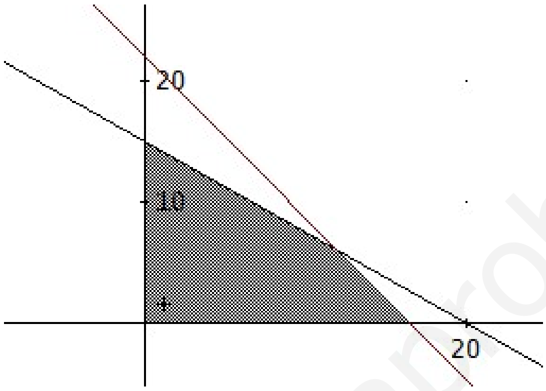
Bachillerato de Ciencias Humanas y Sociales	
SOLUCIONES	**Julio de 2018**

OPCIÓN A

Problema 1. Las restricciones: $\begin{cases} 30x + 40y \leq 600 \\ 40x + 30y \leq 660 \\ x \geq 0,\ y \geq 0 \end{cases}$ determinan la región factible:



Los puntos posibles son *A(0,0), B(0,15), C(16'5,0)* y *D(12,6)*. Sustituyendo en la función objetivo *F(x,y)=40x*+35y se obtiene:

F(A)=0, F(B)=525, F(C)=660 y *F(D)=690.* Luego se deben producir 12 unidades del producto *A* y 6 unidades del producto *B* y se consigue un ingreso máximo de 690 €.

Problema 2. a) $x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow (x+2)(x-1) \leftarrow D = \Re - \{-2,1\}$.

Punto de corte con el eje de ordenadas: $x = 0 \rightarrow y = 3/2 \rightarrow (0,3/2)$.

Puntos de corte con el eje de abscisas:

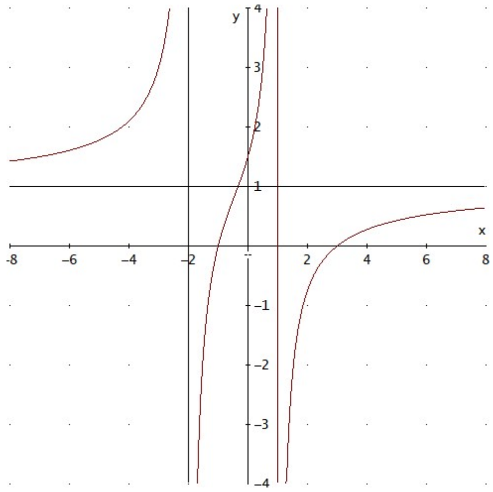
$y = 0 \rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow (x+1)(x-3) = 0 \rightarrow (-1,0) \wedge (3,0)$.

b) Asíntotas verticales: $x = -2 \wedge x = 1$.

Asíntota horizontal: $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + x - 2} = 1 \rightarrow y = 1$

c) $f'(x) = \dfrac{3x^2 + 2x + 7}{(x^2 + x - 2)^2} = 0 \rightarrow 3x^2 + 2x + 7 = 0$ no tiene soluciones reales y por tanto no tiene extremos relativos.

$(-\infty,-2)$ $f'(x) > 0$ creciente; $(-2,1)$ $f'(x) > 0$ creciente; $(1,\infty)$ $f'(x) > 0$ creciente.



Problema 3. $p(S) = 1 - 0.4 = 0.6$.

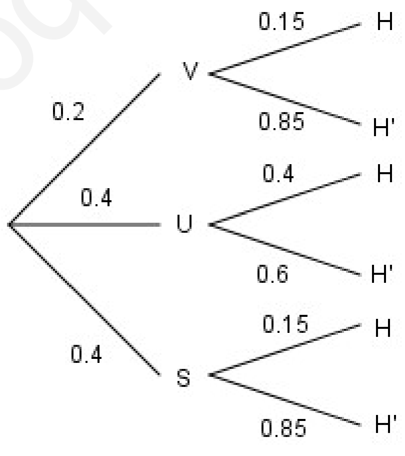
$p(H) = 0.25 = 0.2 \cdot 0.15 + 0.4 \cdot 0.4 + 0.4 \cdot p(H/S) \to p(H/S) = 0.15$.

a) $p(U/H) = \dfrac{p(U \cap H)}{p(H)} = \dfrac{0.4 \cdot 0.4}{0.25} = 0.64$.

b) $p(V/H') = \dfrac{p(V \cap H')}{p(H')} = \dfrac{0.2 \cdot 0.85}{1 - 0.25} \approx 0.2267$.

c) $P(H/S) = 0.15$.

d) $p(V' \cap H') = p(U \cap H') + (S \cap H') = 0.4 \cdot 0.6 + 0.4 \cdot 0.85 = 0.58$.



OPCIÓN B

Problema 1. a) $|A| = \begin{vmatrix} 1/3 & -2/3 & 2/3 \\ 2/3 & 2/3 & 1/3 \\ -2/3 & 1/3 & 2/3 \end{vmatrix} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \begin{vmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \end{vmatrix} = \frac{1}{27} 27 = 1$.

b) $A \cdot A^t = \begin{pmatrix} 1/3 & -2/3 & 2/3 \\ 2/3 & 2/3 & 1/3 \\ -2/3 & 1/3 & 2/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/3 & 2/3 & -2/3 \\ -2/3 & 2/3 & 1/3 \\ 2/3 & 1/3 & 2/3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = I = A \cdot A^{-1}$.

Por tanto se comprueba que la matriz A es ortogonal: $A^{-1} = A^t$.

c) $AX = B \rightarrow A^{-1}AX = A^{-1}B \rightarrow X = A^t B \rightarrow X = \begin{pmatrix} 1/3 & 2/3 & -2/3 \\ -2/3 & 2/3 & 1/3 \\ 2/3 & 1/3 & 2/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/3 \\ 1/3 \\ 5/3 \end{pmatrix}$.

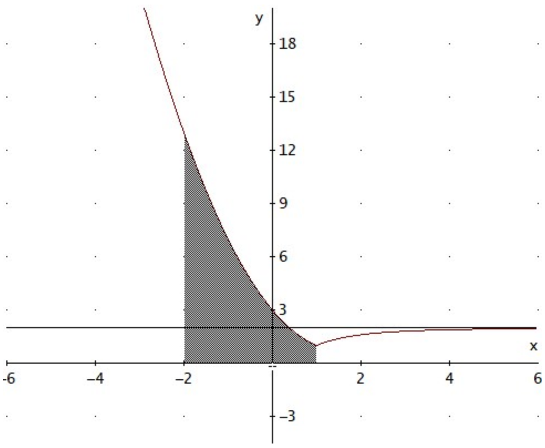
Problema 2.

a) Para que sea continua en $x = 1$: $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = f(1) \rightarrow 1 = \frac{a}{2} = 1 \rightarrow a = 2$.

En el resto de valores de *x* la función es continua.

b) $f'(x) = \begin{cases} 2x - 3 & x < 1 \\ \dfrac{4x}{(x^2+1)^2} & x > 1 \end{cases}$, y los valores en que se anula la derivada quedan fuera del intervalo de definición de la función a trozos. En $(-\infty, 1)$ $f'(x) < 0$ es decreciente y $(1, \infty)$ $f'(x) > 0$ es creciente. Por tanto tiene el mínimo $m(1,1)$.

c) Asíntotas verticales no tiene. Tiene la asíntota horizontal $y = 2$ por la derecha ya que $\lim\limits_{x \to +\infty^-} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty^-} \frac{2x^2}{x^2+1} = 2$ y $\lim\limits_{x \to -\infty^-} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty^-} (x^2 - 3x - 3) = \infty$.



d) La integral definida vale:

$$\int_{-2}^{1} f(x)dx = \int_{-2}^{1} (x^2 - 3x + 3)dx = \left.\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 3x\right|_{-2}^{1} = \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{2} + 3\right) - \left(-\frac{8}{3} - 6 - 6\right) = \frac{32}{2}.$$

Problema 3. $A = \{coche\ propio\}$, $B = \{transporte\ público\}$, $C = \{andando\}$ y $D = \{llegar\ tarde\}$.

$p(B) = 2p(C)$ y $0.7 + p(B) + p(C) = 1$. Resolviendo el sistema, se obtiene:

a) $p(D') = 0.7 \cdot 0.94 + 0.2 \cdot 0.97 + 0.1 \cdot 0.99 = 0.951$.

b) $p(B / D) = \dfrac{p(B \cap D)}{p(D)} = \dfrac{0.2 \cdot 0.03}{1 - 0.951} \approx 0.1224$.

c) $p(C' / D') = \dfrac{p(C' \cap D')}{p(D')} = \dfrac{p(A \cap D') + p(B \cap D')}{p(D')} = \dfrac{0.7 \cdot 0.94 + 0.2 \cdot 0.97}{0.951} \approx 0.8959$.