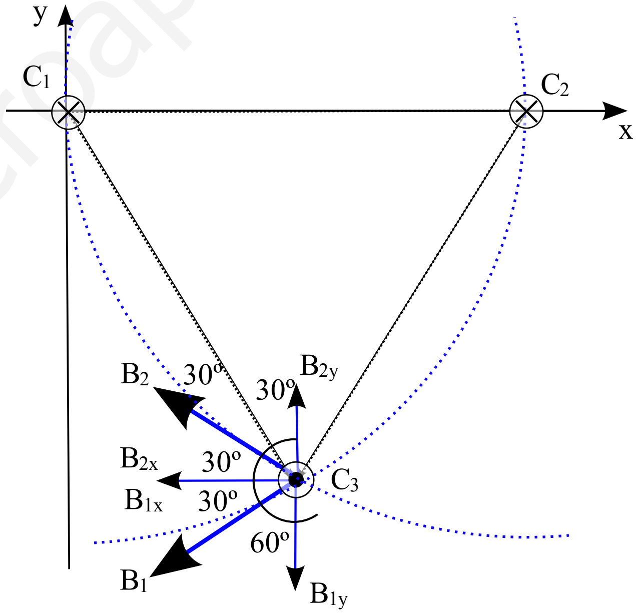
$$10^{-5}=2\cdot 10^{-7}\frac{5^2}{d}\Rightarrow d=\frac{50\cdot 10^{-7}}{10^{-5}}=0{,}5\,m$$

2017-Junio

A. Pregunta 3.-

>Ejercicio similar con triángulo equilátero de conductores en 2003-Modelo A2

a) La fuerza total sobre el conductor 3 la obtenemos a partir del campo magnético, que obtenemos por superposición. Representamos en diagrama el campo usando la regla de la mano derecha, y por simetría vemos que las componentes y se cancelan, y que la componente x es el doble de la asociada a cada uno.



El módulo del campo creado en C3 para cada uno de ellos

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi d}=\frac{4\pi 10^{-7} 5}{2\pi 0{,}1}=10^{-5}T$$

Vectorialmente según el diagrama

$$\vec{B}=-2\,B\cdot\cos(30^o)\vec{i}$$

$$\vec{B}=-1{,}73\cdot 10^{-5}\vec{i}\;T$$

La fuerza la podemos obtener vectorialmente utilizando la expresión $\vec{F}=I(\vec{l}\times\vec{B})$

Como se conductor y campo son perpendiculares podemos plantear

$$\frac{F}{l}=I_3\cdot B=5\cdot 1{,}73\cdot 10^{-5}=8{,}65\cdot 10^{-5}N/m$$

Vectorialmente (según sistema referencia el conductor C3 tiene sentido z positivos)

$$\frac{\vec{F}}{l}=-8{,}65\cdot 10^{-5}\vec{j}\,N/m$$

b) En el punto medio de C1 y C2 por superposición hay 3 contribuciones, pero los campos asociados a C1 y C2 se cancelan, y solamente hay que tener en cuenta la de C3, que aplicando la regla de la mano derecha va dirigida hacia x negativas.

La distancia será la altura del triángulo equilátero que es 0,1·cos(30º)

El módulo será $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi d}=\frac{4\pi 10^{-7}5}{2\pi 0{,}1\cdot\cos(30^o)}=1{,}15\cdot 10^{-5}T$

Vectorialmente $\vec{B}=-1{,}15\cdot 10^{-5}\vec{i}\,T$

B. Pregunta 3.-

a) Para que el movimiento sea rectilíneo y uniforme la fuerza total debe ser nula. La fuerza magnética debe anular la fuerza eléctrica, por lo que debe tener mismo módulo y dirección pero sentido opuesto.

$\vec{F}_m=-\vec{F}_e=-q\cdot\vec{E}=-1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot(-100\vec{j})=1{,}6\cdot 10^{-17}\vec{j}\,N$

La fuerza magnética está asociada a la expresión de Lorentz

$$\vec{F}_m=q(\vec{v}\times\vec{B})=1{,}6\cdot 10^{-19}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 5 & 0 & 0\\ 0 & B_y & B_z\end{vmatrix}\Rightarrow\vec{F}_m=8\cdot 10^{-19}\cdot(B_y\vec{k}-B_z\vec{j})N$$

Igualando ambas expresiones

$$B_y=0$$

$$1{,}6\cdot 10^{-17}=-8\cdot 10^{-19}B_z\Rightarrow B_z=\frac{1{,}6\cdot 10^{-17}}{-8\cdot 10^{-19}}=-20$$

b) Igualando módulo de fuerza magnética y fuerza centrípeta

$$|q\,v\,B|=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow R=\frac{mv^2}{|qvB|}=\frac{1{,}67\cdot 10^{-27}\cdot 5^2}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 5\cdot 20}=2{,}6\cdot 10^{-9}m$$

2017-Modelo

B. Pregunta 3.- Resolución idéntica a 2016-Modelo-B3

2016-Septiembre

A. Pregunta 3.-

a) Utilizando la ley de Faraday $\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}$

Como la variación es constante (la pendiente es una recta) podemos plantear cociente de incrementos $\varepsilon=\frac{-\Delta\Phi}{\Delta t}=\frac{-(0-12\cdot 10^{-6})}{60-0}=2\cdot 10^{-7}V$

b) Utilizando la definición de flujo y teniendo en cuenta que el campo magnético es constante y perpendicular al plano XY del circuito

$\Phi=\int\vec{B}\,d\vec{s}=...=BS$

Si llamamos L a la distancia entre raíles, la superficie la podemos expresar como $S=L\cdot(s_0+vt)$

Si utilizamos la ley de Faraday $\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=-BLv\Rightarrow 2\cdot 10^{-7}=-200\cdot 10^{-6}\cdot 0{,}1\cdot v\Rightarrow v=-10^{-2}m/s$

La velocidad es negativa reflejando que la superficie y el flujo disminuye con el tiempo

Enunciado no lo pide, pero se podría hacer una representación para reflejar el sentido de la corriente en el circuito, reflejando que se opone a la disminución del flujo.

2016-Junio

B. Pregunta 3.-

a)
$$\Phi=\int\vec{B}\,d\vec{s}=...=N\,BS\cos(\theta)=10\cdot 2\cdot\cos(3\pi t-\frac{\pi}{4})\pi 0{,}05^2\cos(30^o)$$
$$\Phi=0{,}136\cos(3\pi t-\frac{\pi}{4})[\Phi\,en\,Wb,t\,en\,s]$$

b) Utilizando la ley de Faraday

$$\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=0{,}136\cdot 3\pi\,sen(3\pi t-\frac{\pi}{4})=1{,}28\,sen(3\pi t-\frac{\pi}{4})[\varepsilon\,en\,V,t\,en\,s]$$

Para t=2 s $\varepsilon=1{,}28\,sen(3\pi 2-\frac{\pi}{4})=-0{,}905V$

Usando la ley de Ohm $I=\frac{V}{R}=\frac{1{,}28}{100}sen(3\pi t-\frac{\pi}{4})=0{,}0128\,sen(3\pi t-\frac{\pi}{4})[I\,en\,A,t\,en\,s]$

Para t=2 s $I=0{,}0128\,sen\left(3\pi 2-\frac{\pi}{4}\right)=-9{,}05\cdot 10^{-3}A$

2016-Modelo

B. Pregunta 3.-

Nota: el enunciado indica "Valor absoluto de la carga del electrón" como es habitual en los enunciados, pero erróneamente le asocia el signo negativo.

a) Los electrones de la barra metálica se mueven a la velocidad a la que se mueve la barra

$$\vec{F}_m=q(\vec{v}\times\vec{B})=-1{,}6\cdot 10^{-19}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 10^{-4}\end{vmatrix}\Rightarrow \vec{F}_m=-3{,}2\cdot 10^{-19}\cdot(-10^{-4}\vec{j})=3{,}2\cdot 10^{-23}\vec{j}\,N$$

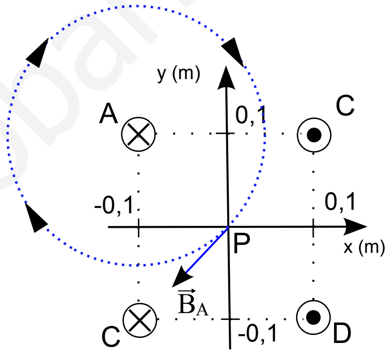
b) Para compensar la fuerza magnética el campo eléctrico tiene que realizar una fuerza opuesta a la anterior, $\vec{F}_m=-\vec{F}_e=-q\cdot\vec{E}\Rightarrow\vec{E}=\frac{-\vec{F}_m}{q}=\frac{-3{,}2\cdot 10^{-23}\vec{j}}{-1{,}6\cdot 10^{-19}}=2\cdot 10^{-4}\vec{j}\,N/C$

Como la carga es negativa, el campo eléctrico tiene sentido opuesto a la fuerza eléctrica.

2015-Septiembre

A. Pregunta 3.-

a) Realizamos un diagrama en el que utilizando la regla de la mano derecha vemos que el campo magnético generado por el conductor A tiene componente x e y negativas, y forma un ángulo de 45º con la horizontal.

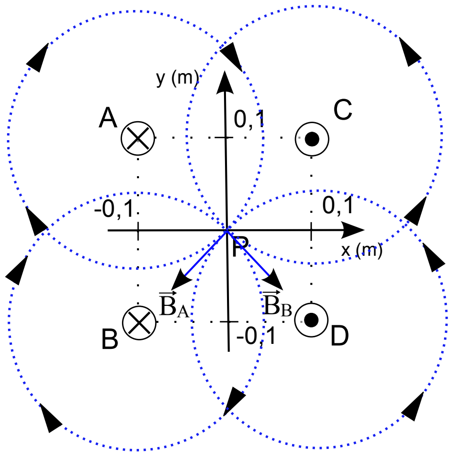


Su módulo es $B_A=\frac{\mu_0 I_A}{2\pi d_A}=\frac{4\pi 10^{-7}5}{2\pi\sqrt{0{,}1^2+0{,}1^2}}=7{,}07\cdot 10^{-6}T$

Indicamos sus componentes a partir del diagrama:

$\vec{B}_A=-B_A\cos(45^o)\vec{i}-B_A sen(45^o)\vec{j}=-5\cdot 10^{-6}\vec{i}-5\cdot 10^{-6}\vec{j}\,T$

b) Si representamos en el diagrama el campo creado por los cuatro conductores, se puede ver que por simetría (al coincidir distancias y valores de corriente) vectorialmente el campo creado por el conductor A y D coinciden, y el campo creado por conductor B y C también coinciden. El módulo de esos campos es el calculado en el apartado a). La simetría también permite ver que las componentes x se acaban cancelando, por lo que solamente habrá componente en el eje y.



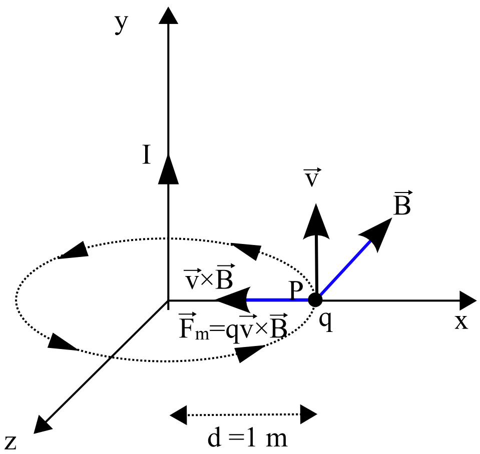
Sumando vectorialmente e indicando sus componentes a partir del diagrama:

$\vec{B}_{Total}=\vec{B}_A+\vec{B}_B+\vec{B}_C+\vec{B}_D=2\vec{B}_A+2\vec{B}_B=4B_{Ay}=-2\cdot 10^{-5}\vec{j}\,T$

2015-Junio-Coincidentes

A. Pregunta 3.-

a) Realizamos un diagrama en el que utilizando la regla de la mano derecha vemos que el campo magnético generado por el conductor en el punto del eje x va dirigido hacia z negativas.



Su módulo es $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi d}=\frac{4\pi 10^{-7}3}{2\pi 1}=6\cdot 10^{-7}T$

Vectorialmente a partir del diagrama

$\vec{B}=-B\vec{k}=-6\cdot 10^{-7}\vec{k}\,T$

La fuerza que experimenta la carga es

$$\vec{F}_m=q(\vec{v}\times\vec{B})=5\cdot 10^{-6}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 20 & 0\\ 0 & 0 & -6\cdot 10^{-7}\end{vmatrix}$$

$\vec{F}_m=5\cdot 10^{-6}\cdot 20\cdot(-6\cdot 10^{-7}\vec{i})=-6\cdot 10^{-11}\vec{i}\,N$

b) Para compensar la fuerza magnética el campo eléctrico tiene que realizar una fuerza opuesta a la anterior, $\vec{F}_e = -\vec{F}_m = 6\cdot 10^{-11}\vec{i}\ N$

A la carga a colocar en d/2 la llamamos Q; para que una carga situada en el eje x en posición d/2 = 0,5 m genere esa fuerza en el punto en el que está q, que es positiva, la carga a situar debe ser positiva. Utilizando la ley de Coulomb

$$F = K\frac{Qq}{r^2} \Rightarrow 6\cdot 10^{-11} = 9\cdot 10^9\cdot\frac{Q\cdot 5\cdot 10^{-6}}{0,5^2} \Rightarrow Q = \frac{6\cdot 10^{-11}\cdot 0,5^2}{5\cdot 10^{-6} 9\cdot 10^9} = 3,33\cdot 10^{-16}\, C$$

2015-Junio

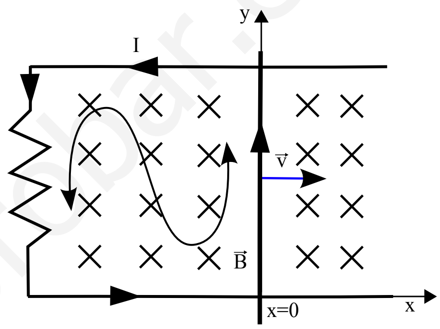
A. Pregunta 3.-

Cierta similitud a 2013-Junio-Coincidentes-B3 (aquí sí se aportan valores numéricos) y 2007-Modelo-A2 (aquí varía el sentido campo magnético).

a) Tomamos x = 0 m en la posición inicial de la varilla. Llamamos l = 0,02 m a la longitud de la varilla entre los raíles.

$$\Phi = \int \vec{B}\, d\vec{s} = ... = B\, S = B\, l\, x = B\, l(x_0 + v\, t) = 5\cdot 10^{-3}\cdot 0,02\cdot(x_0 + 0,2\, t) = 10^{-4} x_0 + 2\cdot 10^{-5} t\ Wb$$

$$\varepsilon(t) = \frac{-d\,\Phi}{dt} = -2\cdot 10^{-5}\, V$$



Nota: consideramos velocidad constante como indica el enunciado, no consideramos que la corriente inducida en presencia del campo genere una fuerza sobre la varilla que la frene.

b) Utilizando la ley de Ohm

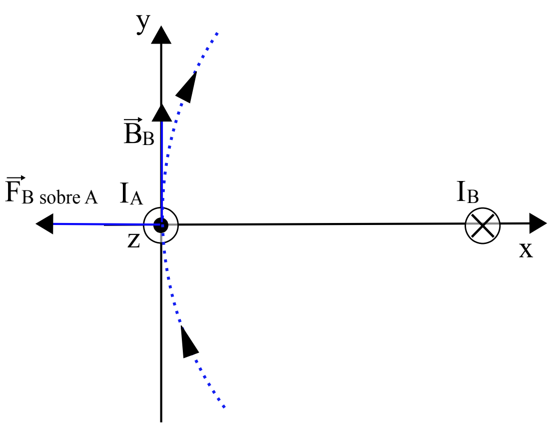
$$I = \frac{V}{R} = \frac{-2\cdot 10^{-5}}{4} = -5\cdot 10^{-6}\, A$$

Realizamos un diagrama representando el sentido de la corriente inducida. Con el desplazamiento de la varilla aumenta el flujo, por lo que la corriente inducida se opone a ese aumento de flujo.

2015-Modelo

B. Pregunta 3.-

Cierta similitud a 2011-Septiembre-A-Cuestión 3



a) Realizamos un diagrama en el que elegimos un sistema de referencia: tomamos el origen en el conductor A con la corriente dirigida hacia z positivas, el eje x une ambos conductores, ambos conductores paralelos al eje z y la corriente en el conductor B dirigida hacia z negativas. El plano que une ambos conductores es el plano xz.
Utilizando la regla de la mano derecha vemos que el campo magnético generado el conductor B en el A estará dirigido hacia y positivas. La fuerza la podemos obtener vectorialmente utilizando la expresión $\vec{F} = I(\vec{l}\times\vec{B})$ Le asignamos dirección y sentido mediante el diagrama. Utilizando la expresión para el campo creado por un hilo indefinido

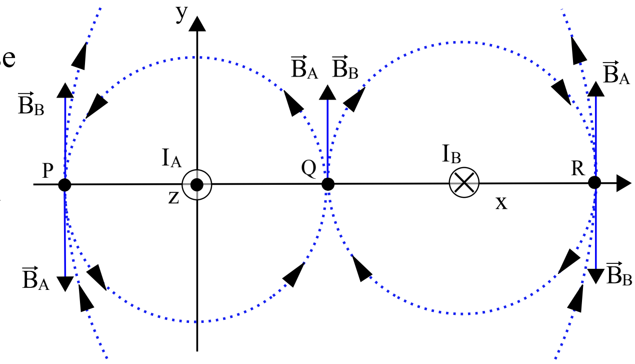
$$|\vec{F}_{B sobre A}| = I_A\cdot l\cdot B_B(en\ I_A) = I_A\cdot l\cdot\frac{\mu_0 I_B}{2\pi d}$$

$$\frac{|\vec{F}_{B sobre A}|}{l} = \frac{\mu_0 I_A I_B}{2\pi d} = \frac{4\pi 10^{-7}\cdot 1\cdot 2}{2\pi 0,25} = 1,6\cdot 10^{-6}\, N/m$$

Como se pide la fuerza para 2 m de conductor A, según el sistema de referencia elegido, y teniendo en cuenta que es repulsiva:

$$\vec{F}_B(sobre\ 2\, m\ conductor\ A) = 1,6\cdot 10^{-6}\cdot 2(-\vec{i}) = -3,2\cdot 10^{-6}\vec{i}\ N$$

b) Como los conductores tienen sentido de corriente opuesto, podemos razonar en qué zonas se podrá anular: representamos en el diagrama unos puntos P, Q y R. En el punto Q entre ambos conductores no se puede anular ya que ambos campos tienen el mismo sentido. En los puntos P y R, fuera de la zona entre ambos conductores, se pueden anular por tener sentidos opuestos, pero como la corriente B tiene mayor valor que la A, en el punto R el valor de B_B será siempre mayor que B_A y no se anulará, por lo que solamente es posible en el punto P.



Podemos plantear sin vectores, tomando signos del diagrama y llamando d a la distancia de A a P

$$B_B - B_A = 0 \Rightarrow \frac{\mu_0 I_B}{2\pi(d+0,25)} = \frac{\mu_0 I_A}{2\pi d} \Rightarrow I_A(d+0,25) = I_B d \Rightarrow d = \frac{0,25\cdot I_A}{I_B - I_A} = \frac{0,25\cdot 1}{2-1} = 0,25\,m$$

2014-Septiembre

A. Pregunta 3.-

a) La trayectoria es circular porque la fuerza magnética será siempre perpendicular a la velocidad y será centrípeta. Igualando módulo de fuerza magnética y fuerza centrípeta

$$|q\,v\,B| = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv^2}{|qvB|} = \frac{5\cdot 10^{-21}\cdot(300)^2}{1\cdot 10^{-11}\cdot 300\cdot 5\cdot 10^{-6}} = 0,03\,m$$

Como el movimiento es circular

$$v = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi\,0,03}{300} = 2\pi\cdot 10^{-4}\,s \approx 6,28\cdot 10^{-4}\,s$$

b) Para que el la carga no se desvíe la fuerza neta debe ser nula. Despreciando la fuerza de la gravedad tenemos que $\vec{F}_m + \vec{F}_e = 0 \Rightarrow \vec{F}_m = -\vec{F}_e \Rightarrow q(\vec{v}\times\vec{B}) = -q\vec{E}$

Utilizando los valores de vector velocidad (hacia x positivas) y vector campo magnético (hacia z positivas)

$$(\vec{v}\times\vec{B}) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 300 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5\cdot 10^{-6} \end{vmatrix} = -1,5\cdot 10^{-3}\vec{j}$$

Luego el campo eléctrico a aplicar tendría sentido opuesto y sería $\vec{E} = 1,5\cdot 10^{-3}\vec{j}\,N/C$

2014-Junio-Coincidentes

A. Pregunta 3.-

a) Al ser la trayectoria circular, velocidad y campo magnético son perpendiculares. Igualando módulo de fuerza magnética y fuerza centrípeta $|q\,v\,B| = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow |qB| = m\frac{v}{R}$

Teniendo en cuenta que coinciden B, masa y velocidad en ambos casos

$$\frac{B}{mv} = \frac{1}{|q|R} \Rightarrow |q_A|R_A = |q_B|R_B \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{|q_B|}{|q_A|}$$

Relacionando velocidad y periodo para una trayectoria circular $v = \frac{2\pi R}{T}$, y como la velocidad es constante, podemos plantear $\frac{2\pi R_A}{T_A} = \frac{2\pi R_B}{T_B} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{T_A}{T_B}$

Combinando las expresiones y teniendo que cuenta que $T_A = 2T_B$

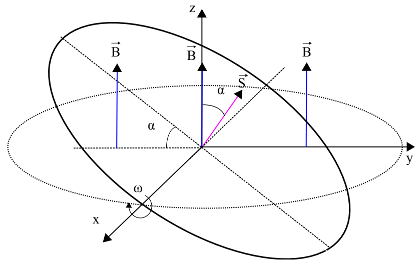
$$\frac{T_A}{T_B} = \frac{|q_B|}{|q_A|} \Rightarrow |q_A|\cdot 2\cdot T_B = |q_B|\cdot T_B \Rightarrow |q_B| = 2|q_A| = 2\cdot 3,2\cdot 10^{-19} = 6,4\cdot 10^{-19}\,C$$

b) $\frac{R_A}{R_B} = \frac{T_A}{T_B} \Rightarrow R_B = R_A\frac{T_B}{T_A} = R_A\frac{T_B}{2T_B} = \frac{R_A}{2} = 5\cdot 10^{-7}\,m$ *Validación: mismo |v| y $T_B < T_A \rightarrow R_B < R_A$*

Comentario: el dato de velocidad 1000 m/s del enunciado no se ha utilizado en la resolución.

2014-Junio

A. Pregunta 3.-



a) Representamos la espira en el plano XY, el campo magnético en el eje Z, y asumimos que el giro es sobre el eje X según el sentido representado.

$$\Phi=\vec{B}\cdot\vec{S}=B\cdot S\cdot\cos\alpha$$

Según el diagrama $\alpha=\omega t+\varphi_0$. Tomamos $\varphi_0=0$ ya que en t=0 s la espira está en plano XY, por lo que $\alpha=\omega t$

$$\varepsilon=\frac{-d\,\Phi}{dt}=-B\cdot S\cdot\omega\cdot(-sen\,\omega\,t)$$

El valor máximo será

$$|\varepsilon_{máx}|=B\cdot S\cdot\omega=3{,}6\cdot\pi\cdot0{,}02^2\cdot6\approx2{,}71\cdot10^{-2}\,V$$

Utilizando la ley de Ohm $I=V/R=2{,}71\cdot10^{-2}/3=9\cdot10^{-3}$ A = 9 mA

La corriente y fuerza electromotriz máxima se alcanza cuando la variación del flujo es máxima que es cuando el flujo de la espira es nulo, al incluir el plano de la espira el eje z, ya que con mínima variación de posición hay variación del flujo. Matemáticamente lo podemos ver en la expresión de la fem calculada en función de t, que ocurrirá cuando sen(ωt)=1, lo que ocurre cuando ωt=α sea múltiplos de π/2.

b) Sustituyendo en la expresión

$$\varepsilon(t=3\,s)=|\varepsilon_{máx}|\,sen(6\cdot3)\approx-2{,}04\cdot10^{-2}\,V$$

2014-Modelo

B. Pregunta 3.-

a) Para que el protón no se desvíe la fuerza neta debe ser nula. Despreciando la fuerza de la gravedad tenemos que $\vec{F}_m+\vec{F}_e=0\Rightarrow\vec{F}_m=-\vec{F}_e\Rightarrow q(\vec{v}\times\vec{B})=-q\vec{E}$

Como la velocidad es perpendicular al campo magnético que está en el eje x, la velocidad estará en el plano yz y a priori tendrá componentes v_y y v_z.

$$\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & v_y & v_z\\ -0{,}5 & 0 & 0\end{vmatrix}=-4\cdot10^3\vec{j}$$

$$-0{,}5\cdot v_z\vec{j}+0{,}5\cdot v_y\cdot\vec{k}=-4\cdot10^3\vec{j}\Rightarrow\begin{matrix}-0{,}5\cdot v_z=-4\cdot10^3\Rightarrow v_z=8\cdot10^3\,m/s\\ 0{,}5\cdot v_y=0\Rightarrow v_y=0\,m/s\end{matrix}$$

$$\vec{v}=8\cdot10^3\vec{k}\,m/s$$

b) La trayectoria es circular porque la fuerza magnética será siempre perpendicular a la velocidad y será centrípeta.

Igualando módulo de fuerza magnética y fuerza centrípeta

$$|q\,v\,B|=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow R=\frac{mv^2}{|qvB|}=\frac{1{,}67\cdot10^{-27}\cdot(8\cdot10^3)^2}{1{,}6\cdot10^{-19}\cdot8\cdot10^3\cdot0{,}5}=1{,}67\cdot10^{-4}\,m$$

El trabajo realizado por el campo magnético es nulo, ya que la fuerza magnética siempre es perpendicular a la trayectoria circular.

$$E_c=\frac{1}{2}m\,v^2=0{,}5\cdot1{,}67\cdot10^{-27}\cdot(8\cdot10^3)^2=5{,}3\cdot10^{-20}\,J$$

2013-Septiembre

B. Pregunta 5.-

a)

$$\vec{F}_{mA}=q(\vec{v}_A\times\vec{B})=3{,}2\cdot10^{-19}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ -10^3 & 10^3 & 0\\ 1 & 1 & 0\end{vmatrix}\Rightarrow\vec{F}_{mA}=3{,}2\cdot10^{-19}\cdot(-10^3\vec{k}-10^3\vec{k})=-6{,}4\cdot10^{-16}\vec{k}\,N$$

$$\vec{F}_{mB}=q(\vec{v}_B\times\vec{B})=3{,}2\cdot10^{-19}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ -10^3 & -10^3 & 0\\ 1 & 1 & 0\end{vmatrix}\Rightarrow\vec{F}_{mB}=3{,}2\cdot10^{-19}\cdot(-10^3\vec{k}+10^3\vec{k})=0\,N$$

b) La partícula que describe un movimiento circular es la A. La fuerza magnética es perpendicular a la velocidad y de módulo constante, por lo que será fuerza centrípeta y podemos sustituir

$$|\vec{F}_{magnética}|=|q(\vec{v}\times\vec{B})|=|qvB|$$

$$|\vec{v}_A|=\sqrt{(-10^3)^2+(10^3)^2}=\sqrt{2}\cdot10^3\,m/s$$

$$|\vec{B}|=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}\,T$$

$$|q\,v\,B|=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow R=\frac{mv^2}{|qvB|}=\frac{6{,}4\cdot10^{-27}\cdot(\sqrt{2}\cdot10^3)^2}{3{,}2\cdot10^{-19}\cdot\sqrt{2}\cdot10^3\cdot\sqrt{2}}=2\cdot10^{-5}\,m$$

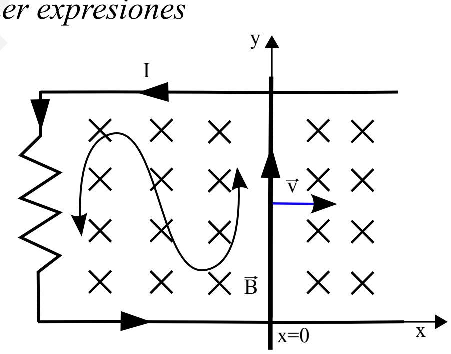
$$\omega=\frac{v}{R}=\frac{\sqrt{2}\cdot10^3}{2\cdot10^{-5}}=7\cdot10^7\,rad/s$$

2013-Junio-Coincidentes

B. Pregunta 3.-

Nota: el enunciado no aporta datos numéricos: se trata de obtener expresiones

a) Tomamos x = 0 m en la posición inicial de la varilla.
Consideramos L la longitud de la varilla entre los raíles (en el dibujo del enunciado hay una parte fuera de los raíles).



$$\Phi=\int\vec{B}\,d\vec{s}=...=B\,S=B\,L\,x=B\,L(x_0+vt)$$

$$\varepsilon(t)=\frac{-d\,\Phi}{dt}=-B\,L\,v$$

Utilizando la ley de Ohm $I=\frac{V}{R}=\frac{-B\,L\,v}{R}$

Realizamos un diagrama representando el sentido de la corriente inducida. Con el desplazamiento de la varilla aumenta el flujo, por lo que la corriente inducida se opone a ese aumento de flujo.

b) Se indica la fuerza externa que actúa sobre la varilla: si la velocidad es constante, la fuerza neta debe ser cero. Se podrían citar las fuerzas que actúan:

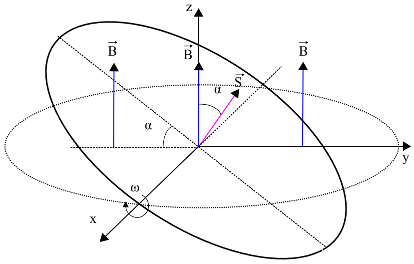
- Una fuerza asociada a que la corriente inducida en presencia del campo genera una fuerza. Esta fuerza frena la varilla, y su módulo sería $F=ILB=B^2L^2\frac{v}{R}$, por lo que vectorialmente sería

$$\vec{F}=-B^2L^2\frac{v}{R}\vec{i}$$

- Una fuerza aplicada sobre la varilla que consigue compensar la fuerza anterior de modo que la fuerza neta sea cero y la velocidad sea constante. Esta fuerza se puede considerar “externa” y la que pide el enunciado, que sería $\vec{F}_{externa}=B^2L^2\frac{v}{R}\vec{i}$

2013-Junio

A. Pregunta 2.-



a) Representamos la bobina (dibujo es 1 espira, serían 10 juntas) en el plano XY, el campo magnético en el eje Z, y asumimos que el giro es sobre el eje X según el sentido representado.

$\Phi=\vec{B}\cdot\vec{S}=B\cdot N\cdot S\cdot\cos\alpha$ Al tener una bobina de N espiras juntas, la superficie atravesada por el campo es N veces mayor y el flujo también lo es. El flujo por la bobina es N veces el flujo por 1 espira. El flujo máximo cuando el campo magnético es perpendicular tiene un valor de

B·N·S=0,04·10·π·$(0,2)^2$=0,016 π =0,05 Wb

b) Según el diagrama $\alpha=\omega t+\varphi_0$

φ_0 =0 ya que en t=0 s la espira está en plano XY, por lo que $\alpha=\omega t$

Pasamos las rpm a radianes por segundo, cada revolución son 2π radianes.

$$\omega=120\frac{\cancel{rev}}{\cancel{min}}\cdot\frac{2\pi\,rad}{1\,\cancel{rev}}\cdot\frac{1\,\cancel{min}}{60\,s}=4\,\pi\,rad/s$$

$$\varepsilon=\frac{-d\,\Phi}{dt}=-N\cdot B\cdot S\cdot\omega\cdot(-sen\,\omega\,t)=10\cdot 0{,}04\cdot\pi\cdot 0{,}2^2\cdot 4\,\pi\,sen(4\pi\,t)=0{,}064\,\pi^2\,sen(4\,\pi\,t)[V]$$

Para t=0,1 s, $\varepsilon=0{,}064\,\pi^2\,sen(4\,\pi\,0{,}1)=0{,}6\,[V]$

2013-Modelo

A. Pregunta 3.-

a) Al acercar el polo norte del imán a la espira, aumenta el flujo de campo magnético que atraviesa la espira en el sentido de avance de la espira. De acuerdo a la ley de Lenz, la corriente inducida se opondrá a este aumento de flujo, circulando en el sentido contrario a las agujas del reloj visto desde z positivas, por lo que cualitativamente esta corriente inducida hará que la espira genere un polo norte dirigido hacia z positivas.

b) Al alejar el polo sur del imán de la espira, disminuye el flujo de campo magnético que atraviesa la espira en el sentido de avance de la espira. De acuerdo a la ley de Lenz, la corriente inducida se opondrá a esta disminución de flujo, circulando en el sentido de las agujas del reloj visto desde z positivas, por lo que cualitativamente esta corriente inducida hará que la espira genere un polo norte dirigido hacia z negativas.

2012-Septiembre

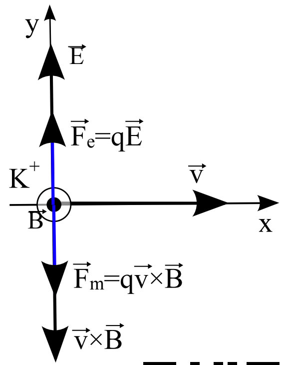
B. Pregunta 3.-

a) Si describe una trayectoria circular, el campo magnético es perpendicular a la velocidad en todo momento (la velocidad estará en el plano xy, perpendicular al eje z en el que está el campo magnético), por lo que la fuerza magnética será fuerza centrípeta, siempre perpendicular al vector velocidad. Igualamos módulos de las fuerzas: como velocidad y campo magnético son perpendiculares podemos sustituir $|\vec{F}_{magnética}|=|q(\vec{v}\times\vec{B})|=|qvB|$

Si el diámetro son 65 cm, R=0,65/2=0,325 m

$$|q\,v\,B|=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow m=\frac{R|qvB|}{v^2}=\frac{0{,}325\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 8\cdot 10^4\cdot 0{,}1}{(8\cdot 10^4)^2}=6{,}5\cdot 10^{-26}\,kg$$

Nota: una unidad de masa atómica son $1{,}66\cdot 10^{-27}$ kg, luego la masa de este ion son unas 39,16 u. El potasio tiene Z=19 y masa atómica 39,96 u.



b) Cuando la carga penetra la fuerza magnética está en el eje y dirigida hacia y negativas, como se puede razonar cualitativamente con el producto vectorial y el signo de la carga, o matemáticamente

$$\vec{F}_m=q(\vec{v}\times\vec{B})=1{,}6\cdot 10^{-19}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 8\cdot 10^4 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0{,}1\end{vmatrix}$$

$$\vec{F}_m=1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot(-8\cdot 10^4\cdot 0{,}1)\vec{j}=-1{,}28\cdot 10^{-15}\vec{j}\,N$$

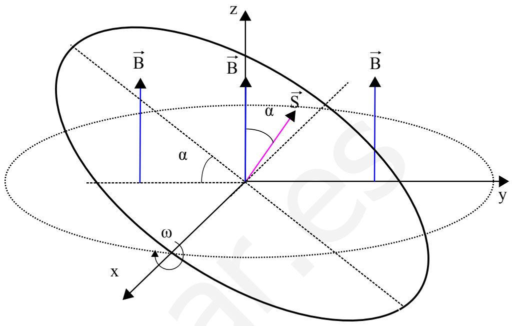
Para que no se desvíe el campo eléctrico debe realizar una fuerza en la misma dirección y sentido opuesto.

$$\vec{F}_e = q\vec{E} = -\vec{F}_m \Rightarrow \vec{E} = \frac{-F_m}{q} \Rightarrow \vec{E} = \frac{-1{,}28\cdot 10^{-15}}{-1{,}6\cdot 10^{-19}}\vec{j} = 8000\,\vec{j}\,[N/C\,ó\,V/m]$$

2012-Junio

B. Pregunta 3.-

a) Representamos la espira en el plano XY, el campo magnético en el eje Z, y asumimos que el giro es sobre el eje X según el sentido representado.



Según el diagrama $\alpha=\omega t+\varphi_0$

$\varphi_0=0$ ya que en t=0 s la espira está en plano XY, por lo que $\alpha=\omega t$

Pasamos las rpm a radianes por segundo, cada revolución son 2π radianes. $\omega = 50\frac{\cancel{rev}}{\cancel{min}}\cdot\frac{2\pi\,rad}{1\,\cancel{rev}}\cdot\frac{1\,\cancel{min}}{60\,s} = \frac{5}{3}\pi\,rad/s$

$$\Phi = \vec{B}\cdot\vec{S} = B\cdot S\cdot\cos\alpha = B\cdot S\cdot\cos\omega t$$

Para t= 2 s: $\Phi = 0{,}3\cdot\pi 0{,}1^2\cdot\cos\frac{5}{3}\pi 2 = -0{,}0015\pi\,Wb$

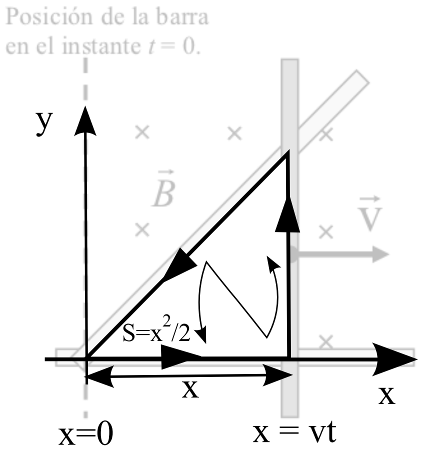
(No es el flujo máximo: en t=0 la espira es perpendicular al campo y el flujo es máximo, y pasados 2 segundos no se ha completado un número exacto de periodos $T=2\pi/\omega=6/5$ s = 1,2 s)

b) $\varepsilon = \frac{-d\Phi}{dt} = -B\cdot S\cdot\omega\cdot(-sen\,\omega t) = 0{,}3\cdot\pi\cdot 0{,}1^2\cdot\frac{5}{3}\pi\,sen(100\pi t) = 0{,}005\pi^2\,sen(\frac{5}{3}\pi t)[V]$

2012-Modelo

B. Pregunta 5.-

a) Según la ley de Faraday $e=-\frac{d\Phi}{dt}$, siendo el flujo $\Phi=\int\vec{B}\cdot d\vec{S}$, y como la superficie es plana y el campo es perpendicular a ella, $\Phi=B\cdot S\cdot\cos\theta = B\cdot S$. La superficie es la de un triángulo de altura igual a la base, x, pudiendo expresar el valor de x en función de la velocidad y el tiempo, si tomamos x = 0 en el vértice del triángulo, $x=v\cdot t$. Con lo que $S=\frac{x^2}{2}$



Por lo tanto $\Phi = B\cdot\frac{x^2}{2} = \frac{B\cdot v^2\cdot t^2}{2}$ y

$$e = \frac{-Bv^2}{2}\cdot 2t = -0{,}5\cdot 2{,}3^2 t = -2{,}645\cdot t\,[V]$$

$$e(t=15\,s) = -2{,}645\cdot 15 = -39{,}675\,V$$

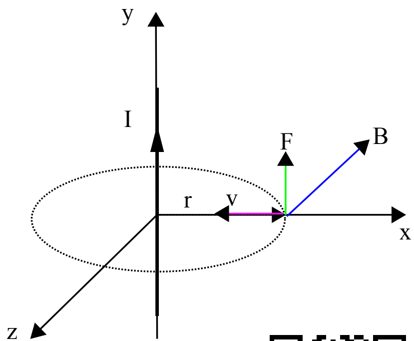
b) Según la ley de Lenz, la corriente se induce en un sentido que se opone al cambio de flujo que la origina. Como el flujo está aumentando, la corriente intentará disminuirlo, por lo que la corriente circulará en el sentido opuesto a las agujas del reloj, en el diagrama.

Utilizando la ley de Ohm, $I=\frac{V}{R}=\frac{-39{,}675}{5}=-7{,}935\,A$

2011-Septiembre-Coincidentes

A. Problema 2.-

a) Podemos razonar cualitativamente en el diagrama con la regla de la mano derecha que en el eje x el campo magnético estará dirigido hacia z negativas.



Matemáticamente es más claro usar la definición

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}(\vec{u}_l\times\vec{u}_r)$$

Corriente I hacia y positivas: $\vec{u}_l \times \vec{u}_r = (\vec{j} \times \vec{i}) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -\vec{k}$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}(-\vec{k}) = \frac{-4\pi 10^{-7} \cdot 10}{2\pi 0{,}05}\vec{k} = -4 \cdot 10^{-5}\vec{k}\,T$$

b) $$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) = -1{,}6 \cdot 10^{-19} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -10^5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \cdot 10^{-5} \end{vmatrix}$$

$$\vec{F} = -1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot (-(-10^5) \cdot (-4 \cdot 10^{-5}))\vec{j} = 6{,}4 \cdot 10^{-19}\vec{j}\,N$$

c) La fuerza magnética será fuerza centrípeta, será siempre perpendicular al vector velocidad.

$$|q\,v\,B| = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{m|v|}{|q\,B|} = \frac{9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 10^5}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 4 \cdot 10^{-5}} = 1{,}42 \cdot 10^{-2}\,m$$

d) Para que no se desvíe de su trayectoria, la fuerza debe ser nula. $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$, siendo la única manera de que sea nula el que los vectores campo y velocidad sean paralelos. Para que no se desvíe, la partícula se tiene que mover en la dirección del eje z, en cualquier sentido.

B. Cuestión 2.-

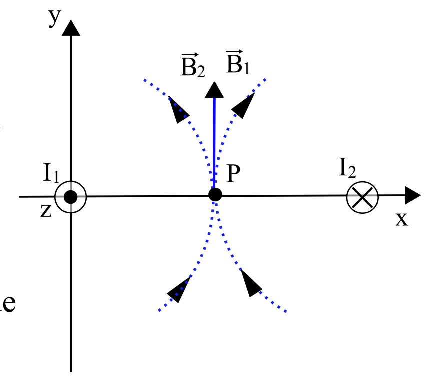
a) La fuerza magnética siempre es perpendicular a la velocidad, y por lo tanto siempre es transversal / centrípeta, no hay aceleración tangencial que varíe su módulo. Módulo de velocidad es constante.

b) Para que la fuerza magnética sobre una partícula cargada sea nula $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$, siendo la partícula cargada y el campo magnético no nulo, necesariamente o la velocidad es cero, o los vectores velocidad y campo son paralelos.

Cuando la fuerza no es nula, el ángulo entre velocidad y fuerza es siempre de 90º, ya que son perpendiculares. Como la fuerza siempre es perpendicular a la velocidad, se trata de una fuerza centrípeta, y describe una trayectoria circular.

2011-Septiembre

A. Cuestión 3.-

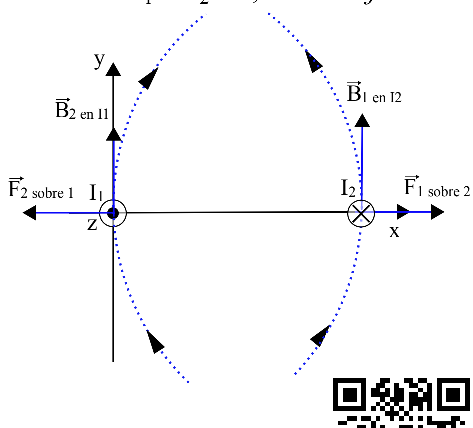


a) Realizamos un diagrama en el que elegimos un sistema de referencia: tomamos el origen en el primer conductor con la corriente dirigida hacia z positivas, el eje x une ambos conductores, ambos conductores paralelos al eje z y la corriente en el segundo conductor dirigida hacia z negativas.

Utilizando la regla de la mano derecha vemos que el campo magnético generado por ambos conductores estará dirigido hacia y positivas. Su módulo será el mismo por tener la misma intensidad de corriente ambos conductores y estar a la misma distancia

$$|\vec{B}_1| = |\vec{B}_2| = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi\frac{d}{2}} = \frac{4\pi 10^{-7} \cdot 2}{2\pi 0{,}15} = 2{,}67 \cdot 10^{-6}\,T$$

Utilizando el principio de superposición y sumando vectorialmente $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 5{,}34 \cdot 10^{-6}\vec{j}\,T$



b) Al tener las corrientes sentidos opuestos la fuerza será repulsiva, como se puede ver en el diagrama. De manera análoga al apartado a el módulo del campo magnético sobre un conductor generado por el otro es el mismo

$$|\vec{B}_1 en\, I_2| = |\vec{B}_2 en\, I_1| = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$$

La fuerza la podemos obtener vectorialmente para comprobar que es repulsiva utilizando la expresión $\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B})$, pero le asignamos dirección y sentido mediante el diagrama.

$$|\vec{F}_{1\,sobre\,2}|=I_2 \cdot l \cdot B_1(en\,I_2)=\frac{I_2 \cdot l \cdot \mu_0 I_1}{2\pi d}$$

$$\frac{|\vec{F}_{1\,sobre\,2}|}{l}=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}=\frac{4\pi 10^{-7}\cdot 2\cdot 2}{2\pi 0{,}3}=2{,}67\cdot 10^{-6}\,N/m$$

Las fuerzas son repulsivas entre ambos hilos, por lo que

$$\frac{\vec{F}_{1\,sobre\,2}}{l}=2{,}67\cdot 10^{-6}\vec{i}\,N/m \qquad \frac{\vec{F}_{2\,sobre\,1}}{l}=-2{,}67\cdot 10^{-6}\vec{i}\,N/m$$

B. Cuestión 2.-

a) Matemáticamente el flujo magnético a través de una superficie es $\Phi=\int \vec{B}\cdot d\vec{s}$ donde la integral está extendida a toda la superficie. En el SI se mide en Weber (Wb). Cualitativamente es una medida de la cantidad de líneas de campo magnético que atraviesan la superficie.

b) . En el caso habitual de que el campo sea uniforme en toda la superficie y la superficie sea plana, el flujo se simplifica como $\Phi=\vec{B}\cdot\vec{S}=B\,S\cos\alpha$.

El flujo será máximo si el coseno es 1, lo que ocurre si el ángulo es 0º; espira perpendicular al campo magnético y vector $\vec{S}$ paralelo al vector campo magnético $\vec{B}$.

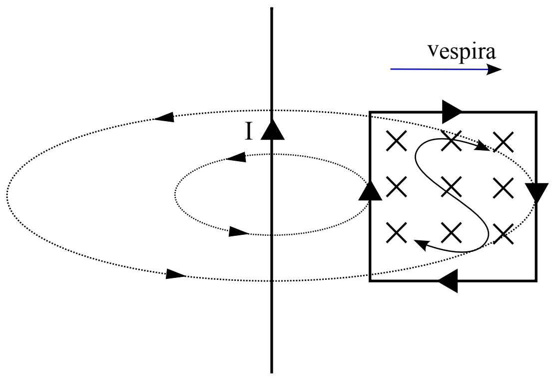
El flujo será cero cuando el coseno sea 0, lo que ocurre si el ángulo es 90º, espira paralela al campo magnético y vector $\vec{S}$ perpendicular al vector campo magnético $\vec{B}$.

<u>2011-Junio-Coincidentes</u>

A. Cuestión 3.-

a) Si la velocidad de la espira es paralela a la intensidad de corriente, el flujo del campo magnético que atraviesa la espira es constante, ya que el campo magnético creado por un conductor rectilíneo e indefinido varía con la distancia radial al conductor $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$. Según la ley de Faraday, al no haber variación de flujo, no hay corriente inducida.

b) Si la velocidad de la espira es perpendicular a la intensidad de corriente y alejándose de ella, el flujo del campo magnético que atraviesa la espira disminuye, ya que el campo creado por un conductor rectilíneo e indefinido disminuye al aumentar la distancia radial al conductor $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, por lo que por la ley de Lenz la corriente inducida intentará aumentar ese flujo. Como el flujo es entrante (× en diagrama según el sentido de la corriente I y la regla de la mano derecha), la corriente será en sentido horario en diagrama.



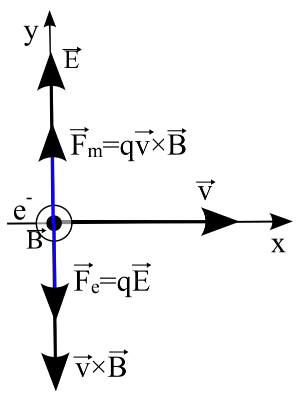
B. Problema 2.-

a) $\vec{E}=\frac{\vec{F}_e}{q}\Rightarrow \vec{F}_e=q\vec{E}=-1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 10^2\vec{j}=-1{,}6\cdot 10^{-17}\vec{j}\,N$

$$\vec{F}_e=m\vec{a}\Rightarrow \vec{a}=\frac{\vec{F}_e}{m}=\frac{-1{,}6\cdot 10^{-17}}{9{,}11\cdot 10^{-31}}\vec{j}=-1{,}75\cdot 10^{13}\vec{j}\,m/s^2$$

(No consideramos interacción gravitatoria)

b) Necesitamos que la fuerza esté dirigida hacia y positivas. Según la ley de Lorentz $\vec{F}_m=q(\vec{v}\times\vec{B})$. El vector inducción magnética tiene que estar dirigido hacia nosotros (diagrama), es decir hacia z positivas.

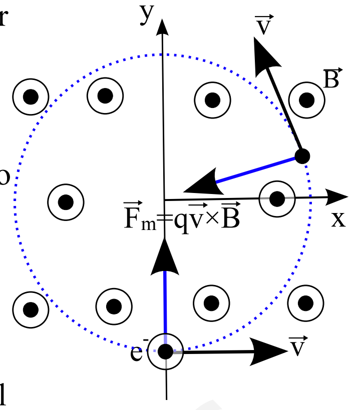


$$|\vec{F}_e|=|\vec{F}_m|\Rightarrow|\vec{F}_e|=q|\vec{v}||\vec{B}|\Rightarrow|\vec{B}|=\frac{|\vec{F}_e|}{q\,v}=\frac{1{,}6\cdot 10^{-17}}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 5\cdot 10^6}=2\cdot 10^{-5}\,T$$

$$\vec{B}=2\cdot 10^{-5}\vec{k}\,T$$

c) En las condiciones del apartado b la fuerza y la aceleración en el eje y es nula, por lo que es un MRU, luego el vector velocidad a la salida del condensador es el mismo que a la entrada

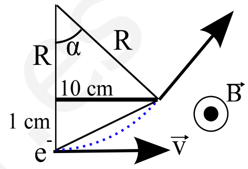
$\vec{v}=5\times10^6\vec{i}\,m\,s^{-1}$



d) La fuerza magnética será fuerza centrípeta, será siempre perpendicular al vector velocidad.

$$|q|vB=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow R=\frac{mv}{|q|B}=\frac{9{,}11\cdot10^{-31}\cdot5\cdot10^6}{1{,}6\cdot10^{-19}\cdot2\cdot10^{-5}}=1{,}42\,m$$

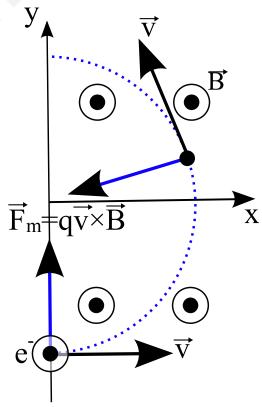
El radio es mucho mayor que la distancia del electrón a las placas cuando entra (d=1 cm), luego "en principio" sí chocará con ellas. Hay que comprobarlo: la trayectoria sería un arco de circunferencia, y la duda puede ser si el arco de circunferencia es lo suficientemente abierto o cerrado para que salve la anchura de placas L=10 cm. Para comprobarlo, calculamos el radio asociado a una circunferencia que pase por el punto inicial y el extremo derecho superior de la placa, y lo comparamos con el radio obtenido. Según el diagrama (no a escala), tenemos que $R^2=(R-0{,}01)^2+0{,}1^2$ $\rightarrow 0=-0{,}02R+0{,}01^2+0{,}1^2 \rightarrow$ R=0,505 m



Como el radio asociado a la curvatura debida al campo magnético es mayor que este valor, el electrón no chocará con la placa, saldrá sin tocar las placas.

2011-Junio

A. Problema 2.-



a) Según la ley de Lorentz $\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})$, como $\vec{v}=5\cdot10^3\vec{i}$ y $\vec{B}=10^{-2}\vec{k}$ y $\vec{i}\times\vec{k}=-\vec{j}$ tenemos que $\vec{F}=-1{,}6\cdot10^{-19}\cdot5\cdot10^3\cdot10^{-2}(-\vec{j})=8\cdot10^{-18}\vec{j}\,N$

b) La fuerza magnética será fuerza centrípeta, será siempre perpendicular al vector velocidad.

$$|q|vB=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow R=\frac{mv}{|q|B}=\frac{9{,}11\cdot10^{-31}\cdot5\cdot10^3}{1{,}6\cdot10^{-19}\cdot10^{-2}}=2{,}84\cdot10^{-6}\,m$$

c) $\omega=\frac{v}{R}=\frac{5\cdot10^3}{2{,}84\cdot10^{-6}}=1{,}76\cdot10^9\,rad/s$

Nota: aunque no se pide explícitamente ni se suele tratar en Bachillerato, la velocidad angular también se puede dar como vector, teniendo en cuenta que $\vec{v}=(\vec{\omega}\times\vec{r})$, por lo que sería $\vec{\omega}=1{,}76\cdot10^9\vec{k}\,rad/s$

d) La energía del electrón no varía porque el trabajo realizado por la fuerza magnética es nulo al ser perpendicular a la trayectoria en todo momento, por lo que después de penetrar la energía es igual a la energía cinética inicial $E_c=\frac{1}{2}mv^2=0{,}5\cdot9{,}11\cdot10^{-31}\cdot(5\cdot10^3)^2=1{,}14\cdot10^{-23}J$

2011-Modelo

A. Cuestión 3.-

Enunciado y solución muy similar a 2010-Modelo-A-Cuestión 3

a) Según la ley de Lorentz $\vec{F}=Q(\vec{v}\times\vec{B})$, por lo que utilizando la expresión matricial del producto vectorial $\vec{F}=Q\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\0&0&v_z\\B_x&B_y&B_z\end{vmatrix}=Q\cdot B_x\cdot v_z\vec{j}-Q\cdot B_y\cdot v_z\vec{i}\,[N\,si\,B\,y\,v\,en\,SI]$

b) Para que la velocidad sea constante, la aceleración será nula, por lo que la fuerza total será nula, y tendremos que $\vec{F}_{magnética}+\vec{F}_{eléctrica}=0\Rightarrow\vec{F}_{eléctrica}=-\vec{F}_{magnética}$

Como $\vec{F}_{eléctrica}=Q\vec{E}$, combinamos las expresiones y tendremos

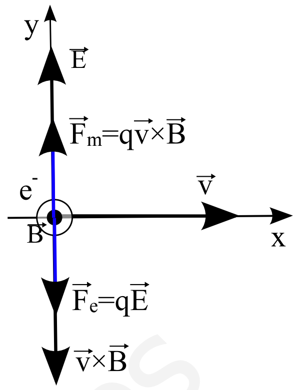
$$\vec{E}=\frac{-(Q\cdot B_x\cdot v_z\vec{j}-Q\cdot B_y\cdot v_z\vec{i})}{Q}=-B_x\cdot v_z\vec{j}+B_y\cdot v_z\vec{i}\,[N\,si\,B\,y\,v\,en\,SI]$$

B. Cuestión 2.-

Enunciado y solución muy similar a 2010-Modelo-B-Cuestión 2, 2007-Junio-Cuestión-4, 2007-Septiembre-Cuestión 4. Aquí se pide módulo de velocidad explícitamente, en otros velocidad, por lo que en otros no basta con módulo.

a) Si el campo magnético es perpendicular a la velocidad, según la ley de Lorentz tendremos que la fuerza será perpendicular a ambos, y estará en la dirección del campo eléctrico. Su módulo deberá ser igual al módulo de campo eléctrico, teniendo sentidos opuestos.

Realizamos un diagrama con sistema de referencia arbitrario, que también permitiría dar la velocidad como vector si se solicitase, pero el enunciado solamente pide módulo.



Nota: $\vec{F}_e+\vec{F}_m=0\Rightarrow\vec{F}_e=-\vec{F}_m=0\Rightarrow q\vec{E}=-q(\vec{v}\times\vec{B})$ *, pero ese signo menos simplemente indica que son opuestos, seguimos teniendo que representar y asignar sentido con* $\vec{F}=Q(\vec{v}\times\vec{B})$

$$|\vec{F}_m|=|\vec{F}_e|\Rightarrow|q\,v\,B|=|q\,E|\Rightarrow|v|=\frac{|E|}{|B|}=\frac{4\cdot10^5}{2}=2\cdot10^5\,m/s$$

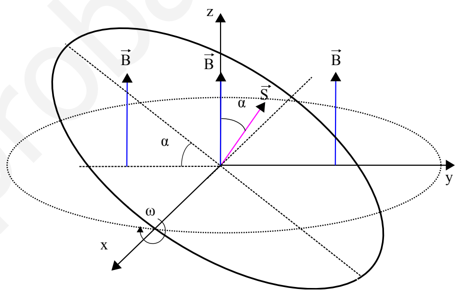
b) La fuerza magnética será fuerza centrípeta, será siempre perpendicular al vector velocidad.

$$|q\,v\,B|=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow R=\frac{m\,v}{|q\,B|}=\frac{9{,}1\cdot10^{-31}\cdot2\cdot10^5}{1{,}6\cdot10^{-19}\cdot2}=5{,}69\cdot10^{-7}\,m$$

B. Problema 2.-

$$\alpha=\omega t+\varphi_0$$

$$\Phi=\vec{B}\cdot\vec{S}=B\cdot S\cdot\cos\alpha\Rightarrow\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=B\cdot S\cdot\omega\cdot sen(\omega t+\varphi_0)$$



a) Vemos en la figura que la fuerza electromotriz es periódica con T= 0,02 s, y un valor máximo de 0,5 V, luego

$$f=\frac{1}{T}=\frac{1}{0{,}02}=50\,Hz\,;\omega=2\pi f=100\pi\,rad/s\quad,$$

$$B\cdot S\cdot\omega=\varepsilon_{máx}\Rightarrow B=\frac{\varepsilon_{máx}}{S\,\omega}=\frac{0{,}5}{\pi\,0{,}05^2\,100\pi}=0{,}203\,T$$

b) $\varepsilon(t=0\,s)=0\Rightarrow\varphi_0=arcsen(0)=0\,ó\,\pi\,rad$

Como vemos que la pendiente de la fuerza electromotriz inducida en t=0 es positiva,

$$\frac{d\varepsilon(t)}{dt}=B\,S\,\omega^2\cos(\omega t+\varphi_0)\Rightarrow Para\,t=0\,s\,;\,B\,S\,\omega^2\cos(\varphi_0)>0\Rightarrow\varphi_0\,debe\,ser\,0\,rad$$

La expresión del flujo de campo magnético a través de la espira en función del tiempo es

$$\Phi(t)=B\cdot S\cdot\cos(\omega t+\varphi_0)=0{,}203\cdot\pi\,0{,}05^2\cos(100\pi t)=1{,}59\cdot10^{-3}\cos(100\pi t)[\Phi\,en\,Wb\,,t\,en\,s]$$

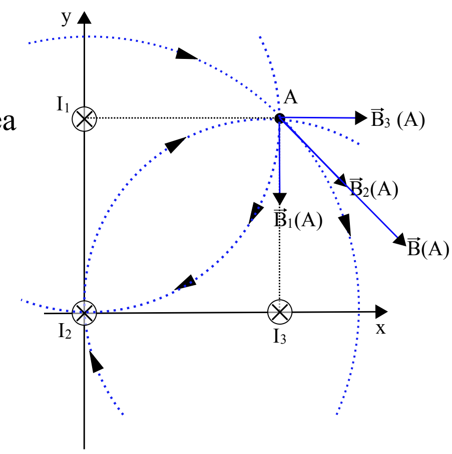
2010-Septiembre-Fase General

A. Problema 2.-

a) Tomamos como sistema de referencia el origen en I_2, el eje x en el segmento que une I_2 e I_3, y el eje y en el sentido que une I_2 e I_1. El eje z sería perpendicular al papel y dirigido hacia afuera.

Utilizando el principio de superposición

$$\vec{B}(A)=\vec{B}_1(A)+\vec{B}_2(A)+\vec{B}_3(A)$$



La dirección y sentido de los vectores la podemos conocer utilizando la regla de la mano derecha para una corriente rectilínea e indefinida, y por trigonometría deducir sus componentes.

Matemáticamente es más claro usar la definición

$$\vec{B}=\frac{\mu_0 I}{2\pi d}(\vec{u}_l\times\vec{u}_r)$$

Corriente I_1: $\vec{u}_l\times\vec{u}_r=(-\vec{k}\times\vec{i})=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\0&0&-1\\1&0&0\end{vmatrix}=-\vec{j}$)

$$\vec{B}_1(A)=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}(-\vec{j})=\frac{-4\pi10^{-7}\cdot10\cdot10^{-3}}{2\pi0{,}5}\vec{j}=-4\cdot10^{-9}\vec{j}\,T$$

Corriente I_2: $r_2=\sqrt{0{,}5^2+0{,}5^2}=0{,}5\sqrt{2}$ m.

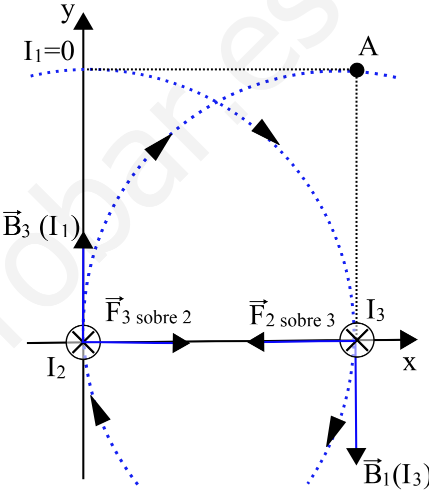
$$\vec{u}_l \times \vec{u}_r = -\vec{k} \times \frac{(0{,}5\vec{i}+0{,}5\vec{j})}{0{,}5\sqrt{2}} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & -1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{vmatrix} = \frac{-1}{\sqrt{2}}\vec{j} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i}$$

$$\vec{B}_2(A) = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}\frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{i}-\vec{j}) = \frac{4\pi 10^{-7}\cdot 10\cdot 10^{-3}}{2\pi 0{,}5\sqrt{2}\sqrt{2}}(\vec{i}-\vec{j}) = 2\cdot 10^{-9}\vec{i} - 2\cdot 10^{-9}\vec{j}\,T$$

Corriente I_3: $\vec{u}_l \times \vec{u}_r = (-\vec{k}\times\vec{j}) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \vec{i}$

$$\vec{B}_3(A) = \frac{\mu_0 I_3}{2\pi d}\vec{i} = \frac{4\pi 10^{-7}\cdot 10\cdot 10^{-3}}{2\pi 0{,}5}\vec{i} = 4\cdot 10^{-9}\vec{i}\,T$$

El campo total es $\vec{B}(A) = 6\cdot 10^{-9}\vec{i} - 6\cdot 10^{-9}\vec{j}\,T$



b) Si $I_1=0$, se trata de la fuerza por unidad de longitud entre los conductores 2 y 3

Primero calculamos el módulo, y mediante un diagrama (también es posible matemáticamente utilizando la expresión $\vec{F} = I(\vec{l}\times\vec{B})$), determinamos su dirección y sentido

$$|\vec{F}_{2 sobre 3}| = I_3\cdot l\cdot B_2(en\, I_3) = \frac{I_3\cdot l\cdot \mu_0 I_2}{2\pi d}$$

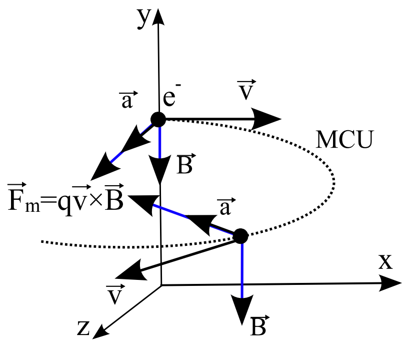
$$\frac{|\vec{F}_{2 sobre 3}|}{l} = \frac{\mu_0 I_2 I_3}{2\pi d} = \frac{4\pi 10^{-7}\cdot 5\cdot 10^{-3}\cdot 10\cdot 10^{-3}}{2\pi 0{,}5} = 2\cdot 10^{-11}\,N/m$$

Las fuerzas son atractivas entre ambos hilos, por lo que

$$\frac{\vec{F}_{2 sobre 3}}{l} = -2\cdot 10^{-11}\vec{i}\,N/m \qquad \frac{\vec{F}_{3 sobre 2}}{l} = 2\cdot 10^{-11}\vec{i}\,N/m$$

B. Problema 1.-

a) Para calcular la aceleración utilizamos la segunda ley de Newton $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$, para lo que necesitamos conocer la fuerza resultante. Despreciando la fuerza gravitatoria, la única fuerza sería la magnética, según la ley de Lorentz $\vec{F} = q(\vec{v}\times\vec{B})$.



Utilizando la expresión matricial del producto vectorial

$$\vec{F} = -1{,}6\cdot 10^{-19}\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4\cdot 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & -0{,}8 & 0 \end{vmatrix} = 5{,}12\cdot 10^{-15}\vec{k}\,N$$

$$\vec{a} = \frac{5{,}12\cdot 10^{-15}}{9{,}1\cdot 10^{-31}}\vec{k} = 5{,}63\cdot 10^{15}\vec{k}\,m/s^2$$

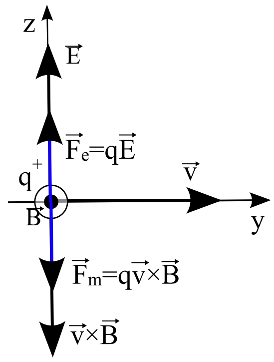
Además de dar la aceleración gráficamente en el diagrama, al dar la aceleración como vector estamos dando implícitamente módulo, dirección y sentido, pero como se piden explícitamente por separado, se indica: módulo es $5{,}63\cdot 10^{15}$ m/s^2 , dirección eje z, y sentido hacia z positivas.

b) $E_c = \frac{1}{2}m v^2 = 0{,}5\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot(4\cdot 10^4)^2 = 7{,}28\cdot 10^{-22}\,J$

La fuerza magnética será centrípeta al ser siempre perpendicular al vector velocidad,

$$|q\,v\,B| = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{m\,v}{|q\,B|} = \frac{9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 4\cdot 10^4}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 0{,}8} = 2{,}84\cdot 10^{-7}\,m$$

2010-Septiembre-Fase Específica
A. Problema 1.-



a) Para que no sea desviado de su trayectoria, la fuerza magnética tiene que tener la misma dirección y sentido opuesto que la fuerza eléctrica. Según la ley de Lorentz $\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})$, luego la velocidad tendrá que ser perpendicular al campo magnético ($\vec{B}=0{,}6\,\vec{i}\,T$) y al campo eléctrico ($\vec{E}=3\cdot10^5\vec{k}\,N/C$), por lo que la velocidad tendrá la dirección del eje y, tal y como se indica en el enunciado.
Utilizando la expresión matricial del producto vectorial para la fuerza magnética e igualando con la fuerza eléctrica

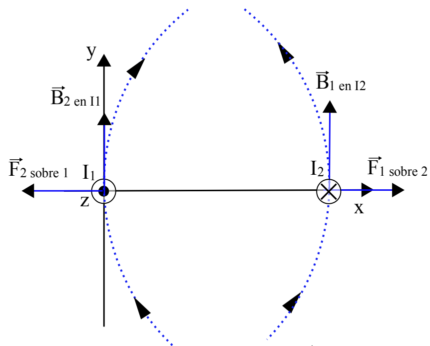
$$q(\vec{v}\times\vec{B})=-q\vec{E}\Rightarrow\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & v & 0\\ 0{,}6 & 0 & 0\end{vmatrix}=-3\cdot10^5\vec{k}\Rightarrow-0{,}6v=-3\cdot10^5\Rightarrow v=\frac{3\cdot10^5}{0{,}6}=5\cdot10^5\,m/s$$

Vectorialmente $\vec{v}=5\cdot10^5\vec{j}\,m/s$

b) Si la velocidad, campo eléctrico y campo magnético tienen misma dirección y sentido, pero la carga es negativa en lugar de positiva, la dirección de las fuerzas es la misma pero el sentido opuesto. La fuerza magnética en este caso estaría dirigida hacia z positivas y la fuerza eléctrica hacia z negativas. Como la fuerza magnética depende de la velocidad pero no la fuerza eléctrica, y la velocidad es menor que la que conseguía que ambas fuerzas se igualasen, será mayor la fuerza eléctrica y la partícula se desviará hacia z negativas.

$$\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m}=\frac{q}{m}((\vec{v}\times\vec{B})+\vec{E})=\frac{q}{m}(-0{,}6\cdot10^3+3\cdot10^5)\vec{k}=\frac{q}{m}\cdot2{,}99\cdot10^5\vec{k}\,m/s^2,\ siendo\ \frac{q}{m}<0\ para\ electrón$$

B. Cuestión 2.-
a) Realizamos un diagrama colocando ambos conductores sobre el eje x, y el sentido de la corriente del primer conductor I1 hacia z positivas. Se puede razonar en el diagrama, utilizando la regla de la mano derecha para determinar el sentido del campo magnético que un conductor genera sobre el otro y la expresión $\vec{F}=I(\vec{l}\times\vec{B})$ que el sentido de la segunda corriente tiene que ser opuesto a la primera para que la fuerza sea repulsiva.



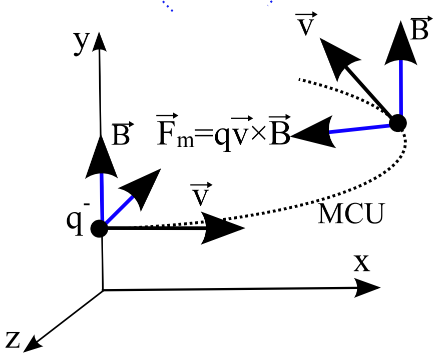
$$|\vec{F}_{1\,sobre\,2}|=I_2\cdot l\cdot B_1(en\,I_2)=\frac{I_2\cdot l\cdot\mu_0 I_1}{2\pi d}$$

$$Como\ I_1=I_2=I$$

b) $$\frac{|\vec{F}_{1\,sobre\,2}|}{l}=\frac{\mu_0 I^2}{2\pi d}\Rightarrow6\cdot10^{-9}=\frac{4\pi10^{-7}\cdot5I^2}{2\pi0{,}12}$$

$$I=\sqrt{\frac{6\cdot10^{-9}\cdot2\pi0{,}12}{4\pi10^{-7}}}=0{,}06\,A$$

B. Problema 2.-



a) Despreciando la fuerza gravitatoria, la única fuerza sería la magnética, según la ley de Lorentz $\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})$. Utilizando la expresión matricial del producto vectorial

$$\vec{F}=-2{,}85\cdot10^{-9}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 2{,}25\cdot10^6 & 0 & 0\\ 0 & 0{,}9 & 0\end{vmatrix}=-5{,}77\cdot10^{-3}\vec{k}\,N$$

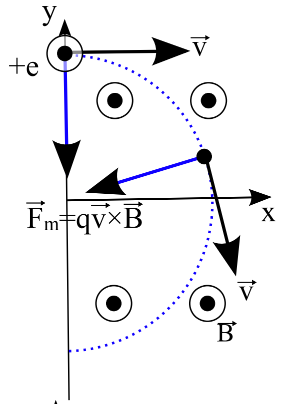
Dando la fuerza como vector estamos dando implícitamente módulo, dirección y sentido, pero como se piden explícitamente por separado, se indica: módulo es $5{,}77\cdot10^{-3}$ N, dirección eje z, y sentido hacia z negativas.

b) La fuerza magnética será centrípeta al ser siempre perpendicular al vector velocidad,

$$|q\,v\,B|=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow R=\frac{m\,v}{|q\,B|}=\frac{4\cdot10^{-16}\cdot2{,}25\cdot10^6}{2{,}85\cdot10^{-9}\cdot0{,}9}=0{,}35\,m$$

2010-Junio-Coincidentes

B. Problema 2.-



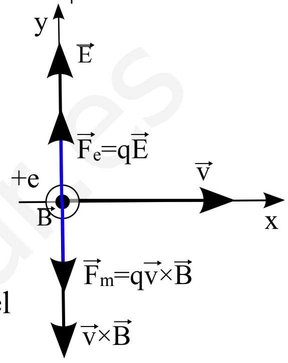
a) Según la ley de Lorentz , $\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})$ la fuerza magnética será siempre perpendicular al campo magnético y a la velocidad, por lo que será siempre centrípeta. Sabiendo que la aceleración centrípeta es v^2/R y según la 2ª ley de Newton $F_c=ma_c$, e igualando $F_m=F_c$, y teniendo en cuenta que la masa en el enunciado está en gramos, y debemos usar unidades SI.

$$|q\,v\,B|=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow R=\frac{m\,v}{|q\,B|}=\frac{2{,}32\cdot10^{-23}\cdot10^{-3}\cdot10^{5}}{1{,}6\cdot10^{-19}\cdot0{,}6}=0{,}024\,m$$

Dado que recorre media circunferencia en a región con campo magnético, la distancia entre los puntos de entrada y de salida será el doble del radio, es decir 0,048 m.

b) El módulo de la velocidad es constante el tiempo que está dentro de la región con campo magnético. La distancia recorrida es media circunferencia de radio 0,024 m, luego recorre $d=\frac{2\pi\,0{,}024}{2}=0{,}075\,m$.

$t=d/v = 0{,}075/10^5= 7{,}5\cdot10^{-7}$ s.



c) Para que la partícula no viese alterada su velocidad, vista como vector, no debe alterar su trayectoria: la fuerza total debe ser nula, por lo que la fuerza del campo eléctrico debe ser opuesta a la fuerza magnética, y tendrá que estar dirigida hacia y positivas en el diagrama, al igual que el campo al ser la carga positiva.

$$|F_e|=|F_m|\Rightarrow qE=qvB\Rightarrow E=vB=6\cdot10^4[V/m\,ó\,N/C]$$

Vectorialmente $\vec{E}=6\cdot10^4\vec{j}[V/m\,ó\,N/C]$

2010-Junio-Fase General

A. Cuestión 3.-

a) Consideramos $m_1 = 2\,m_2$.

Misma energía cinética implica

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2=\frac{1}{2}m_2v_2^2\Rightarrow2v_1^2=v_2^2\Rightarrow v_2=\sqrt{2}v_1$$

La fuerza magnética será fuerza centrípeta, será siempre perpendicular al vector velocidad.

$$|q|\,v\,B=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow R=\frac{m\,v}{|q|B}$$

a) $$\frac{R_1}{R_2}=\frac{\frac{m_1v_1}{|q|B}}{\frac{m_2v_2}{|q|B}}=\frac{2m_2v_1}{m_2\sqrt{2}v_1}=\sqrt{2}\Rightarrow R_1=\sqrt{2}R_2$$

Razonamiento cualitativo: la partícula 1 tiene más masa que implica más inercia y radio de giro mayor, además de ir más despacio y eso implica que el campo magnético modifica menos su trayectoria.

b) Como son órbitas circulares, $v=\frac{2\pi R}{T}\Rightarrow T=\frac{2\pi R}{v}$

$$\frac{T_1}{T_2}=\frac{2\pi\frac{R_1}{v_1}}{2\pi\frac{R_2}{v_2}}=\frac{R_1}{R_2}\cdot\frac{v_2}{v_1}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}=2\Rightarrow T_1=2T_2$$

Razonamiento cualitativo: la partícula 1 tiene más masa que implica más inercia y radio mayor, y como va más despacio y tiene que recorrer una circunferencia mayor, tarda más en completar una vuelta completa.

2010-Junio-Fase Específica

A. Cuestión 2.-

a) Si el campo magnético es perpendicular a la velocidad, según la ley de Lorentz tendremos que la fuerza magnética será perpendicular a ambos, y será fuerza centrípeta

$$|q|\,v\,B=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow R=\frac{m\,v}{|q|B}$$

$$\frac{R_p}{R_e}=\frac{\frac{m_p v_p}{|q|B}}{\frac{m_e v_e}{|q|B}}=\frac{m_p v_p}{m_e v_e}=1836\cdot\frac{1}{8}=229{,}5\Rightarrow R_p=229{,}5\,R_e$$

Razonamiento cualitativo: el protón tiene más masa que implica más inercia y radio de giro mayor, además de ir más despacio y eso implica que el campo magnético modifica menos su trayectoria.

b) Como son órbitas circulares, $v=\frac{2\pi R}{T}\Rightarrow T=\frac{2\pi R}{v}$

$$\frac{T_p}{T_e}=\frac{2\pi\frac{R_p}{v_p}}{2\pi\frac{R_e}{v_e}}=\frac{R_p}{R_e}\cdot\frac{v_e}{v_p}=229{,}5\cdot 8=1836\Rightarrow T_p=1836\,T_e$$

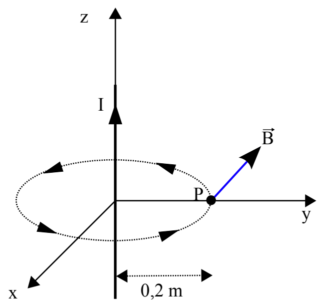
Razonamiento cualitativo: el protón tiene más masa que implica más inercia y radio mayor, y como va más despacio y tiene que recorrer una circunferencia mayor, tarda más en completar una vuelta completa.

B. Problema 2.-

Solución muy similar a 2005-Junio-B-Problema 2 (varía dato numérico enunciado, 20 cm en lugar de 1 cm)

Despreciando la fuerza gravitatoria, la única fuerza sería la magnética, según la ley de Lorentz $\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})$ .Teniendo en cuenta que el campo magnético generado sigue la regla de la mano derecha, el campo estará dirigido hacia y negativas. Lo podemos ver matemáticamente.

$$\vec{B}(P)=\frac{\mu_0 I}{2\pi d}(\vec{u}_l x\,\vec{u}_r)=\frac{4\pi 10^{-7}\cdot 12}{2\pi 0{,}20}\cdot\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\end{vmatrix}=-1{,}2\cdot 10^{-5}\vec{i}\;T$$



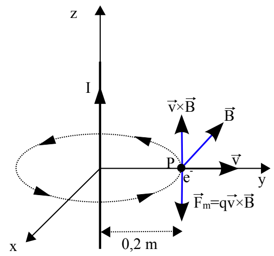
Conocido el campo magnético, calculamos la aceleración utilizando la segunda ley de Newton, $\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m}$, donde la fuerza en cada caso se calcula con la velocidad y la expresión matricial del producto vectorial,

a) Si $\vec{v}=0\,m/s$ la aceleración será nula

$$\vec{a}=\frac{q}{m}(\vec{v}\times\vec{B})=\frac{q}{m}(0\,x\,\vec{B})=0\,m/s^2$$

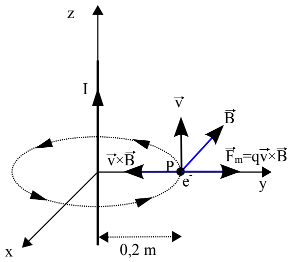
b) Si $\vec{v}=\vec{j}\,m/s$ la aceleración será

$$\vec{a}=\frac{-1{,}6\cdot 10^{-19}}{9{,}1\cdot 10^{-31}}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 1 & 0\\ -1{,}2\cdot 10^{-5} & 0 & 0\end{vmatrix}=-2{,}11\cdot 10^{6}\vec{k}\,m/s^2$$



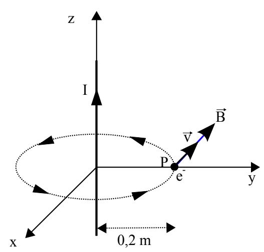
c) Si $\vec{v}=\vec{k}\,m/s$ la aceleración será

$$\vec{a}=\frac{-1{,}6\cdot 10^{-19}}{9{,}1\cdot 10^{-31}}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 0 & 1\\ -1{,}2\cdot 10^{-5} & 0 & 0\end{vmatrix}=2{,}11\cdot 10^{6}\vec{j}\,m/s^2$$



d) Si $\vec{v}=-\vec{i}\,m/s$ la aceleración será

En este caso la velocidad es paralela al campo magnético, y su producto vectorial es cero.



2010-Modelo

A. Cuestión 3.-

a) Según la ley de Lorentz $\vec{F}=Q(\vec{v}\times\vec{B})$, por lo que utilizando la expresión matricial del producto vectorial $\vec{F}=Q\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ v_x & 0 & 0\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix}=Q\cdot B_y\cdot v_x\vec{k}-Q\cdot B_z\cdot v_x\vec{j}$

b) Para que la velocidad sea constante, la aceleración será nula, por lo que la fuerza total será nula, y tendremos que $\vec{F}_{magnética}+\vec{F}_{eléctrica}=0\Rightarrow\vec{F}_{eléctrica}=-\vec{F}_{magnética}$

Como $\vec{F}_{eléctrica}=Q\vec{E}$, combinamos las expresiones y tendremos

$$\vec{E}=\frac{-(Q\cdot B_y\cdot v_x\vec{k}-Q\cdot B_z\cdot v_x\vec{j})}{Q}=B_z\cdot v_x\vec{j}-B_y\cdot v_x\vec{k}$$

B. Cuestión 2.-

Solución 100% idéntica a 2007-Septiembre-Cuestión 4.

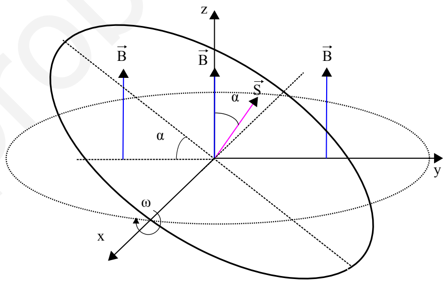
B. Problema 2.-

a) El flujo es $\Phi=\vec{B}\cdot\vec{S}=B\,S\cos(\alpha)=B\,S\cos(\omega t+\varphi_0)$

Como no se indican condiciones iniciales, asumimos φ_0= 0 rad

Según la ley de Faraday

$$\varepsilon(t)=\frac{-d\,\Phi}{dt}=B\,S\,\omega\,sen(\omega t)V$$



La fuerza electromotriz máxima será

$$B\,S\,\omega=0{,}1\cdot 40\cdot 10^{-4}\cdot 2\pi\,50=0{,}04\pi=0{,}126\,V$$

$$\varepsilon(t=0{,}1\,s)=0{,}04\pi\,sen(100\pi\,0{,}1)=0{,}04\,\pi\,sen(10\pi)=0\,V$$

b) Como no se indican condiciones iniciales, asumimos que la espira en t=0 s de manera perpendicular al campo. Tendremos que $\Phi=\vec{B}\cdot\vec{S}=B\,S$

Se puede resolver de dos maneras equivalentes:

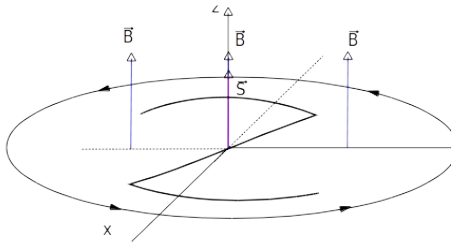
A. Hallamos la expresión de B(t), sabiendo que disminuye de manera uniforme, debe ser la ecuación de una recta, B(t)=ax + b

$$B(t=0\mathrm{s})=0{,}1=b$$

$$B(t=0{,}01\,s)=0=a\cdot 0{,}01+0{,}1\Rightarrow a=\frac{-0{,}1}{0{,}01}=-10$$

Según la ley de Faraday

$$\varepsilon(t)=\frac{-d\,\Phi}{dt}=\frac{-d(-10t+0{,}1)\cdot 40\cdot 10^{-4}}{dt}=10\cdot 40\cdot 10^{-4}=0{,}04\,V$$



B. Como la ecuación de B(t) es una recta, podemos sustituir en la ley de Faraday la derivada por incrementos

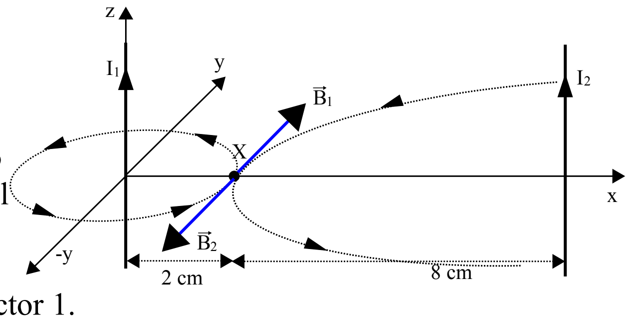
$$\varepsilon(t)=\frac{-\Delta\,\Phi}{\Delta t}=\frac{-(0-0{,}1\cdot 40\cdot 10^{-4})}{0{,}01-0}=0{,}04\,V$$

Representamos el sentido de la corriente inducida: como el campo magnético disminuye, la corriente inducida se opone a esta disminución.

2009-Septiembre

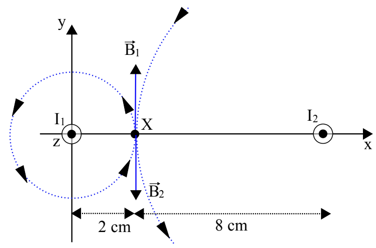
B. Problema 2.-

a) Según la regla de la mano derecha, el campo magnético en el punto X originado por el conductor 1 estará dirigido hacia y positivas, por lo que para el campo total sea nulo, el originado por el conductor 2 hacia y positivas. Eso implica la corriente en el conductor 2 tendrá sentido hacia z positivas, mismo sentido que la corriente en conductor 1.



Lo podemos ver matemáticamente.

$$\vec{B}_1(X)=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1}(\vec{u}_l\times\vec{u}_r)=\frac{4\pi 10^{-7}\cdot 20}{2\pi 0{,}02}\cdot\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 0\end{vmatrix}=2\cdot 10^{-4}\vec{j}\,T$$



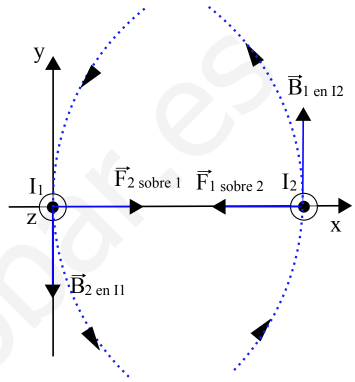
Para que el campo sea nulo, los módulos tendrán que ser iguales

$$B_1(X)=B_2(X)\Rightarrow\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1}=\frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2}\Rightarrow I_2=I_1\frac{d_2}{d_1}=\frac{20\cdot 0{,}08}{0{,}02}=80\,A$$

b) Calculamos el módulo de la fuerza del conductor 1 sobre el 2: se puede ver que se llega a la misma expresión para el módulo de la fuerza del conductor 2 sobre el 1.

$$|\vec{F}_{1 sobre 2}|=I_2\cdot l\cdot B_1(en\, I_2)=\frac{I_2\cdot l\cdot\mu_0 I_1}{2\pi d}$$

$$\frac{F}{l}=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}=\frac{4\pi 10^{-7}\cdot 20\cdot 80}{2\pi 0{,}1}=3{,}2\cdot 10^{-3}N/m$$



Podemos razonar la dirección y sentido:

A. Utilizando el diagrama y las reglas del producto vectorial, con lo que podemos ver que como ambas corrientes circulan en el mismo sentido, la fuerzas son atractivas.

B. Hacerlo matemáticamente, tomando $\vec{l}$ con la unidad, calculamos la fuerza por unidad de longitud

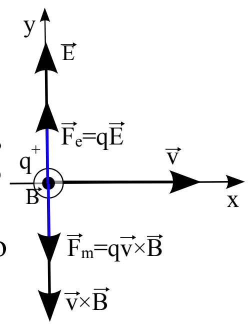
$$\vec{F}_{1 sobre 2}=I_2(\vec{l}\times\vec{B}_1(en\, I_2))=80\cdot\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & \frac{4\pi 10^{-7}20}{2\pi 0{,}1} & 0\end{vmatrix}=-3{,}2\cdot 10^{-4}\vec{i}\,N/m$$

$$\vec{F}_{2 sobre 1}=I_1(\vec{l}\times\vec{B}_2(en\, I_1))=20\cdot\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & \frac{-4\pi 10^{-7}80}{2\pi 0{,}1} & 0\end{vmatrix}=3{,}2\cdot 10^{-4}\vec{i}\,N/m$$

2009-Junio

Cuestión 4.-

a) Falso. Según la ley de Lorentz $\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})$, por lo que una partícula cargada que se mueva en un campo magnético uniforme nunca varía su módulo de velocidad, ya que la fuerza magnética siempre es perpendicular a la velocidad, y sólo hay aceleración normal, no hay aceleración tangencial que varíe el módulo de la velocidad.

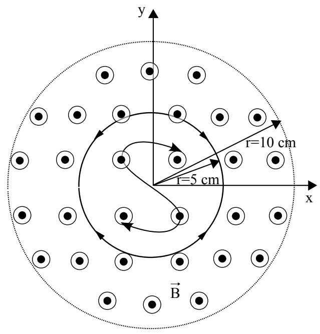


Si además el vector velocidad es paralelo al vector campo magnético, su producto vectorial es nulo, por lo que también será nula la fuerza y la velocidad será no sólo constante en módulo, sino vectorialmente.

b) Verdadero, entendiendo que se refiere a “ninguna fuerza neta”. Al ser una partícula cargada en movimiento y haber campo eléctrico y magnético experimentará tanto fuerza eléctrica como magnética, pero ambas pueden tener la misma dirección y sentidos opuestos, haciendo que la fuerza total neta sea nula.

Para que esto ocurra $\vec{F}_m=-\vec{F}_e\Rightarrow q(\vec{v}\times\vec{B})=-q\vec{E}$, luego los vectores velocidad, campo magnético y campo eléctrico tienen que ser perpendiculares entre sí, y sus módulos cumplir la relación $\frac{E}{B}=v$. Se realiza una representación con un sistema de referencia arbitrario y tomando una carga positiva: para carga negativa se cancelarían igualmente las fuerzas eléctrica y magnética, aunque tendrían sentidos opuestos al caso de cara positiva.

B. Problema 2.-

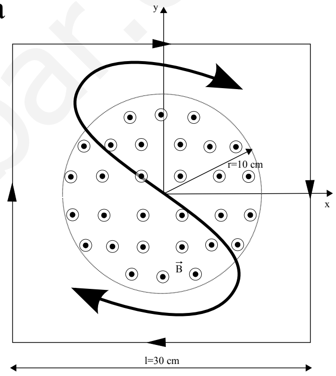


En general $\Phi=\int \vec{B}\cdot d\vec{S}$, pero como el campo es el mismo en toda la superficie de la espira, es perpendicular a ella y la espira es plana, podemos plantear $\Phi=B\cdot S$

a) $B(t)=B_0+10^{-3}t$ El módulo del campo magnético aumenta de valor. Como el radio de la región con campo magnético es mayor que el radio de la espira, en este caso la espira está totalmente dentro de la región en la que varía el campo magnético, por lo que hay flujo magnético por toda su superficie. Aplicando la ley de Faraday

$$\varepsilon(t)=\frac{-d\Phi}{dt}=\frac{-d((B_0+10^{-3}t)\pi 0{,}05^2)}{dt}=-10^{-3}\cdot\pi 0{,}05^2=-7{,}85\cdot 10^{-6}V$$

Según la ley de Lenz, la corriente inducida se opone al efecto que la produce, que en este caso es un aumento de flujo, por lo que intentará disminuir el flujo y circulará generando un campo inducido hacia z negativas, por lo que será en el sentido de las aguas del reloj visto desde z positivas.



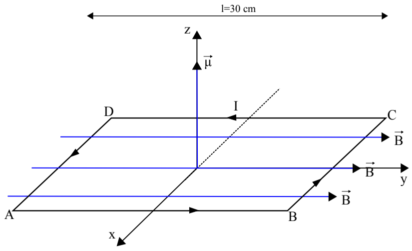
b) En este caso es la región en la que varía el campo magnético la que está totalmente incluida en la espira, por lo la superficie a considerar con variación de flujo magnético será un círculo de radio 0,1 m.

$$\varepsilon(t)=\frac{-d\Phi}{dt}=\frac{-d((B_0+10^{-3}t)\pi 0{,}1^2)}{dt}=-10^{-3}\cdot\pi 0{,}1^2=-3{,}14\cdot 10^{-5}V$$

Según la ley de Lenz, la corriente inducida se opone al efecto que la produce, que en este caso es un aumento de flujo, por lo que intentará disminuir el flujo y circulará generando un campo inducido hacia z negativas, por lo que será en el sentido de las aguas del reloj visto desde z positivas (sobre la espira cuadrada).

2009-Modelo

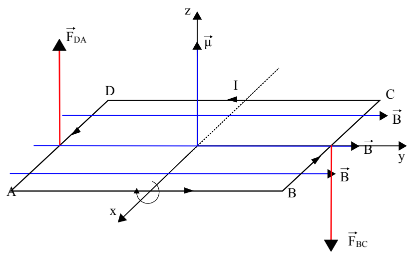
Cuestión 4.-



a) Como el momento magnético es un vector, realizamos un diagrama en el que tomamos un sistema de referencia y tomamos un sentido de circulación de la corriente.

$\vec{\mu}=I\cdot\vec{S}=30\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}1^2\vec{k}=3\cdot 10^{-4}\vec{k}\,A\,m^2$

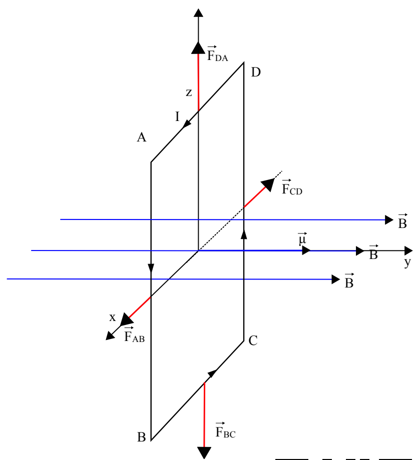
b) La fuerza sobre un conductor inmerso en un campo magnético viene dada por la expresión $\vec{F}=I(\vec{l}\times\vec{B})$



Para dos de los lados, los paralelos al campo magnético, la fuerza será nula ya que el producto vectorial será nulo. (AB y CD en diagrama)

Para los otros dos lados (BC y DA) habrá una fuerza cuya dirección y sentido podemos razonar en el diagrama, y cuyo módulo será

$|\vec{F}_{BC}|=|\vec{F}_{DA}|=I\,l\,B=30\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}1\cdot 0{,}5=1{,}5\cdot 10^{-3}N$



Tomando el campo magnético en el sentido de y positivas, se forma un par de fuerzas que hacen girar la espira en torno a un eje paralelo al eje x y paralelo a los lados BC y DA, tal y como se representa en el diagrama.

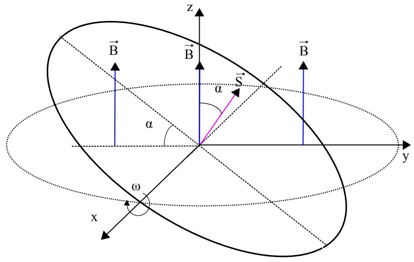
Una vez que empieza a girar, ya no hay lados paralelos al campo y habrá unas fuerzas en los lados AB y CD, pero no producen giro sino que intentan deformar la espira, cosa que no ocurre ya que la consideramos indeformable. La espira girará hasta quedar perpendicular al campo, momento en el que las fuerzas de los lados BC y DA no la harán girar.

Cualitativamente se puede ver como el vector momento magnético calculado en el apartado a gira hasta que está alineado con el vector campo.

2008-Junio

B. Problema 2.-

Realizamos una representación gráfica sencilla donde el campo magnético está en el eje z, y el eje de giro lo hacemos coincidir con el eje x. El desfase inicial es 0 ya que en α=ωt+φ y en t=0 α=0.



a) $\Phi=\vec{B}\cdot\vec{S}=B\cdot S\cos(\omega t)$

$\Phi=2\cdot\pi 0{,}05^2\cos(\pi t)=1{,}57\cdot 10^{-2}\cos(\pi t)\,Wb$

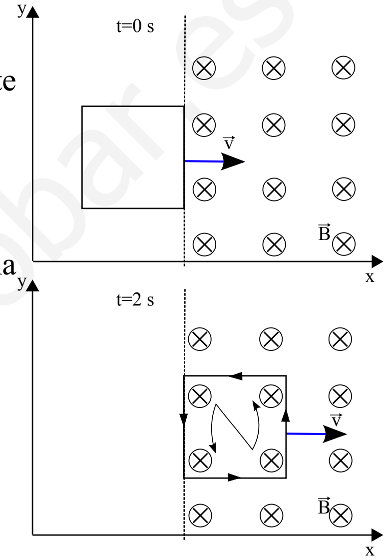
b) $\varepsilon(t)=\frac{-d\Phi}{dt}=1{,}57\cdot 10^{-2}\pi sen(\pi t)=4{,}93\cdot 10^{-2} sen(\pi t)\,V$

Utilizando la ley de Ohm

$I(t)=\frac{\varepsilon(t)}{R}=\frac{4{,}93\cdot 10^{-2}}{0{,}5}sen(\pi t)=9{,}86\cdot 10^{-2} sen(\pi t)\,A$

2008-Modelo

A. Problema 1.-



a) Mientras la espira entra en la región, como la velocidad es constante y el campo magnético uniforme, el flujo magnético aumenta de manera uniforme y la tensión y corriente inducida son también constantes, y el dato de los 2 s durante el que hay una corriente inducida (constante durante ese tiempo) nos sirve para saber cuanto tiempo ha tardado la espira en entrar del todo, que implica avanzar una distancia l.

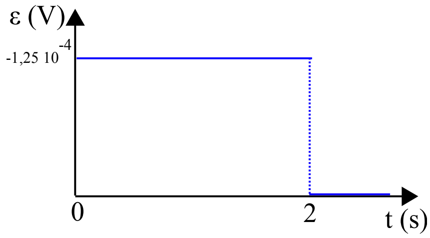
$|v|=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{0{,}05}{2}=2{,}5\cdot 10^{-2} m/s\,(vectorialmente\ \vec{v}=2{,}5\cdot 10^{-2}\vec{i}\ m/s)$

$\Phi=B\,S=B(l\cdot x)=B\,l\,v\,t\Rightarrow\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=-B\,l\,v$

$\varepsilon=-0{,}1\cdot 0{,}05\cdot 2{,}5\cdot 10^{-2}=-1{,}25\cdot 10^{-4}V$

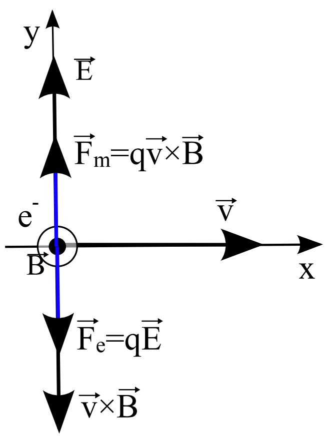
$R=\frac{|V|}{|I|}=\frac{|B\,l\,v|}{I}=\frac{1{,}25\cdot 10^{-4}}{5\cdot 10^{-5}}=2{,}5\Omega$

b) La representación gráfica de la fuerza electromotriz es un pulso rectangular de amplitud 1,25 10^{-4} V y 2 s de anchura. El sentido de la corriente inducida es tal y que se opone al aumento de flujo magnético en la espira mientras ésta se adentra en la región, por lo que produce un campo magnético inducido de sentido opuesto y circula en el sentido opuesto a las agujas del reloj en la representación.



2007-Septiembre

Cuestión 4.-



a) Si el campo magnético es perpendicular a la velocidad, según la ley de Lorentz tendremos que la fuerza será perpendicular a ambos, y estará en la dirección del campo eléctrico. Su módulo deberá ser igual al módulo de campo eléctrico, teniendo sentidos opuestos

$|F_m|=|F_e|\Rightarrow|q\,v\,B|=|q\,E|\Rightarrow|v|=\frac{|E|}{|B|}=\frac{3{,}5\cdot 10^5}{2}=1{,}75\cdot 10^5 m/s$

Como se pide velocidad, damos un vector, por lo que elegimos un sistema de referencia representado en diagrama. $\vec{v}=1{,}75\cdot 10^5\vec{i}\ m/s$

b) La fuerza magnética será fuerza centrípeta, será siempre perpendicular al vector velocidad.

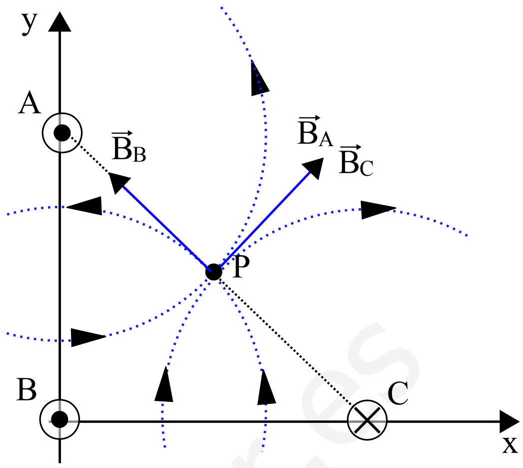
$|q\,v\,B|=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow R=\frac{m\,v}{|q\,B|}=\frac{9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 1{,}75\cdot 10^5}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 2}=4{,}98\cdot 10^{-7}m$

A. Problema 2.-

Realizamos un diagrama tomando origen en B, eje x en sentido BC, eje y en sentido BA, y eje z en sentido corrientes A y B.

a) Utilizamos el principio de superposición

$$\vec{B}(P)=\vec{B}_A(P)+\vec{B}_B(P)+\vec{B}_C(P)$$



El campo generado en P por cada uno de los conductores rectilíneos e indefinidos lo podemos hallar cualitativamente, calculando el módulo mediante $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi d}$ y la dirección y sentido mediante la regla de la mano derecha. La distancia de los tres puntos al punto P es la misma $\sqrt{0{,}05^2+0{,}05^2}=0{,}05\sqrt{2}$, y el valor de las intensidades también, por lo que el módulo será el mismo para los tres

$$B_A(P)=B_B(P)=B_C(P)=\frac{4\pi 10^{-7}\cdot 25}{2\pi 0{,}05\sqrt{2}}=7{,}07\cdot 10^{-5}\,T$$

Para $\vec{B}_A(P)$ la dirección y sentido viene dada por vector unitario $\frac{(\vec{i}+\vec{j})}{\sqrt{2}}$

Para $\vec{B}_B(P)$ la dirección y sentido viene dada por vector unitario $\frac{(-\vec{i}+\vec{j})}{\sqrt{2}}$

Para $\vec{B}_C(P)$ (sentido de la corriente en conductor C es opuesto a los otros dos) la dirección y sentido viene dada por vector unitario $\frac{(\vec{i}+\vec{j})}{\sqrt{2}}$, el mismo que para el campo creado por A.

Sumando vectorialmente

$$\vec{B}(P)=\frac{7{,}07\cdot 10^{-5}}{\sqrt{2}}(\vec{i}+\vec{j}+\vec{i}+\vec{j}-\vec{i}+\vec{j})=5\cdot 10^{-5}\vec{i}+15\cdot 10^{-5}\vec{j}\,T$$

También podríamos hallar los vectores campo matemáticamente, por ejemplo:

$$\vec{B}_A(P)=\frac{\mu_0 I}{2\pi d}(\vec{u}_l\times\vec{u}_r)=\frac{4\pi 10^{-7}\cdot 25}{2\pi 0{,}05\sqrt{2}}\cdot\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 0 & 1\\ \frac{1}{\sqrt{(2)}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} & 0\end{vmatrix}=7{,}07\cdot 10^{-5}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j}+\frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i}\right)T$$

b) Utilizando la ley de Lorentz y el campo magnético total calculado en apartado a

$$\vec{F}=Q(\vec{v}\times\vec{B})=1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 0 & 10^6\\ 5\cdot 10^{-5} & 15\cdot 10^{-5} & 0\end{vmatrix}$$

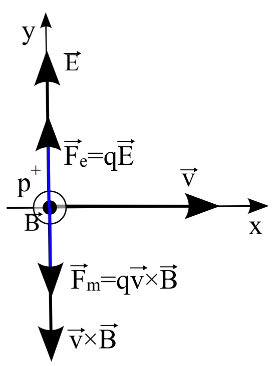
$$\vec{F}=1{,}6\cdot 10^{-19}(50\vec{j}-150\vec{i})=-2{,}4\cdot 10^{-17}\vec{i}+8\cdot 10^{-18}\vec{j}\,N$$

2007-Junio

Cuestión 4.-

a) Si el campo magnético es perpendicular a la velocidad, según la ley de Lorentz tendremos que la fuerza será perpendicular a ambos, y estará en la dirección del campo eléctrico. Su módulo deberá ser igual al módulo de la fuerza debida al campo eléctrico, teniendo sentidos opuestos.

$$|F_m|=|F_e|\Rightarrow|q\,v\,B|=|q\,E|\Rightarrow|v|=\frac{|E|}{|B|}=\frac{4\cdot 10^5}{2}=2\cdot 10^5\,m/s$$



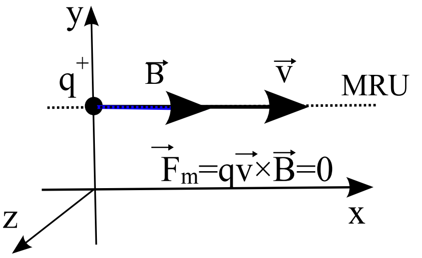
Como se pide velocidad, damos un vector, que al indicar que se propaga en el sentido positivo de eje X es $\vec{v}=2\cdot 10^5\,\vec{i}\,m/s$ Representamos en un diagrama tomando campo eléctrico en eje y y campo magnético en eje z.

2007-Modelo

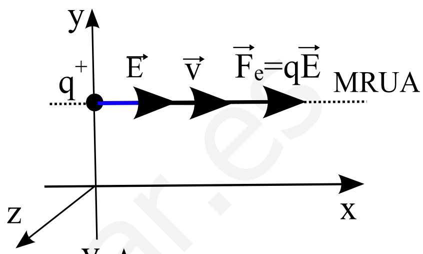
Cuestión 3.-

Realizamos diagramas tomando la región siempre como x>0.

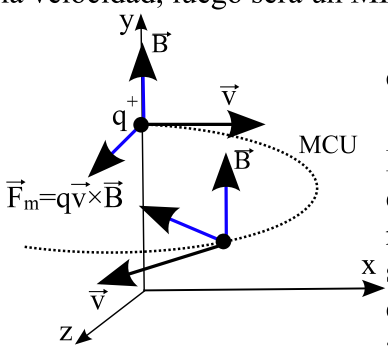
a) La fuerza magnética que actúa sobre una partícula cargada en movimiento viene dada por la ley de Lorentz $\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})$, por lo que calculamos la fuerza y en función de ella indicamos el tipo de trayectoria.



$\vec{F}=q\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ v & 0 & 0\\ B & 0 & 0\end{vmatrix}=0\,N$ La fuerza neta es cero ya que velocidad y campo magnético son paralelos y su producto vectorial es nulo. Trayectoria rectilínea. MRU.

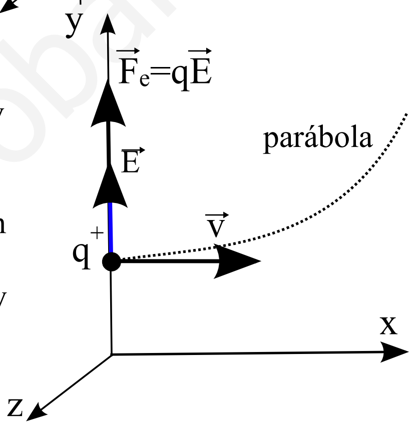


b) $\vec{F}=q\vec{E}=qE\vec{i}$ La fuerza es constante y también lo será la aceleración, que al ser la carga positiva es en el mismo sentido que la velocidad, luego será un MRUA y la trayectoria rectilínea.



c) $\vec{F}=q\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ v & 0 & 0\\ 0 & B & 0\end{vmatrix}=vB\vec{k}\,N$

La fuerza tiene un módulo constante, y es perpendicular al vector velocidad, no sólo en el momento de penetrar, sino durante todo el tiempo que está en esa región, por lo que toda la aceleración es normal a la trayectoria y describirá una trayectoria circular en un plano paralelo al plano xz (realmente media circunferencia en función de la forma de la región, ver diagrama)



d) $\vec{F}=q\vec{E}=qE\vec{j}$ La fuerza es constante y también lo será la aceleración, que es en dirección transversal a la velocidad, luego será un MRU en eje x, MRUA en eje y, y la trayectoria parabólica.

A. Problema 2.-

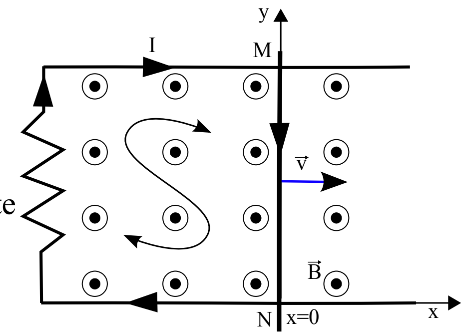
a) Tomamos eje x en el sentido de a velocidad, con x = 0 m en la posición inicial de la varilla. Llamamos l a la longitud de la varilla entre M y N, l = 1,2 m.

$$\Phi=\int\vec{B}\,d\vec{s}=...=BS=Blx=Bl(x_0+vt)=0{,}4\cdot1{,}2\cdot(x_0+2t)=0{,}48\,x_0+0{,}96\,t\;Wb$$

$$\varepsilon(t)=\frac{-d\Phi}{dt}=-0{,}96\,V$$

Utilizando la ley de Ohm

$$I=\frac{V}{R}=\frac{-0{,}96}{60}=-0{,}016\,A=-16\,mA$$



Realizamos un diagrama representando el sentido de la corriente inducida, aunque no se pide explícitamente. Con el desplazamiento de la varilla aumenta el flujo, por lo que la corriente inducida se opone a ese aumento de flujo.

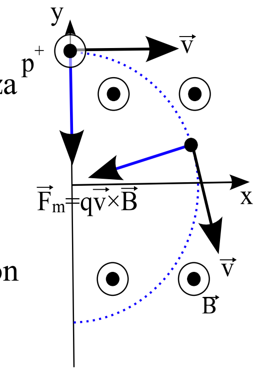
b) Se trata de un MRUA en el eje x, con ecuación $x=x_0+vt+\frac{1}{2}at^2$. Para calcular la aceleración, como es constante $a=\frac{dv}{dt}=\frac{\Delta v}{\Delta T}=\frac{0-2}{2-0}=-1\,m/s^2$ (negativa al ser frenado)

Ahora tendremos $\Phi=Bl(vt+\frac{1}{2}at^2)$ y

$$\varepsilon(t)=\frac{-d\Phi}{dt}=-Bl(v+at)=-0{,}96+0{,}48\cdot t\,[\varepsilon\,en\,V,\,t\,en\,s]$$

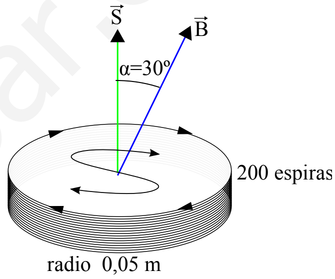
2006-Septiembre

Cuestión 3.-



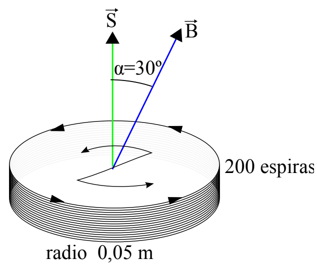
a) La fuerza magnética que actúa sobre una partícula cargada en movimiento viene dada por la ley de Lorentz $\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})$, por lo que calculamos la fuerza y en función de ella indicamos el tipo de trayectoria.
La fuerza neta es cero ya que velocidad y campo magnético son paralelos y su producto vectorial es nulo. Trayectoria rectilínea.
b) Si la velocidad es perpendicular a B, la fuerza es perpendicular a la la velocidad, por lo que la aceleración será normal, no sólo al entrar en la región con campo magnético sino durante todo el tiempo que esté en ella, por lo que será fuerza centrípeta y describirá un movimiento circular en un plano perpendicular al campo magnético (realmente semicircular porque indica que "entra en una región donde existe un campo magnético", luego según el diagrama sólo habría campo para x > 0 y al describir media circunferencia saldría de la región semicircular).

A. Problema 1.-



a) Si llamamos S a la superficie de una espira,
$$S=\pi r^2=\pi 0{,}05^2=7{,}85\cdot 10^{-3}\,m^2$$
Asumimos que el campo magnético es uniforme en todas las espiras de la bobina, con lo que podemos plantear, llamando n=200 al número de espiras
$$\Phi=\int \vec{B}\,d\vec{s}=\vec{B}\vec{S}=B\,n\,S\cos(\alpha)=B\cdot 200\cdot 7{,}85\cdot 10^{-3}\cos(30^o)=1{,}36\,B\,Wb$$
$$\frac{d\Phi}{dt}=1{,}36\frac{dB}{dt}=1{,}36\cdot 60=81{,}6\,Wb/s$$
En el diagrama representamos el sentido de la corriente inducida: como aumenta el valor del campo y el flujo, la corriente inducida se opone.

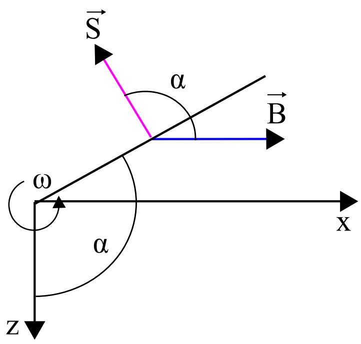
b) $\varepsilon(t)=\frac{-d\Phi}{dt}=-81{,}6\,V$



c) Utilizando la ley de Ohm
$$I=\frac{V}{R}=\frac{81{,}6}{150}=0{,}544\,A$$
d) La fuerza electromotriz sería la misma en módulo pero con distinto signo, pero la corriente estaría circulando en sentido opuesto.
$$\varepsilon(t)=\frac{-d\Phi}{dt}=-(1{,}36\frac{dB}{dt})=-1{,}36\cdot(-60)=81{,}6\,V$$
En el diagrama representamos el sentido de la corriente inducida: como disminuye el valor del campo y el flujo, la corriente inducida se opone.

2006-Junio

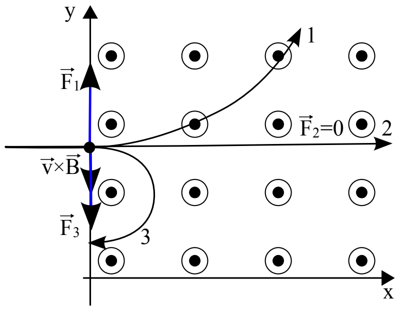
B. Problema 1.-



a) Llamamos S a la superficie de la espira y tomamos el vector S dirigido en t = 0 hacia z negativas. Como no se indica explícitamente, consideramos que gira con α creciente según la figura.
Realizamos un diagrama con una vista superior, en un instante posterior a t=0 por lo que α es mayor de 90º
$$\Phi=\int \vec{B}\,d\vec{s}=\vec{B}\vec{S}=B\,S\cos(\alpha)=B\,S\cos(\omega t+\varphi_0)$$
Para t = 0 s, el flujo es cero, ya que α son 90º y su coseno es cero.
$$\varepsilon(t)=\frac{-d\Phi}{dt}=B\,S\,\omega\,sen(\omega t+\varphi_0)=0{,}03\cdot 0{,}02^2\cdot 2\pi 60\,sen(2\pi 60\,t+\frac{\pi}{2})$$
$$\varepsilon(t)=4{,}5\cdot 10^{-3}\,sen(120\pi t+\frac{\pi}{2})[\varepsilon\,en\,V,\,t\,en\,s]$$
b) Utilizando la ley de Ohm
$$I_{máx}=\frac{V_{máx}}{R}=\frac{B\,S\,\omega}{R}\Rightarrow\omega=\frac{I_{máx}\cdot R}{B\,S}=\frac{2\cdot 10^{-3}\cdot 1{,}5}{0{,}03\cdot 0{,}02^2}=250\,rad/s$$

2006-Modelo

Cuestión 3.-



Realizamos un diagrama en el que tomamos eje x en sentido velocidad y eje z en sentido B, siendo el movimiento de las partículas en el plano xy.

a) Una partícula cargada en movimiento dentro de un campo magnético está sometida a la fuerza descrita por la ley de Lorentz $\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})$. Utilizando cualitativamente la regla del producto vectorial vemos que el producto $\vec{v}\times\vec{B}$ está dirigido hacia y negativas , y el sentido de la fuerza dependerá del signo de la carga.

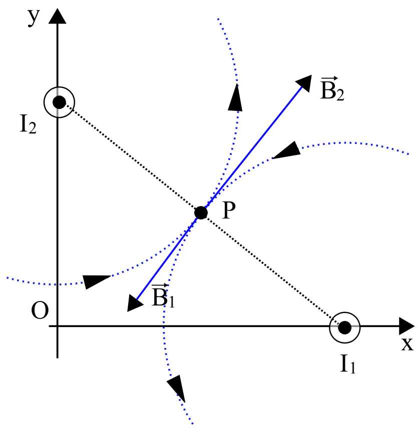
Matemáticamente $\vec{F}=q\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ v & 0 & 0\\ 0 & 0 & B\end{vmatrix}=-q\,v\,B\,\vec{j}$

Partícula 1: la fuerza está dirigida hacia y positivas, luego la carga es negativa.
Partícula 2: la fuerza es nula, luego la partícula no está cargada.
Partícula 3: la fuerza está dirigida hacia y negativas, luego la carga es positiva.

b) Entre las partículas cargadas, 1 y 3, vemos que la trayectoria de la 1 tiene un radio de curvatura mucho mayor que la 3. La fuerza magnética será fuerza centrípeta, será siempre perpendicular al vector velocidad, y podemos expresar el radio de giro en función de la relación q/m

$$|q\,v\,B|=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow R=\frac{m\,v}{|q\,B|}=\frac{v}{|B|}\frac{1}{\frac{q}{m}}\Rightarrow A\,mayor\,\frac{q}{m}\,,menor\,radio\,de\,curvatura\,,como\,R_1>R_3\Rightarrow\frac{q_1}{m_1}<\frac{q_3}{m_3}$$

B. Problema 2.-



a) Utilizamos el principio de superposición
$\vec{B}(P)=\vec{B}_1(P)+\vec{B}_2(P)$

El campo generado en P por cada uno de los conductores rectilíneos e indefinidos lo podemos hallar cualitativamente, calculando el módulo mediante $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi d}$ y la dirección y sentido mediante la regla de la mano derecha., sin ser necesario calcular los campos vectorialmente ya que sabemos que ambos tienen la misma dirección, y podemos sumar escalarmente.

La distancia de A a P y de B a P es $\sqrt{0{,}4^2+0{,}3^2}=0{,}5\,m$

$$B_1(P)=\frac{4\pi 10^{-7}\cdot 6}{2\pi 0{,}5}=2{,}4\cdot 10^{-6}\,T$$

$$B_2(P)=\frac{4\pi 10^{-7}\cdot I_2}{2\pi 0{,}5}=4\cdot 10^{-7}\cdot I_2\,T$$

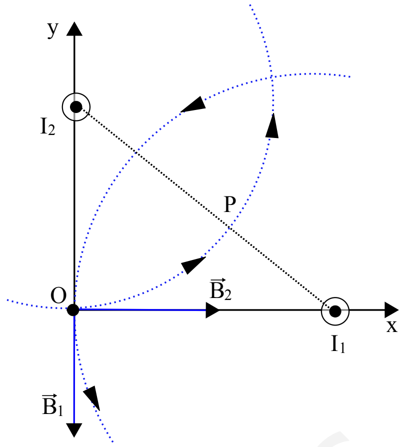
(Aunque no es necesario calcular los vectores unitarios, para $\vec{B}_1(P)$ la dirección y sentido viene dada por vector unitario $\frac{(-3\vec{i}-4\vec{j})}{5}=-0{,}8\,\vec{i}-0{,}6\,\vec{j}$, que podríamos calcular vía producto vectorial $\vec{B}_1(P)=|B_1(\vec{P})|(\vec{u}_l\times\vec{u}_r)=B_1(P)\cdot\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 0 & 1\\ -4/5 & +3/5 & 0\end{vmatrix}=B_1(P)(-0{,}6\,\vec{i}-0{,}8\,j)$)

Como $I_2>I_1$, y las distancias de ambos conductores al punto P son iguales, tendremos entonces tendremos que

$$B_2(P)-B_1(P)=12\cdot 10^{-7}\Rightarrow 4\cdot 10^{-7}I_2=2{,}4\cdot 10^{-6}+12\cdot 10^{-7}\Rightarrow I_2=\frac{3{,}6\cdot 10^{-6}}{4\cdot 10^{-7}}=9\,A$$

b) Llamamos O al origen de coordenadas y volvemos a utilizar el principio de superposición
Utilizamos el principio de superposición $\vec{B}(O)=\vec{B}_1(O)+\vec{B}_2(O)$

Procedemos de manera similar al apartado anterior:
La distancia de A a O es 0,8 m y de B a O es 0,6 m.



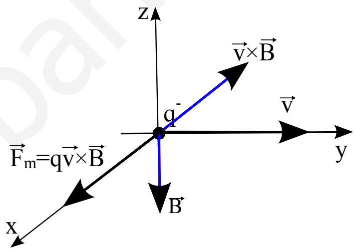
$$B_1(O)=\frac{4\pi 10^{-7}\cdot 6}{2\pi 0{,}8}=1{,}5\cdot 10^{-6}T$$
$$B_2(O)=\frac{4\pi 10^{-7}\cdot 9}{2\pi 0{,}6}=3\cdot 10^{-6}T$$

Como vectores la dirección y sentido viene dada:
-Para $\vec{B}_1(O)$ por vector unitario $-\vec{j}$
-Para $\vec{B}_2(O)$ por vector unitario $\vec{i}$
El vector campo magnético global será la suma vectorial de ambos
$$\vec{B}(O)=3\cdot 10^{-6}\vec{i}-1{,}5\cdot 10^{-6}\vec{j}\,T$$
Su módulo será $B(O)=\sqrt{(3\cdot 10^{-6})^2+(1{,}5\cdot 10^{-6})^2}=3{,}35\cdot 10^{-6}T$ y su sentido dirigido hacia x positivas e y negativas.

2005-Septiembre

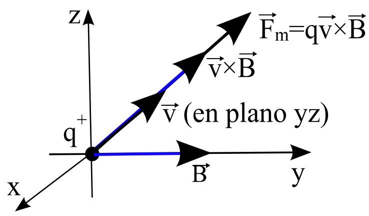
Cuestión 3.-

a) La fuerza magnética que actúa sobre una partícula cargada en movimiento viene dada por la ley de Lorentz $\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})$.



$$\vec{F}=-|q|\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & v_0 & 0\\ 0 & 0 & -B_0\end{vmatrix}=|q|v_0B_0\vec{i}$$ Fuerza dirigida hacia x positivas.

b) $$\vec{F}=|q|\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & v_0 & v_0\\ 0 & B_0 & 0\end{vmatrix}=-|q|v_0B_0\vec{i}$$



Fuerza dirigida hacia x negativas.

B. Problema 2.-

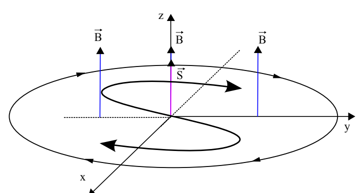
$$\Phi=\int\vec{B}\,d\vec{s}=\vec{B}\vec{S}=B\cdot S\cdot\cos(\alpha)$$

Cuando la variación uniforme, podemos sustituir derivada respecto a tiempo por cociente de incrementos. Podríamos pensar en plantear variación uniforme de flujo con lo que quedaría la ley de Faraday como $\varepsilon=\frac{-\Delta\Phi}{\Delta t}$, pero no es eso lo que dice el enunciado.

De manera general se puede comentar que aunque se indican los valores de fuerza electromotriz inducida, estos valores solamente son válidos mientras hay inducción debido a la variación de flujo. No se pide indicar el sentido de la corriente ni diagrama, pero se realizan diagramas sencillos y se comentan según la ley de Lenz.

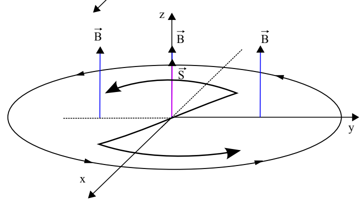
a) “de manera uniforme: se duplica el valor del campo”: variación uniforme B. Al aumentar B aumenta el flujo, y la corriente inducida tendrá un sentido que se oponga a ese aumento.

$$\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=-S\cdot\cos(\alpha)\cdot\frac{dB}{dt}=-S\cdot\cos(\alpha)\cdot\frac{\Delta B}{\Delta t}$$
$$\varepsilon=-\pi 0{,}2^2\cdot\cos(0)\cdot\frac{0{,}4-0{,}2}{0{,}1-0}=-0{,}25\,V$$



(En este caso sí que hubiera sido válido plantear variación uniforme de flujo)

b) “de manera uniforme: se reduce el valor del campo”: variación uniforme B. Al disminuir B disminuye el flujo, y la corriente inducida tendrá un sentido que se oponga a esa disminución.



$$\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=-S\cdot\cos(\alpha)\cdot\frac{dB}{dt}=-S\cdot\cos(\alpha)\cdot\frac{\Delta B}{\Delta t}$$
$$\varepsilon=-\pi 0{,}2^2\cdot\cos(0)\cdot\frac{0-0{,}2}{0{,}1-0}=0{,}25\,V$$

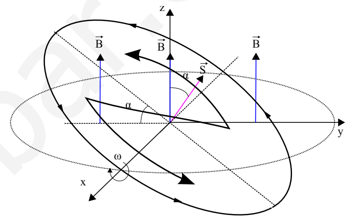
(En este caso sí que hubiera sido válido plantear variación uniforme de flujo)

c) "de manera uniforme: se invierte el sentido del campo": variación uniforme B. Al disminuir B (pasa de tener valor positivo a negativo según el sistema de referencia dado), disminuye el flujo, y la corriente inducida tendrá un sentido que se oponga a esta disminución. Diagrama análogo a apartado b.

$$\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=-S\cdot\cos(\alpha)\cdot\frac{dB}{dt}=-S\cdot\cos(\alpha)\cdot\frac{\Delta B}{\Delta t}=-\pi 0{,}2^2\cdot\cos(0)\cdot\frac{-0{,}2-0{,}2}{0{,}1-0}=0{,}5\,V$$

(En este caso sí que hubiera sido válido plantear variación uniforme de flujo)

d) "de manera uniforme: se gira la espira un ángulo de 90º": variación uniforme del ángulo. El flujo disminuiría, por lo que durante el giro la corriente inducida tendrá un sentido que se oponga a esta disminución. Sustituimos la derivada del ángulo por cociente de incrementos

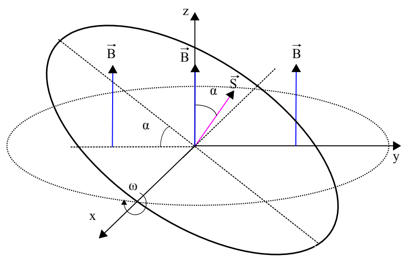


$$\alpha=\omega t\text{, } siendo\,\omega=\frac{d\alpha}{dt}=\frac{\Delta\alpha}{\Delta t}=\frac{\frac{\pi}{2}}{0{,}1}=5\pi\, rad/s$$
$$\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=-BS\frac{d(\cos(\omega t))}{dt}=BS\omega\cdot sen(\omega t)$$
$$\varepsilon=0{,}2\cdot\pi\cdot 0{,}2^2\cdot 5\pi\, sen(5\pi\cdot 0{,}1)=0{,}395\,V$$

(En este caso no hubiera sido válido plantear variación uniforme de flujo, es decir, no hubiera sido válido plantear que el flujo varía linealmente entre el flujo máximo cuando α=0º y el flujo nulo cuando α=90º)

2005-Junio

Cuestión 3.-



a) $\Phi=\int\vec{B}\,d\vec{s}=\vec{B}\,\vec{S}=B\,S\cos\alpha=B\,S\cos(\omega t+\varphi_0)$

En t = 0 s, espira perpendicular al campo y el flujo es máximo, luego la fase inicial es cero.

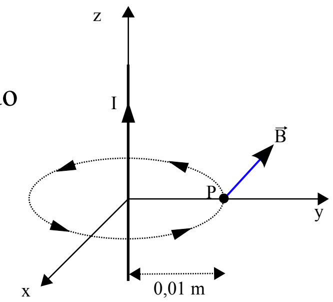
$$\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=-(-B\,S\,\omega\, sen(\omega t))=0{,}5\cdot\pi\cdot 0{,}01^2\cdot 2\pi\cdot sen(2\pi t)$$
$$\varepsilon=\pi^2\cdot 10^{-4}\, sen(2\pi t)[\varepsilon\, en\, V, t\, en\, s]$$

b) Utilizando la ley de Ohm

$$I_{máx}=\frac{V_{máx}}{R}=\frac{\pi^2\cdot 10^{-4}}{10^{-2}}=\pi^2\cdot 10^{-2}\,A\approx 9{,}87\cdot 10^{-2}\,A$$

B. Problema 2.-

La fuerza magnética que actúa sobre una partícula cargada en movimiento viene dada por la ley de Lorentz $\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})$, por lo que calculamos la fuerza y en función de ella indicamos la aceleración.



De manera general necesitamos conocer el vector campo magnético para poder calcular la fuerza.

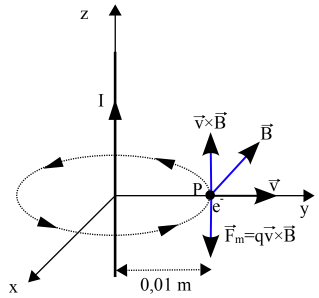
Llamamos P al punto en el que se encuentra el electrón. El campo generado en P por cada un conductor rectilíneo e indefinido lo podemos hallar cualitativamente, calculando el módulo mediante $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi d}$ y la dirección y sentido mediante la regla de la mano derecha. La distancia del eje z al punto P es 0,01 m

$$B(P)=\frac{4\pi 10^{-7}\cdot 12}{2\pi 0{,}01}=2{,}4\cdot 10^{-4}\,T$$

La dirección y sentido viene dada por vector unitario $-\vec{i}$, por lo que $\vec{B}(P)=-2{,}4\cdot 10^{-4}\vec{i}\,T$

También podríamos el vector campo matemáticamente:

$$\vec{B}(P)=\frac{\mu_0 I}{2\pi d}(\vec{u}_l\times\vec{u}_r)=\frac{4\pi 10^{-7}\cdot 12}{2\pi 0{,}01}\cdot\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\end{vmatrix}=-2{,}4\cdot 10^{-4}\vec{i}\ T$$

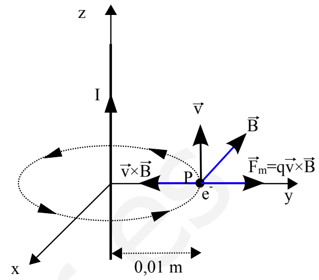


a) $\vec{F}=q(0\times\vec{B})=0\,N$ La fuerza neta y la aceleración es cero ya que la velocidad es cero, independientemente del valor de B

b)

$$\vec{F}=q\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 1 & 0\\ B & 0 & 0\end{vmatrix}=-qB\vec{k}\,N$$

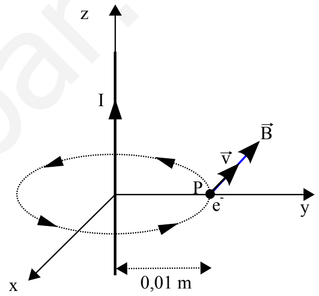
$$\vec{a}=\frac{-qB}{m}\vec{k}=\frac{-1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 2{,}4\cdot 10^{-4}}{9{,}1\cdot 10^{-31}}\vec{k}=-4{,}22\cdot 10^{7}\vec{k}\,m/s^2$$



c)

$$\vec{F}=q\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 0 & 1\\ B & 0 & 0\end{vmatrix}=qB\vec{j}\,N$$

$$\vec{a}=\frac{qB}{m}\vec{j}=\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 2{,}4\cdot 10^{-4}}{9{,}1\cdot 10^{-31}}\vec{j}=4{,}22\cdot 10^{7}\vec{j}\,m/s^2$$



d) $\vec{F}=q\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ -1 & 0 & 0\\ B & 0 & 0\end{vmatrix}=0\,N$ La fuerza neta y la aceleración son cero ya que la velocidad y el campo magnético son paralelos y su producto vectorial es nulo.

2005-Modelo

Cuestión 4.-

No es necesario realizar un diagrama de representación porque no se piden vectores. Si hubiera que representarlo habría que tener en cuenta que en un solenoide el radio (que podemos deducir de la sección asumiendo que es circular) es despreciable frente a la longitud (que no conocemos)

a) Llamamos S a la sección transversal del solenoide, y n al número de espiras.

$$\Phi=\int\vec{B}\,d\vec{s}=\vec{B}\cdot\vec{S}=B\,n\,S\cos(0)$$

$$\Phi=0{,}01\cdot 100\cdot 25\cdot 10^{-4}\cos(100\pi t)=2{,}5\cdot 10^{-3}\cos(100\pi t)\,Wb$$

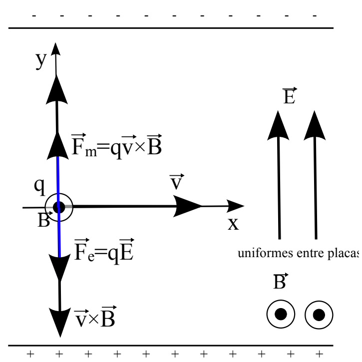
Utilizando la ley de Faraday

$\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=2{,}5\cdot 10^{-3}\cdot 100\pi\cdot sen(100\pi t)=0{,}785\,sen(100\pi t)\,V$ Su valor máximo será 0,785 V

b) Utilizando la ley de Ohm

$I=\frac{V}{R}=\frac{0{,}785}{3{,}4\cdot 10^{-3}}sen(100\pi t)=230{,}9\,sen(100\pi t)\,A$ Su valor máximo será 230,9 A

A. Problema 2.-



a) Elegimos un sistema de referencia: la velocidad es hacia x positivas, las placas son paralelas al plano xz, por lo que el campo eléctrico estará en el eje y. Tomamos campo eléctrico hacia y positivas. Para que una partícula cargada en movimiento pase sin ser desviada, la fuerza resultante debe ser nula y la fuerza magnética estará en la misma dirección que la eléctrica, por lo que el campo magnético tendrá que ser perpendicular a velocidad y campo eléctrico, estando por lo tanto el campo magnético en dirección eje z.

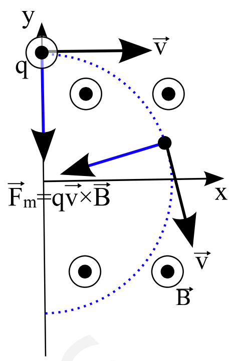
Enunciado no da signo, representamos para q negativa: si fuera positiva cambiaría tanto el sentido de la fuerza magnética como la eléctrica.

Asumimos que el campo eléctrico entre las dos placas es uniforme, por lo que podemos plantear que $|E|=\frac{|\Delta V|}{|\Delta x|}=\frac{80}{0{,}01}=8000\,V/m\text{ ó }N/C$

Calculamos el módulo de la velocidad, igualando módulos de fuerzas

$$|q\,v\,B|=|q\,E|\Rightarrow|v|=\frac{|E|}{|B|}=\frac{8000}{0{,}002}=4\cdot10^{6}\,m/s\,,\,vectorialmente\,\vec{v}=4\cdot10^{6}\,\vec{i}\,m/s$$

b) Cuando sólo actúa la fuerza magnética, es perpendicular a la velocidad y es igual a la fuerza normal centrípeta. Realmente no sería circular, sino semicircular porque indica “a la salida de las placas”, luego según el diagrama (que ahora hacemos para q negativa) al describir media circunferencia regresaría a la zona donde están las placas. Como el radio es de 1,14 cm y la distancia entre placas es de 1 cm, realmente acabaría describiendo algo más de la media circunferencia y chocaría contra una de las placas.

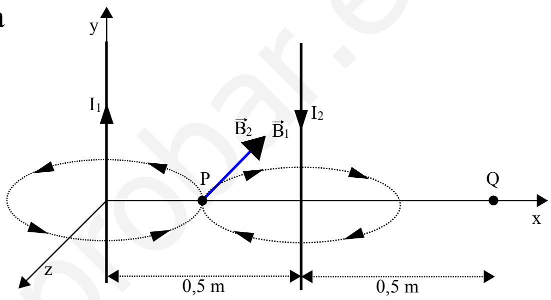


$$|q\,v\,B|=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow\frac{m}{|q|}=\frac{B\,R}{v}=\frac{0{,}002\cdot0{,}0114}{4\cdot10^{6}}=5{,}7\cdot10^{-12}\,kg/C$$

B. Problema 2.-

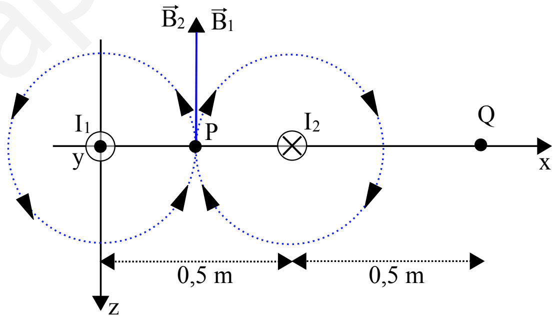
Cierta similitud a 2004-Modelo-A-Problema 2

a) Tomamos sistema de referencia: el eje x está en la línea que une P y Q, dirigido hacia Q, y el eje y está dirigido hacia arriba, por lo que el eje z hacia nosotros según el diagrama del enunciado. Llamamos 1 al conductor dirigido hacia y positivas y 2 al dirigido hacia y negativas. Además de representarlo sobre el diagrama del enunciado, lo representamos con una vista “superior”.



Cualitativamente, usando la regla de la mano derecha, el campo eléctrico generado por los conductores 1 y 2 tendrán la misma dirección, en el eje z, y sentido hacia z negativas.

Calculamos el módulo de campo generado por un conductor rectilíneo indefinido, que en el punto P será el mismo para ambos conductores al tener corrientes iguales en módulo y estar a la misma distancia

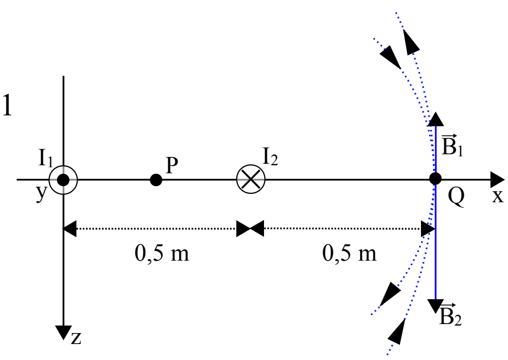


$$B_1(P)=B_2(P)=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}=\frac{4\pi\,10^{-7}\cdot12}{2\pi\,0{,}25}=9{,}6\cdot10^{-6}\,T$$

Utilizando el principio de superposición, y sumando vectorialmente tenemos

$$\vec{B}(P)=2\cdot B_1(P)\cdot(-\vec{k})=-1{,}92\cdot10^{-5}\,\vec{k}\,T$$

b) Cualitativamente, usando la regla de la mano derecha, el campo eléctrico generado por ambos conductores 1 y 2 en Q tendrán la misma dirección, en el eje z, pero el generado por 1 sentido hacia z negativas, y el 2 sentido hacia z positivas. Al estar más cerca el punto Q del conductor 2 el módulo de campo magnético generado por este será mayor, el campo magnético total estará dirigido hacia z positivas.



Calculamos el módulo de campo como en el apartado anterior, sólo que ahora las distancias no son iguales para ambos conductores.

$$B_1(Q)=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}=\frac{4\pi\,10^{-7}\cdot12}{2\pi\,1}=2{,}4\cdot10^{-6}\,T\qquad B_2(Q)=\frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}=\frac{4\pi\,10^{-7}\cdot12}{2\pi\,0{,}5}=4{,}8\cdot10^{-6}\,T$$

Utilizando el principio de superposición, y sumando vectorialmente tenemos

$$\vec{B}(Q)=B_1(Q)\cdot(-\vec{k})+B_2(Q)\vec{k}=2{,}4\cdot10^{-6}\,\vec{k}\,T$$

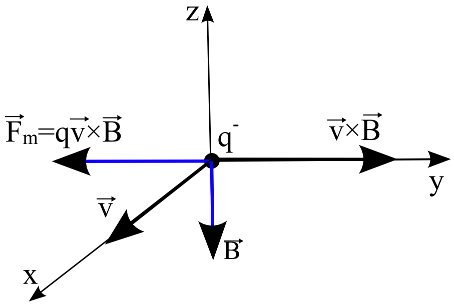
2004-Septiembre

Cuestión 4.-

a) La fuerza sobre una carga en movimiento viene dada por la ley de Lorentz. Utilizando la regla del producto vectorial $\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})$. En este caso como velocidad y campo magnético son paralelos,

su producto vectorial y la fuerza magnética sobre la carga son nulos.
Aunque se pide en enunciado indicar mediante un esquema la dirección y el sentido de la fuerza que actúa sobre la carga, como es nula, no es necesario diagrama.
b) El producto vectorial está dirigido hacia y positivas, y como la carga es negativa, la fuerza está dirigida hacia y negativas.
Matemáticamente

$$\vec{F}=-|q|\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -B\end{vmatrix}=-|q|B\vec{j}$$



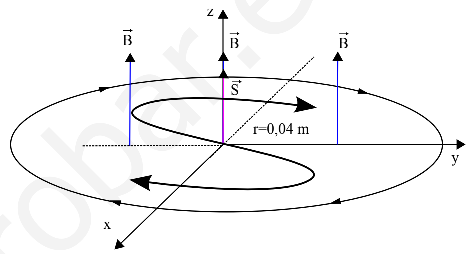
Representamos diagrama indicado en el enunciado, donde se comprueba que la fuerza va dirigida hacia y negativas.

A. Problema 2.-

$$\Phi=\int\vec{B}\,d\vec{s}=\vec{B}\vec{S}=B\,S\cos(\alpha)=B\pi r^2\cos(\alpha)$$

a) En este caso la superficie y el ángulo son constantes, luego

$$\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=-\pi r^2\cos(\alpha)\frac{dB}{dt}=-\pi\cdot 0{,}04^2\cdot 1\cdot 0{,}6=-3{,}02\cdot 10^{-3}\,V$$



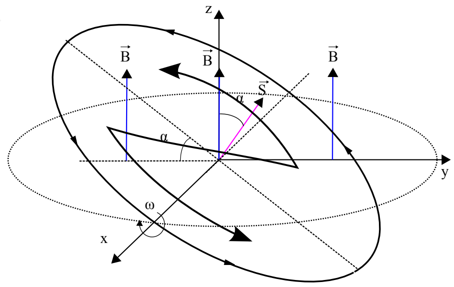
Utilizando la ley de Ohm

$$I=\frac{V}{R}=\frac{-3{,}02\cdot 10^{-3}}{0{,}5}=-6{,}04\cdot 10^{-3}\,A$$

Indicamos el signo en el diagrama
b) En este caso la superficie y el campo son constantes, pero el ángulo varía con el tiempo $\alpha=\omega t+\varphi_0$

$$\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=-B\pi r^2\frac{d\cos(\omega t+\varphi_0)}{dt}=B\pi r^2\omega\,sen(\omega t+\varphi_0)$$

$$El\ valor\ máximo\ será\ B\pi r^2\omega=0{,}8\cdot\pi\cdot 0{,}04^2\cdot 10\pi=0{,}126\,V$$



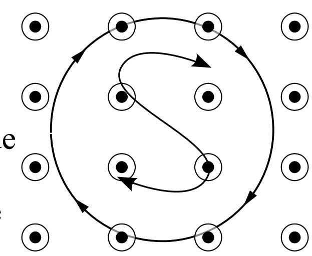
(No se pide explícitamente en este apartado como en el anterior el sentido de corriente en el diagrama, pero se representa para el sentido de giro dado, suponiendo que en ese instante el flujo disminuye)

<u>2004-Junio</u>

Cuestión 3.-

a) Ley de Faraday. Nos da el valor de la corriente inducida. La corriente inducida es producida por una fuerza electromotriz (fem) inducida que es directamente proporcional a la rapidez con la que varía el flujo inductor.

$\varepsilon=-\frac{d\Phi}{dt}$ El signo menos está asociado a la ley de Lenz.



Ley de Lenz. Nos da el signo de la corriente inducida. La corriente se induce en un sentido tal que los efectos que genera se oponen al cambio de flujo que que la origina.
b1) El flujo no varía con el tiempo(son constantes el campo, la superficie de la espira, y el ángulo que forman), luego la fuerza electromotriz inducida será nula.

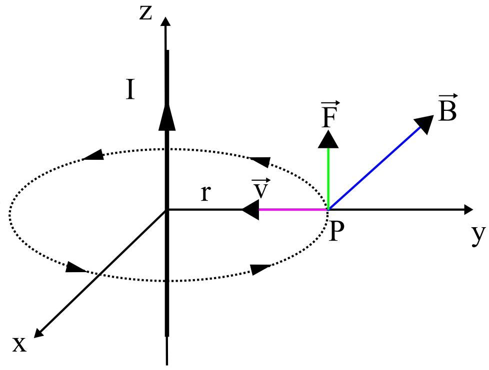
$$\Phi=B\,S\cos(\alpha)\Rightarrow\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=0$$

b2) El flujo sí variará, ya que siendo constantes superficie y ángulo que forman espira y campo, el campo magnético aumenta linealmente, luego B = B_0 + Kt, y el flujo aumentará.

$$\Phi=B\,S\cos(\alpha)\Rightarrow\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=-S\cos(\alpha)\frac{dB}{dt}=-K\,S\cos(\alpha)$$

De acuerdo a la ley de Lenz, la corriente se induce en el sentido tal que se opone a este aumento de flujo, luego tendrá el sentido indicando en el diagrama.

B. Problema 1.-



Comentario: el enunciado original de PAU indica calcular solamente módulo, así que sería más breve. Se incluye aquí realizado de manera más general calculando fuerza como vector.

La fuerza magnética que actúa sobre una partícula cargada en movimiento viene dada por la ley de Lorentz $\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})$.

De manera general necesitamos conocer el vector campo magnético para poder calcular la fuerza.

Llamamos P al punto en el que se encuentra el protón. El campo generado en P por cada un conductor rectilíneo e indefinido lo podemos hallar cualitativamente, calculando el módulo mediante $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi d}$ y la dirección y sentido mediante la regla de la mano derecha. La distancia del eje z al punto P es 0,50 m

$$B(P)=\frac{4\pi 10^{-7}\cdot 10}{2\pi 0{,}5}=4\cdot 10^{-6}\,T$$

La dirección y sentido viene dada por vector unitario $-\vec{i}$, por lo que $\vec{B}(P)=-4\cdot 10^{-6}\vec{i}\,T$

También podríamos el vector campo matemáticamente:

$$\vec{B}(P)=\frac{\mu_0 I}{2\pi d}(\vec{u}_l\times\vec{u}_r)=\frac{4\pi 10^{-7}\cdot 10}{2\pi 0{,}5}\cdot\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\end{vmatrix}=-4\cdot 10^{-6}\vec{i}\,T$$

a) La velocidad está dirigida hacia y negativas.

$$\vec{F}=1{,}6\cdot 10^{-19}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & -2\cdot 10^{5} & 0\\ -4\cdot 10^{-6} & 0 & 0\end{vmatrix}=-1{,}28\cdot 10^{-19}\vec{k}\,N$$

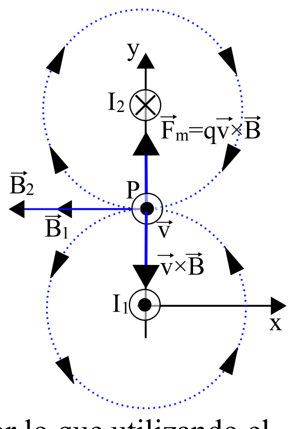
b) La velocidad es paralela al conductor, tiene la dirección de eje z, y puede ser hacia z positivas o negativas. $\vec{F}=1{,}6\cdot 10^{-19}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 0 & \pm 2\cdot 10^{5}\\ -4\cdot 10^{-6} & 0 & 0\end{vmatrix}=\pm 1{,}28\cdot 10^{-19}\vec{j}\,N$

c) La velocidad perpendicular a eje y y eje z implica en dirección eje x. Como la velocidad es paralela al campo magnético, su producto vectorial y la fuerza son nulos.

d) La fuerza magnética sobre una partícula cargada siempre es perpendicular a su trayectoria, por lo que no realiza trabajo. Como $W=\Delta E_c$, la variación de energía cinética es nula en los tres casos.

2004-Modelo

A. Problema 2.-



a) Realizamos un diagrama y elegimos un sistema de referencia para poder dar como vector el campo. El primer conductor (I_1=2 A) pasa por el origen de coordenadas y está en el eje z con corriente hacia z positivas, y el segundo conductor (I_2= 4 A) corta al eje y en la coordenada 0,1 m. Las coordenadas del punto P expresadas en metros son (0; 0,05; 0)

La fuerza magnética sobre una carga en movimiento viene dada por la ley de Lorentz, $\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})$ luego calculamos primero el campo magnético total en el punto P.

Utilizando la regla de la mano derecha, el campo generado por I_1 e I_2 estarán ambos en la dirección del eje x, estando ambos dirigidos hacia x negativas, por lo que utilizando el principio de superposición y sumando vectorialmente

$$\vec{B}(P)=\vec{B}_1(P)+\vec{B}_2(P)=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}(-\vec{i})+\frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}(-\vec{i})=\frac{4\pi\cdot 10^{-7}}{2\pi 0{,}05}(-2-4)\vec{i}=2{,}4\cdot 10^{-5}\vec{i}\,T$$

b) Calculamos el producto vectorial de vector velocidad y campo magnético

$$\vec{F}=-1{,}6\cdot 10^{-19}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 0 & 4\cdot 10^{4}\\ 2{,}4\cdot 10^{-5} & 0 & 0\end{vmatrix}=1{,}54\cdot 10^{-19}\vec{j}\,N$$

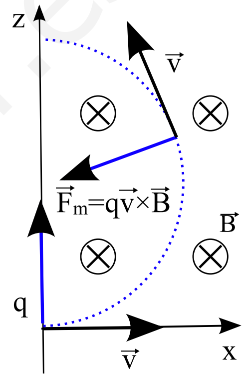
2003-Septiembre

Cuestión 3.-

a) La fuerza magnética ejercida sobre una partícula cargada en movimiento viene dada por la ley de Lorentz $\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})$. Hacemos el producto vectorial matemáticamente

$$\vec{F}=q\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ a & 0 & 0\\ 0 & b & 0\end{vmatrix}=q\cdot a\cdot b\cdot \vec{k}\,N$$

El módulo es qab, dirección del eje z, y sentido hacia z positivas (asumimos que b es también positivo)

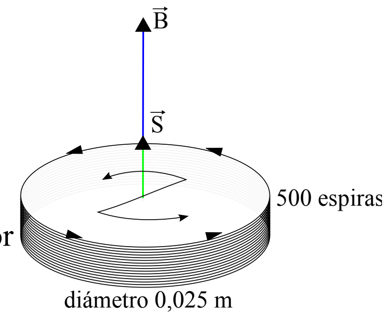


b) Como la fuerza es constante y perpendicular a la velocidad, no sólo en el momento de entrar en esa región sino en todo momento, la trayectoria será circular (semicircular porque indica que “entra en una región donde existe un campo magnético”, luego según el diagrama sólo habría campo para x > 0 y al describir media circunferencia saldría de la región)

Como la fuerza es transversa el fuerza centrípeta y podemos indicar el valor del radio $|q\,a\,b|=m\dfrac{a^2}{R}\Rightarrow R=\dfrac{ma}{qb}$

Se incluye un diagrama, que se pide explícitamente en el enunciado del apartado b, pero que valida el resultado del apartado a.

B. Problema 1.-



a) Llamamos S a la superficie de una espira, y n al número de espiras. Como son espiras planas y el campo magnético es el mismo en todas ellas. Si diámetro=2,5 cm, radio=1,25 cm

$$\Phi=\int\vec{B}\,d\vec{s}=\vec{B}\vec{S}=B\,n\,S\cos(\alpha)=B\cdot 500\cdot\pi\cdot 0{,}0125^2\cdot 1=0{,}245\,B\,Wb$$

$$En\,el\,instante\,inicial\;B=0{,}3\,T\Rightarrow\Phi=0{,}245\cdot 0{,}3=0{,}0735\,Wb$$

Si la variación es uniforme de campo, podemos sustituir la derivada por cociente de incrementos

$$\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=-0{,}245\frac{dB}{dt}=-0{,}245\frac{\Delta B}{\Delta t}=-0{,}98\cdot\frac{(0-0{,}3)}{(0{,}1-0)}=0{,}735\,V$$

(Nota: enunciado no indica variación uniforme de flujo: no sería válido sustituir derivada de flujo por cociente de incrementos de flujo)

En el diagrama representamos el sentido de la corriente inducida: como disminuye el valor del campo y el flujo, la corriente inducida se opone.

b) Utilizando la ley de Ohm

$$I=\frac{V}{R}=\frac{0{,}735}{20}=0{,}03675\,A$$

Para calcular la carga, utilizamos la definición de intensidad. Como la fuerza electromotriz ha sido uniforme durante los 0,1 s, la intensidad, relacionada con la ley de Ohm, también lo ha sido, por lo que podemos sustituir la derivada de la carga por un cociente de incrementos

$$I=\frac{dQ}{dt}=\frac{\Delta Q}{\Delta t}\Rightarrow\Delta Q=I\,\Delta t=0{,}03675\cdot 0{,}1=0{,}003675\,C$$

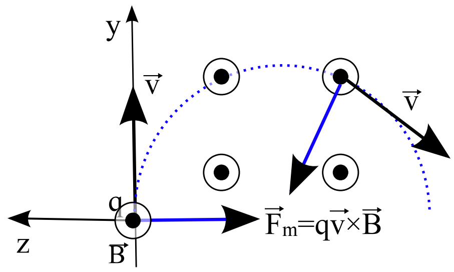
2003-Junio

Cuestión 3.-

a) Para indicar la trayectoria debemos conocer la fuerza resultante que actúa sobre la partícula. La fuerza magnética ejercida sobre una partícula cargada en movimiento viene dada por la ley de Lorentz $\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})$. Podemos razonarlo cualitativamente mediante diagramas y la regla del

producto vectorial, o elegir un sistema de referencia y hacer el producto vectorial matemáticamente.
Tomamos el campo magnético uniforme en el eje x
a) La fuerza es nula, ya que velocidad y campo son paralelos y su producto vectorial es nulo, por lo que la trayectoria será rectilínea
b) Asumimos la velocidad hacia y positivas. Matemáticamente la fuerza será inicialmente

$$\vec{F}=q\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & v & 0\\ B & 0 & 0\end{vmatrix}=-q\,v\,B\,\vec{k}$$



La fuerza es perpendicular al plano y a la velocidad: está en el plano yz, no sólo al penetrar en la región, sino siempre, por lo que es fuerza centrípeta y describe una trayectoria circular – semicircular (semicircular porque indica que "penetra en una región donde existe un campo magnético", luego según el diagrama sólo habría campo para y > 0 y al describir media circunferencia saldría de la región).
c) Si la velocidad es nula, la fuerza magnética es nula según la ley de Lorentz, luego seguiría en reposo.
d) Si la carga fuera negativa, la fuerza tendría signo opuesto. Tan sólo cambiaría en el apartado b el sentido de giro de la trayectoria circular.

2003-Modelo

Cuestión 4.-

a) Transformador que reduzca tensión, "reductor monofásico"
El principio de funcionamiento del transformador es tener un bobinado primario (p) y secundario (s) que comparten el flujo magnético a través de un núcleo magnético, teniendo cada uno un número de espiras distinto (N_s y N_p). Tendremos que

$$\Phi_s=N_s\Phi\,;\,V_s=-N_s\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\Phi_p=N_p\Phi\,;\,V_p=-N_p\frac{d\Phi}{dt}$$

Eliminando el término en común llegamos a la ecuación básica de un transformador $\frac{V_s}{V_p}=\frac{N_s}{N_p}$

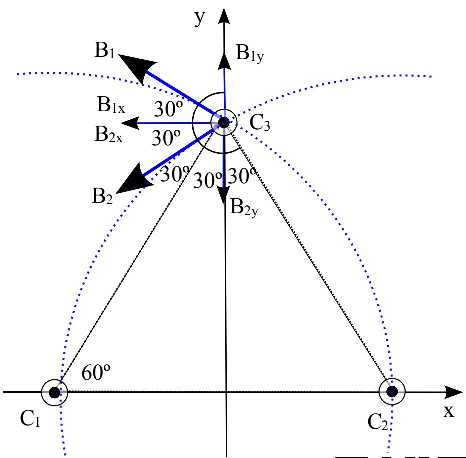
En este caso $N_s=N_p\frac{V_s}{V_p}=2200\cdot\frac{12}{220}=120$

b) Podemos poner la relación en función de las corrientes, asumiendo que no hay pérdidas en el transformador, la energía se conserva y la potencia eléctrica a la entrada es igual a la de salida, por lo que $I_pV_p=I_sV_s\Rightarrow\frac{V_s}{V_p}=\frac{I_p}{I_s}\Rightarrow\frac{N_s}{N_p}=\frac{I_p}{I_s}$

En este caso $I_p=I_s\frac{N_s}{N_p}=5\cdot\frac{120}{2200}=0{,}27\,A$

A. Problema 2.-

a) Realizamos un diagrama en el que fijamos un sistema de referencia para poder dar el campo magnético vectorialmente. El eje x está en la línea que une C_1 y C_2, con x positivas hacia C_2, y el eje y en la mediatriz de la línea que une C_1 y C_2, pasando por C_3, con y positivas hacia C_3. La corriente en los tres conductores está dirigida hacia z positivas. Utilizamos el principio y de superposición, y cualitativamente podemos ver que por simetría el campo magnético tendrá sólo componente x negativa.



Podemos resolverlo de dos maneras equivalentes:
A. Usando la definición matemática de campo magnético

creado por un conductor rectilíneo $\vec{B}=\frac{\mu_0 I}{2\pi d}(\vec{u}_l\times\vec{u}_r)$ y teniendo en cuenta que $\vec{u}_r=\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$

Las coordenadas de cada conductor en metros son C_1 (-0,05, 0), C_2 (0,05, 0), y C_3 (0, $0{,}1\frac{\sqrt{3}}{2}$)

El vector que va de C_1 a C_3 es $0{,}05\vec{i}+0{,}05\sqrt{3}\vec{j}$
El vector que va de C_2 a C_3 es $-0{,}05\vec{i}+0{,}05\sqrt{3}\vec{j}$
El módulo del campo magnético generado por C_1 y C_2 en C_3 es el mismo, ya que están ambos a las misma distancia y por ambos circula la misma intensidad de corriente.

$$B_1(C_3)=B_2(C_3)=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}=\frac{4\pi 10^{-7}\cdot 25}{2\pi 0{,}1}=5\cdot 10^{-5}T$$

$$\vec{B}_1(C_3)=B_1(C_3)(\vec{u}_l\times\vec{u}_r)=5\cdot 10^{-5}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 0 & 1\\ \frac{0{,}05}{0{,}1} & \frac{0{,}05\sqrt{3}}{0{,}1} & 0\end{vmatrix}=5\cdot 10^{-5}\frac{0{,}05}{0{,}1}\vec{j}-5\cdot 10^{-5}0{,}05\frac{\sqrt{3}}{0{,}1}\vec{i}$$

$$\vec{B}_1(C_3)=-4{,}33\cdot 10^{-5}\vec{i}+2{,}5\cdot 10^{-5}\vec{j}\,T$$

$$\vec{B}_2(C_3)=B_2(C_3)(\vec{u}_l\times\vec{u}_r)=5\cdot 10^{-5}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 0 & 1\\ \frac{-0{,}05}{0{,}1} & \frac{0{,}05\sqrt{3}}{0{,}1} & 0\end{vmatrix}=-5\cdot 10^{-5}\frac{0{,}05}{0{,}1}\vec{j}-5\cdot 10^{-5}0{,}05\frac{\sqrt{3}}{0{,}1}\vec{i}$$

$$\vec{B}_2(C_3)=-4{,}33\cdot 10^{-5}\vec{i}-2{,}5\cdot 10^{-5}\vec{j}\,T$$

Sumando vectorialmente

$$\vec{B}(C_3)=-8{,}66\cdot 10^{-5}\vec{i}\,T$$

B. Utilizando trigonometría, calculando módulos de los vectores y descomponiéndolos según el ángulo α (en diagrama son 30º, no confundir con el ángulo de 60º del triángulo equilátero). En este caso . Por simetría podemos ver que $B_{1y}(C_3)=-B_{2y}(C_3)$, y que $B_{1x}(C_3)=B_{2x}(C_3)$

$$B_{1x}(C_3)=B_1(C_3)\cos 30º=\frac{5\cdot 10^{-5}\cdot\sqrt{3}}{2}=4{,}33\cdot 10^{-5}T$$

Tomando signos del diagrama y sumando vectorialmente llegamos al mismo resultado.
b) La fuerza que ejerce un campo magnético sobre un conductor sobre el que circula corriente la obtenemos utilizando la ley de Laplace $\vec{F}=I(\vec{l}\times\vec{B})$
Cualitativamente tendrá dirección del eje y, dirigido hacia y negativas. Matemáticamente

$$\vec{F}=I(\vec{l}\times\vec{B})=25\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 0 & 1\\ -8{,}66\cdot 10^{-5} & 0 & 0\end{vmatrix}=-25\cdot 8{,}66\cdot 10^{-5}\vec{j}=-2{,}17\cdot 10^{-3}\vec{j}\,N$$ Para 1 m [ó N/m]

2002-Septiembre

Cuestión 2.-

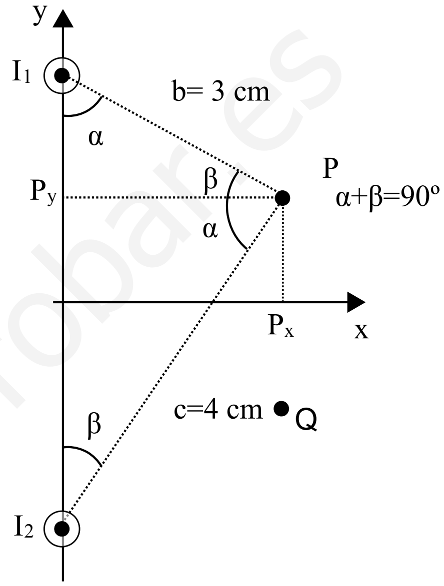
El trabajo realizado por una fuerza en el movimiento de una partícula es por definición $W=\int_A^B\vec{F}\cdot d\vec{s}$, donde $d\vec{s}$ es un vector unitario tangencial a la trayectoria, por lo que el trabajo depende de que haya fuerza no nula, y cual sea el ángulo que forme el vector fuerza con la trayectoria a lo largo de toda ella.
Como se trata de un electrón en movimiento, es una partícula cargada y ambas fuerzas no serán nulas, dependiendo el valor del trabajo del ángulo a lo largo de la trayectoria.

Campo magnético: nunca realiza trabajo.

El campo magnético ejerce una fuerza que, según la ley de Lorentz $\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})$, siempre es perpendicular a la velocidad, por lo que origina una fuerza centrípeta: modifica la trayectoria pero no realiza trabajo,y la fuerza y la trayectoria son siempre perpendiculares y su producto escalar es cero. Si sólo hay campo magnético, la trayectoria es circular, dentro de un plano perpendicular al campo magnético.

Campo eléctrico: en general realizará trabajo, aunque puede no realizarlo.
El campo eléctrico ejerce una fuerza en la misma dirección que el campo, cuyo sentido depende del signo de la carga $\vec{F}=q\vec{E}$, luego el que realice trabajo o no depende de cual sea el ángulo que forme el vector campo eléctrico con el vector velocidad. Como se indica que en la región del espacio coexisten ambos campos, podemos pensar que en general la trayectoria es una combinación de un movimiento circular y de traslación (movimiento helicoidal), por lo que el vector velocidad cambia continuamente, de modo que en general habrá momentos en los que la velocidad formase un ángulo con el vector campo eléctrico que hiciese que el trabajo total no fuese nulo. Sin embargo hay un caso especial: si el campo eléctrico es perpendicular tanto al campo magnético como a la velocidad, puede compensar la fuerza magnética y hacer que la fuerza neta sea cero, por lo que no realizaría trabajo, y la trayectoria sería rectilínea.

B. Problema 1 .-



a) Realizamos un diagrama donde elegimos un sistema de coordenadas para poder dar los resultados vectorialmente. Elegimos eje y como la línea que une ambos conductores, con sentido positivo hacia I_1, y eje x como la mediatriz entre los conductores, con sentido positivo hacia los puntos P y Q. Las corrientes tienen dirección eje z, sentido hacia z positivas, pero realizamos la representación sólo en el plano xy.
Utilizamos el principio de superposición, y para resolverlo podemos hacerlo de dos maneras equivalentes
A. Usando la definición matemática de campo magnético creado por un conductor rectilíneo $\vec{B}=\frac{\mu_0 I}{2\pi d}(\vec{u}_l\times\vec{u}_r)$ y teniendo en cuenta que $\vec{u}_r=\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$
La distancia entre I_1 e I_2 es la hipotenusa de un triángulo cuyos catetos son b = 3 cm y c = 4 cm, luego es $\sqrt{3^2+4^2}=5\,cm=0{,}05\,m$
Necesitamos aplicar un poco de geometría / trigonometría para razonar las coordenadas de P.
Utilizamos los siguientes ángulos, representados en el diagrama:

- α: ángulo en el vértice I_1 del triángulo formado por I_1, I_2 y P, y también es el ángulo en el vértice P del triángulo formado por P, I_2, y el punto del eje y de misma coordenada y que P.
- β: ángulo en el vértice I_2 del triángulo formado por I_1, I_2 y P, y también es el ángulo en el vértice P del triángulo formado por P, I_1, y el punto del eje y de misma coordenada y que P.

La distancia de P a la línea que une I_1 e I_2,a, que es la coordenada x del punto P en el sistema de referencia elegido es $P_x=0{,}03\cdot sen(\alpha)=0{,}03\cdot\frac{4}{5}=0{,}024\,m$
La distancia de P a la mediatriz del segmento que une I_1 e I_2, que es la coordenada y del punto P en el sistema de referencia elegido es

$$P_y=\frac{0{,}05}{2}-(0{,}03\cdot\cos(\alpha))=0{,}025-0{,}03\cdot\frac{3}{5}=0{,}025-0{,}018=0{,}007\,m$$

El vector que va de I_1 a P es $0{,}024\,\vec{i}-0{,}018\,\vec{j}$
El vector que va de I_2 a P es $0{,}024\,\vec{i}+0{,}032\,\vec{j}$
Calculamos los módulos del campo magnético generado en P

$$B_1(P)=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}=\frac{4\pi 10^{-7} I_1}{2\pi 0{,}03}=6{,}67\cdot 10^{-6} I_1$$

$$B_2(P)=\frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}=\frac{4\pi 10^{-7} I_2}{2\pi 0{,}04}=5\cdot 10^{-6} I_2$$

$$\vec{B}_1(P)=B_1(P)(\vec{u}_l\times\vec{u}_r)=6{,}67\cdot10^{-6}I_1\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 0 & 1\\ \frac{0{,}024}{0{,}03} & \frac{-0{,}018}{0{,}03} & 0\end{vmatrix}=6{,}67\cdot10^{-6}I_1(0{,}8\vec{j}+0{,}6)\vec{i}$$

$$\vec{B}_1(P)=I_1(4\cdot10^{-6}\vec{i}+5{,}3\cdot10^{-6}\vec{j})\,T$$

$$\vec{B}_2(P)=B_2(P)(\vec{u}_l\times\vec{u}_r)=5\cdot10^{-6}I_2\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 0 & 1\\ \frac{0{,}024}{0{,}04} & \frac{0{,}032}{0{,}04} & 0\end{vmatrix}=5\cdot10^{-6}I_2(0{,}6\vec{j}-0{,}8\vec{i})$$

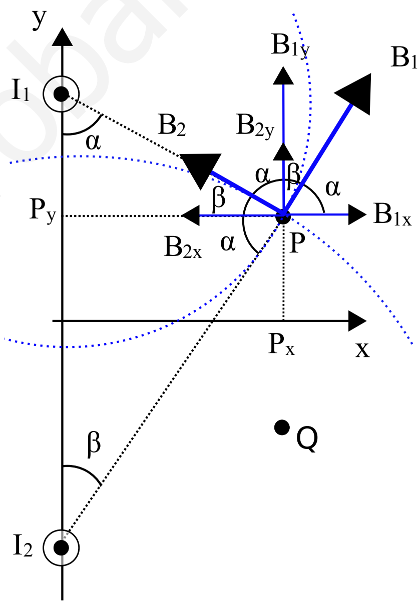
$$\vec{B}_2(P)=I_2(-4\cdot10^{-6}\vec{i}+3\cdot10^{-6}\vec{j})\,T$$

Sumando vectorialmente

$$\vec{B}(P)=(4I_1-4I_2)\cdot10^{-6}\vec{i}+(5{,}3I_1+3I_2)\cdot10^{-7}\vec{j}\,T$$

Como queremos que el campo magnético B sea paralelo a la recta que une ambos conductores, sólo tendrá componente y, por lo que igualamos su componente x a cero y despejamos la relación

$$4I_1-4I_2=0\Rightarrow I_1=I_2$$



Los campos magnéticos calculados los podemos representar en un diagrama, donde vemos que son tangenciales a circunferencias centradas en los conductores, y su sentido sigue la regla de la mano derecha. (el diagrama se incluye a continuación, cuando se utiliza trigonometría para)

B. Utilizando trigonometría, calculando módulos de los vectores y descomponiéndolos según el ángulo α definido anteriormente.

$$|B_{1x}(P)|=B_1(P)\cos(\alpha)=6{,}67\cdot10^{-6}I_1\cdot\frac{3}{5}=4\cdot10^{-6}I_1$$

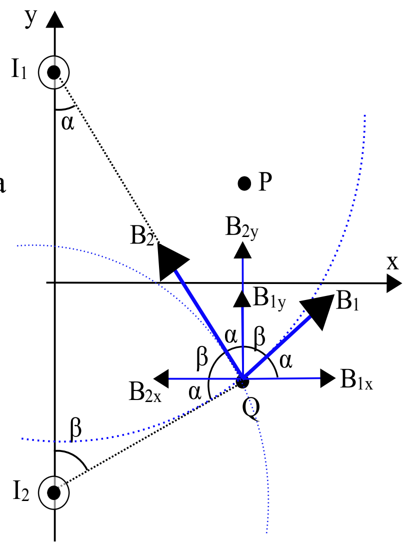
$$|B_{1y}(P)|=B_1(P)sen(\alpha)=6{,}67\cdot10^{-6}I_1\cdot\frac{4}{5}=5{,}3\cdot10^{-6}I_1$$

$$|B_{2x}(P)|=B_2(P)sen(\alpha)=5\cdot10^{-6}I_2\cdot\frac{4}{5}=4\cdot10^{-6}I_2$$

$$|B_{2y}(P)|=B_2(P)\cos(\alpha)=5\cdot10^{-6}I_2\cdot\frac{3}{5}=3\cdot10^{-6}I_2$$

Tomando signos del diagrama y sumando vectorialmente llegamos a plantear la misma ecuación obteniendo el mismo resultado. En este caso no hemos necesitado calcular las coordenadas del punto P.

$$B_{1x}+B_{2x}=0\Rightarrow4I_1-4I_2=0\Rightarrow I_1=I_2$$



b) Tenemos que plantear de nuevo la situación. Pero por la simetría de la situación ($I_1=I_2$ según apartado a, y el módulo de la distancia de I_1 a P es igual al módulo de la distancia de I_2 a Q), sabemos que los módulos de los vectores de campo se intercambian respecto al apartado anterior.

$$B_2(Q)=\frac{\mu_0I_2}{2\pi d}=\frac{4\pi10^{-7}I_2}{2\pi0{,}03}=6{,}67\cdot10^{-6}I_2$$

$$B_1(Q)=\frac{\mu_0I_1}{2\pi d}=\frac{4\pi10^{-7}I_1}{2\pi0{,}04}=5\cdot10^{-6}I_1$$

Lo resolvemos ahora sólo por trigonometría, ya que tenemos los módulos y tan solo es necesario descomponer según los ángulos del diagrama (varían respecto diagrama anterior).

$$|B_{1x}(Q)|=B_1(Q)\cos(\alpha)=5\cdot10^{-6}I_1\cdot\frac{4}{5}=4\cdot10^{-6}I_1$$

$$|B_{1y}(Q)|=B_1(Q)\,sen(\alpha)=5\cdot 10^{-6} I_1\cdot\frac{3}{5}=3\cdot 10^{-6} I_1$$
$$|B_{2x}(Q)|=B_2(Q)\,sen(\alpha)=6{,}67\cdot 10^{-6} I_2\cdot\frac{3}{5}=4\cdot 10^{-6} I_2$$
$$|B_{2y}(Q)|=B_2(Q)\cos(\alpha)=6{,}67\cdot 10^{-6} I_2\cdot\frac{4}{5}=5{,}3\cdot 10^{-6} I_2$$

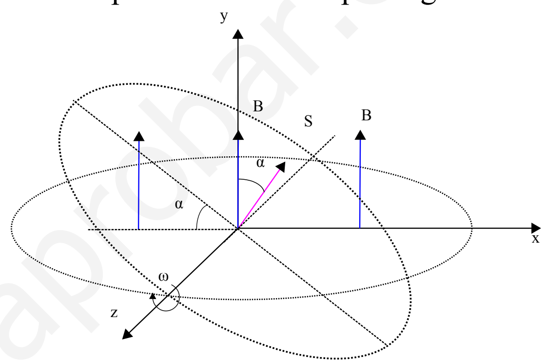
Como $I_1=I_2$, se vuelven a anular las componentes x (se ve en el diagrama) y el campo magnético total en Q sólo tendrá componente y, dirigido hacia y positivas. Lo podemos expresar en función de I_1 , tomando signos del diagrama, como:
$$\vec{B}(Q)=(3+4{,}3)\cdot 10^{-6} I_1=7{,}3\cdot 10^{-6} I_1\,T$$

2002-Junio

Cuestión 3.-

Hacemos una representación gráfica para entender como el ángulo está relacionado con la frecuencia de giro. Enunciado indica una bobina, que podemos considerar como un grupo de espiras muy juntas, todas ellas de superficie conjunta S que es atravesada por el mismo campo magnético.

$$\Phi=\int\vec{B}\,d\vec{s}=\vec{B}\vec{S}=B\,S\cos(\alpha)=B\,S\cos(\omega t+\varphi_0)$$
$$\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=B\,S\,\omega\,sen(\omega t+\varphi_0)$$
$$\varepsilon_{máx}=50=B\,S\,2\pi\,60\Rightarrow>2\pi\,B\,S=\frac{50}{60}=\frac{5}{6}$$



a) $\varepsilon_{máx}'=B\,S\,2\pi\,f=\frac{5}{6}\cdot 180=150\,V$

b) $\varepsilon_{máx}''=B\,S\,2\pi\,f=2\cdot\frac{5}{6}\cdot 120=200\,V$

2002-Modelo

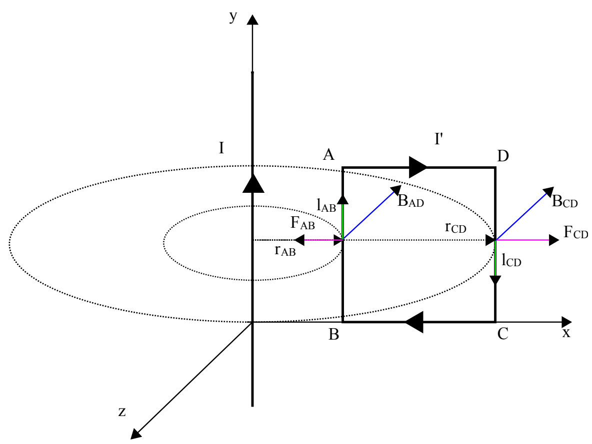
Cuestión 3.-

a) El campo magnético no tiene que ser necesariamente nulo para que una partícula cargada positiva se mueva sin desviarse, ya que eso implica fuerza total nula, pero la fuerza que realiza el campo magnético sobre la partícula puede verse compensada con otras fuerzas que actúen al mismo tiempo sobre ella. Por ejemplo la fuerza de un campo eléctrico, si este es perpendicular a la velocidad de la partícula y al campo magnético, puede orientarse para que anule el efecto de la fuerza magnética.

b) No, no cambia la respuesta ya que el mismo campo eléctrico que compensa la desviación de la carga positiva producida por el campo magnético también compensaría la desviación de la carga negativa, al intervenir la carga con su signo en la orientación de ambas fuerzas.

B. Problema 2.-

a) Realizamos un diagrama en el que fijamos un sistema de referencia para dar el resultado vectorialmente. Tomamos la corriente como el eje y, dirigida hacia y positivas, y el eje x pasando por el conductor inferior de la espira, con x positivas hacia la espira.



El módulo del campo magnético generado en cada uno de los dos lados de la espira paralelos al conductor.

$$B(AB)=\frac{4\pi 10^{-7}5}{2\pi 0{,}03}=3{,}33\cdot 10^{-5}\,T$$
$$B(CD)=\frac{4\pi 10^{-7}5}{2\pi(0{,}03+0{,}1)}=7{,}69\cdot 10^{-6}\,T$$

Para la dirección y sentido, razonamos cualitativamente que el campo magnético generado por un conductor rectilíneo indefinido viene dado por el producto vectorial, por lo que estará en la dirección del eje z, con sentido hacia z negativas.

Vectorialmente $\vec{B}(AB)=-3{,}33\cdot 10^{-5}\vec{k}\,T\,;\,\vec{B}(CD)=-7{,}69\cdot 10^{-6}\vec{k}\,T$

También lo podríamos hacer matemáticamente $\vec{B}=\frac{\mu_0 I}{2\pi d}(\vec{u}_l \times \vec{u}_r)$, y en ambos casos

$$\vec{u}_l \times \vec{u}_r = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -\vec{k}$$

b) La fuerza ejercida sobre un conductor por un campo magnético viene dada por la Ley de Laplace $\vec{F}=I(\vec{l}\, x \vec{B})$

$$\vec{F}_{AB}=0,2\cdot\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & -3,33\cdot 10^{-5} \end{vmatrix} = -6,66\cdot 10^{-7}\vec{i}\, N$$ Dirección eje x, sentido hacia x negativas.

$$\vec{F}_{CD}=0,2\cdot\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & -0,1 & 0 \\ 0 & 0 & -7,69\cdot 10^{-6} \end{vmatrix} = 1,54\cdot 10^{-7}\vec{i}\, N$$ Dirección eje x, sentido hacia x positivas.

2001-Septiembre

Cuestión 3.-

a) Se trata de una cuestión cinemática: si describe una circunferencia con velocidad constante, podemos plantear $v=\frac{2\pi R}{T} \Rightarrow R=\frac{vT}{2\pi}=\frac{3,8\cdot 10^6\cdot 3,2\cdot 10^{-7}}{2\pi}=0,19\, m$

b) Si describe una trayectoria circular, el campo magnético es perpendicular a la velocidad en todo momento, por lo que la fuerza magnética será fuerza centrípeta, siempre perpendicular al vector velocidad. Igualamos módulos de las fuerzas: como velocidad y campo magnético son perpendiculares podemos sustituir $|\vec{F}_{magnética}|=|q(\vec{v}\times\vec{B})|=|qvB|$

$$|q\, v\, B|=m\frac{v^2}{R} \Rightarrow m=\frac{R|qvB|}{v^2}=\frac{0,19\cdot 1,6\cdot 10^{-19}\cdot 3,8\cdot 10^6\cdot 0,2}{(3,8\cdot 10^6)^2}=1,6\cdot 10^{-27}\, kg$$

Nota: una unidad de masa atómica son $1,66\cdot 10^{-27}$ kg, luego la partícula cargada sería un protón.
Nota: se puede comprobar que $v/c=3,8\cdot 10^6/3\cdot 10^8=1,27\%$, por lo que es una aproximación correcta no considerarla relativista, aunque estaría en el límite.

A. Problema 2.-

a) Realizamos un diagrama, donde se puede ver como los puntos P y Q están situados en el eje Y.

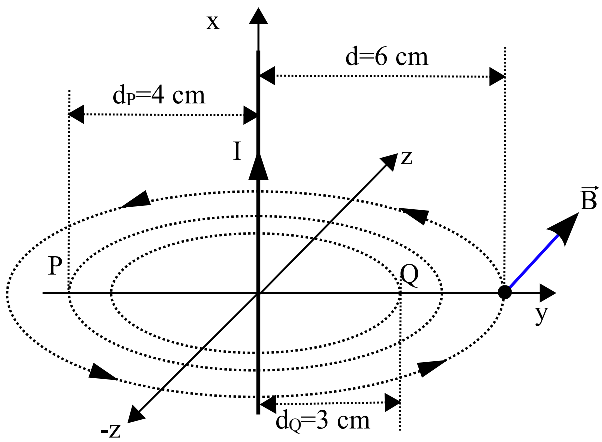
El módulo del campo generado por un conductor rectilíneo indefinido es $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi d}$, luego

$$B_P=\frac{\mu_0 I}{2\pi d_P} \Rightarrow \frac{4\pi\cdot 10^{-7} I}{2\pi d_P}=3\cdot 10^{-5}$$

$$I=\frac{3\cdot 10^{-5}}{2\cdot 10^{-7}}d_P=150\, d_P$$

$$B_Q=\frac{\mu_0 I}{2\pi d_Q} \Rightarrow \frac{4\pi\cdot 10^{-7} I}{2\pi d_Q}=4\cdot 10^{-5}$$

$$I=\frac{4\cdot 10^{-5}}{2\cdot 10^{-7}}d_Q=200\, d_Q$$



Si operamos con ambas expresiones:

$$\frac{I}{150}+\frac{I}{200}=d_P+d_Q$$

$$I\left(\frac{4+3}{600}\right)=0,07 \Rightarrow I=\frac{(0,07\cdot 600)}{7}=6\, A$$

No se piden los valores de d_P y d_Q, pero los calculamos y representamos.
d_P=I/150=0,04 m = 4 cm
d_Q=I/200=0,03 m = 3 cm

b) El módulo del campo magnético será $B=\frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 6}{2\pi 0{,}06}=2\cdot 10^{-5}T$

La dirección y sentido lo podemos razonar con el diagrama y la regla de la mano derecha: está dirigido hacia z positivas $\vec{B}=2\cdot 10^{-5}\vec{k}\,T$

2001-Junio

Cuestión 3.-

a) Si describe una trayectoria circular, el campo magnético es perpendicular a la velocidad en todo momento, por lo que la fuerza magnética será fuerza centrípeta, siempre perpendicular al vector velocidad. Igualamos módulos de las fuerzas: como velocidad y campo magnético son perpendiculares podemos sustituir $|\vec{F}_{magnética}|=|q(\vec{v}\times\vec{B})|=|qvB|$

$$|q\,v\,B|=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow R=\frac{mv^2}{|qvB|}=\frac{9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot(10^6)^2}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 10^6\cdot 0{,}1}=5{,}69\cdot 10^{-5}m$$

b) Se trata de una cuestión cinemática: una vuelta supone una circunferencia del radio calculado en el apartado a).

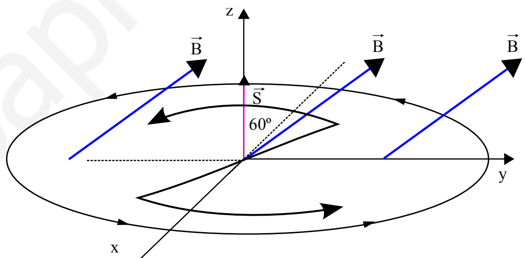
$$n=\frac{d_{recorrida}}{d_{vuelta}}=\frac{10^6\cdot 0{,}001}{2\pi\cdot 5{,}69\cdot 10^{-5}}=2{,}8\cdot 10^6\,vueltas$$

Nota: se puede comprobar que v/c=$10^6/3\cdot 10^8$=0,33%, por lo que es una aproximación correcta no considerarla relativista.

A. Problema 2.-

a) $\Phi=\int\vec{B}\,d\vec{s}=\vec{B}\cdot\vec{S}=B\cdot N\pi r^2\cdot\cos 60^o=0{,}5\cdot 200\cdot\pi\cdot 0{,}04^2\cdot 0{,}5\approx 0{,}25\,Wb$

b) Al disminuir uniformemente B disminuye el flujo, y como varía de manera uniforme, la fuerza electromotriz tendrá un valor constante durante esos 100 ms que está variando. La superficie y ángulo son constantes.
Podemos realizar un diagrama para representar que la corriente inducida tendrá un sentido que se oponga a esa disminución de flujo: en el diagrama la elección de ejes es arbitraria.



$$\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=-N\pi r^2\cos 60^o\cdot\frac{dB}{dt}=-200\cdot\pi 0{,}04^2\cdot 0{,}5\frac{\Delta B}{\Delta t}=-0{,}5\cdot\frac{0-0{,}5}{0{,}1-0}=2{,}5\,V$$

2001-Modelo

Cuestión 4.-

La fuerza electromotriz depende de la variación del flujo.
Considerando que no varía la superficie de la espira ni su orientación, con una espira plana:

$$\Phi=\int\vec{B}\,d\vec{s}=\vec{B}\cdot\vec{S}=B\cdot S\cdot\cos\alpha\,;\,\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=-S\cos\alpha\frac{dB}{dt}$$

Como la variación es lineal, podemos sustituir la derivada por cocientes de incrementos

$$\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=-S\cos\alpha\frac{\Delta B}{\Delta t}$$

Comparamos el término de variación de campo magnético en ambos casos:

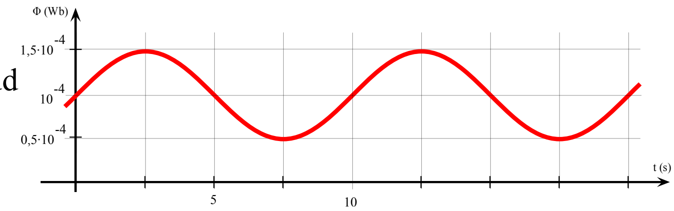
$$a)\frac{\Delta B}{\Delta t}=\frac{0-0{,}3}{0{,}001-0}=-300\,T/s\qquad b)\frac{\Delta B}{\Delta t}=\frac{1{,}2-1}{0{,}001-0}=200\,T/s$$

Por lo tanto la fuerza electromotriz, en valor absoluto, será mayor en el caso a).

B. Problema 2.-

a)
$$\Phi=\int \vec{B}\,d\vec{s}=\vec{B}\cdot\vec{S}=B\cdot S\cdot\cos(0^o)=B\cdot l\cdot x$$
$$\Phi=50\cdot10^{-3}\cdot0{,}02\cdot(0{,}1+0{,}05\,sen(\frac{2\pi}{10}t))=10^{-4}+5\cdot10^{-5}\,sen(\frac{\pi}{5}t)[Wb]$$

Representamos gráficamente en función del tiempo: se trata de una función seno de periodo 10 s, cuya fase inicial es 0, y oscila con amplitud $5\cdot10^{-5}$ Wb respecto de un valor 10^{-4} Wb.

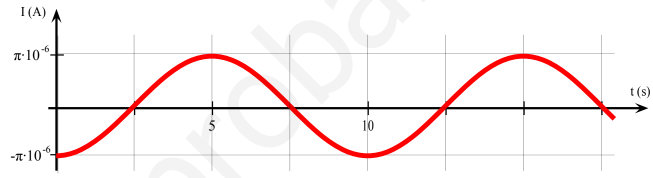


b) La fuerza electromotriz la calculamos con la ley de Faraday

$$\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=-10^{-5}\pi\cos(\frac{\pi}{5}t)[V]$$

Utilizando la ley de Ohm $I=\frac{V}{R}=\frac{-10^{-5}\pi\cos(\frac{\pi}{5}t)}{10}=-10^{-6}\pi\cos(\frac{\pi}{5}t)[A]$

Representamos gráficamente en función del tiempo; se trata de una función coseno de periodo 10 s, con fase inicial es 0, y oscila con amplitud $\pi\cdot10^{-6}$ A.



Al indicarse "represente gráficamente", puede surgir la duda de si se pide también que se represente sobre el diagrama del circuito el sentido de la corriente inducida. Ese sentido variará de manera periódica, pero podemos indicar qué sentido tiene en los 2,5 primeros segundos en los que

-La distancia x aumenta y aumenta la superficie.

-Aumenta el flujo con el tiempo

-La fuerza electromotriz es negativa porque la variación de flujo es positiva.

Sobre el diagrama del enunciado, el flujo estaría aumentando (y está dirigido hacia el lector, en sentido de z positivas), por lo que la corriente inducida se opondría y giraría en el sentido de las agujas del reloj, pasando de M hacia N.

<u>2000-Septiembre</u>

Cuestión 3.-

a)
$$\Phi=\int \vec{B}\,d\vec{s}=\vec{B}\cdot\vec{S}=B\cdot S\cdot\cos(0^o)=B\cdot\pi r^2$$
$$\Phi=0{,}01\cdot\pi\cdot(0{,}1-10t)^2[Wb]$$

b) La fuerza electromotriz la calculamos con la ley de Faraday

$$\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=-0{,}01\cdot\pi\cdot2\cdot(0{,}1-10t)\cdot(-10)=\pi(0{,}02-2t)[V]$$

Igualamos al valor indicado

$$0{,}01=\pi(0{,}02-2t)\Rightarrow\frac{0{,}01}{\pi}-0{,}02=-2t\Rightarrow t=8{,}4\cdot10^{-3}s$$

<u>2000-Junio</u>

B. Problema 2.-

a)
$$\Phi=\int \vec{B}\,d\vec{s}=\vec{B}\cdot\vec{S}=B\cdot N\pi r^2\cdot\cos0^o=(0{,}01t+0{,}04t^2)\cdot30\cdot\pi\cdot0{,}04^2=1{,}5\cdot10^{-3}t+6\cdot10^{-3}t^2[Wb]$$

b) La fuerza electromotriz la calculamos con la ley de Faraday

$$\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=-1{,}5\cdot10^{-3}-2\cdot6\cdot10^{-3}t[V]$$

Calculamos en el instante indicado

$$\varepsilon(t=5\,s)=-1{,}5\cdot10^{-3}-2\cdot6\cdot10^{-3}\cdot5=-6{,}15\cdot10^{-2}V$$

<u>2000-Modelo</u>

Cuestión 4.-

a) Un transformador es un dispositivo transporta energía de un circuito corriente alterna a otro

circuito de corriente alterna utilizando inducción mutua. Permite cambiar propiedades de una corriente eléctrica (reducir o aumentar la tensión), pero manteniendo la frecuencia. El principio de funcionamiento del transformador es tener un bobinado primario (p) y secundario (s) que comparten el flujo magnético a través de un núcleo magnético, teniendo cada uno un número de espiras distinto (N_s y N_p).
Son útiles para el transporte de energía eléctrica alterna ya que permiten generar altas tensiones, que hacen que las corrientes sean menores y se minimice la pérdida por efecto Joule.

b) Igualando el flujo que circula por ambos bobinados se llega a la expresión $\frac{V_s}{V_p}=\frac{N_s}{N_p}$

En este caso $\frac{6}{V_p}=\frac{100}{1200} \Rightarrow V_p=\frac{6\cdot 1200}{100}=72\,V$

B. Problema 1.-

a) Si describen una trayectoria circular, el campo magnético es perpendicular a la velocidad en todo momento, por lo que la fuerza magnética será fuerza centrípeta, siempre perpendicular al vector velocidad. Igualamos módulos de las fuerzas: como velocidad y campo magnético son perpendiculares podemos sustituir $|\vec{F}_{magnética}|=|q(\vec{v}\times\vec{B})|=|qvB|$

$$|q\,v\,B|=m\frac{v^2}{R} \Rightarrow R=\frac{m\,v^2}{|qvB|}=\frac{m\,v}{|qB|}$$

Hallamos el cociente entre los radios

$$\frac{R_A}{R_B}=\frac{\frac{m_A v}{|qB|}}{\frac{m_B v}{|qB|}}=\frac{m_A}{m_B}=\frac{19{,}92\cdot 10^{-27}}{21{,}57\cdot 10^{-27}}=0{,}923$$

b) Cada isótopo describe una trayectoria circular con la misma velocidad, luego tardan tiempos distintos en recorrer una semicircunferencia. El enunciado dice “cuando han descrito una semicircunferencia”, pero no es simultáneo: consideramos que uno describe una semicircunferencia, y luego calculamos la posición en la que se encuentra el otro.
Como ambos isótopos tienen la misma velocidad, en el mismo tiempo el isótopo B recorre la misma distancia, que es πR_A.
Calculamos el arco de circunferencia recorrido por el el isótopo B al recorrer esa distancia con R_B:

$$\theta_B=\frac{\pi R_A}{R_B}=\pi\cdot 0{,}923=2{,}9\,rad$$ (Recorre menos de una semicircunferencia que son π radianes)

La separación (espacial, no consideramos que enunciado pida separación temporal al realizar la semicircunferencia) entre ambos será, si tomamos el eje x como la base de la semicircunferencia que ha recorrido el isótopo A, la hipotenusa de un triángulo que tiene como uno de los catetos, la base, en el eje X la diferencia entre radios, y como otro cateto, la altura, la distancia del punto al que ha llegado el isótopo B cuando el A está en el eje X.

$$separación=\sqrt{(R_A-R_B)^2+(R_B\,sen\,\theta)^2}=\sqrt{R_B^2\left(\left(\frac{R_A}{R_B}-1\right)^2+(sen\,\theta)^2\right)}=2{,}47\cdot 10^{-2}\,m$$

Necesitamos calcular el radio, y no se nos da explícitamente la carga de los isótopos, simplemente se indica “han sido ionizados una sola vez”, por lo que asumimos que la carga es +e.

Para el isótopo B: $R_B=\frac{m\,v}{|qB|}=\frac{19{,}92\cdot 10^{-27}\cdot 6{,}7\cdot 10^5}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 0{,}85}=9{,}81\cdot 10^{-2}\,m$

Sustituyendo:

$$separación=\sqrt{(9{,}81\cdot 10^{-2})^2((0{,}923-1)^2+(sen\,2{,}9)^2)}$$

Nota: una unidad de masa atómica son $1{,}66\cdot 10^{-27}$ kg, luego el isótopo B tendría una masa de $19{,}92\cdot 10^{-27}/1{,}66\cdot 10^{-27}=12$ u. Sería un isótopo de Carbono 12. El isótopo A tendría una masa de $21{,}57\cdot 10^{-27}/1{,}66\cdot 10^{-27}=13$ u. Sería un isótopo de Carbono 13.