Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud	
Soluciones	**Junio de 2017**

OPCIÓN A

Problema 1. a) Para a=2 el sistema es: $\begin{cases} -x+2y+2z=2 \\ 2x+2y-z=2 \\ 2x-y+2z=2 \end{cases}$ y como el determinante

$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix} = -27$, el sistema es compatible y determinado y aplicando Cramer:

$$x = \frac{1}{-27}\begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix} = \frac{2}{3},\ y = \frac{1}{-27}\begin{vmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} = \frac{2}{3},\ z = \frac{1}{-27}\begin{vmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix} = \frac{2}{3}$$

b) Como $\begin{vmatrix} -1 & a & 2 \\ 2 & a & -1 \\ a & -1 & 2 \end{vmatrix} = -3(a-1)^2$ el sistema es compatible y determinado si $a \neq 1$.

c) Para *a=-1* el sistema es compatible e indeterminado pues $\begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} \neq 0$ y

$\begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 0$. El sistema: $\begin{cases} -x-y+2z=-1 \\ 2x-y-z=2 \end{cases}$ da las soluciones $(1+z, z, z)$.k

Problema 2. a) La recta *r* en paramétricas es: $\begin{cases} x=-3+t \\ y=2 \\ z=t \end{cases}$ y si $A=(-3,2,0)$ entonces $\overrightarrow{AP}=(4.1.1)$ y el vector normal del plano es: $\vec{n} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = (-1,-3,1)$.

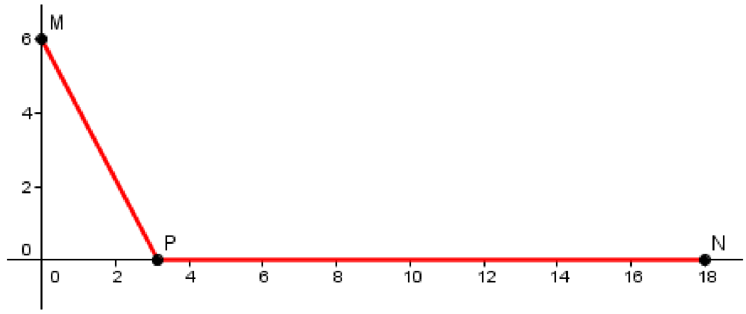
La ecuación del plano pertenece al haz: $.x-3y+z+D=0$ y al pasar por el punto *P*: $-1-3+1+D=0$ y el plano será $-x-3y+z+3=0$.

b) La recta s tiene de ecuación: $\begin{cases} x = 1+s \\ y = 1+s \\ z = 1+s \end{cases}$. Sustituyendo en la ecuación del plano $\pi : 1+s+1+s+1+s=1$, se obtiene $s = -\frac{2}{3}$ y el punto de intersección es: $Q = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$. La distancia pedida es: $\left|\overrightarrow{PQ}\right| = \left|\left(\frac{-2}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{-2}{3}\right)\right| = \sqrt{3\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

c) El vector normal del plano σ es: $\vec{n} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = (1,0,-1)$. El plano pertenece al haz: $.x - z + D = 0$ y al pasar por el punto *A*: $-3 + D = 0$ y el plano será $-x - z + 3 = 0$.

Problema 3.

a) La función de coste es: $C(x) = 10\sqrt{36 + x^2} + 5(18 - x)$.



b) Derivando: $C'(x) = \frac{10 \cdot 2x}{2\sqrt{36 + x^2}} - 5$, se anula $x = 2\sqrt{3}$. Como $C'(x) < 0$ si $x < 2\sqrt{3}$, es decreciente y $C'(x) > 0$ si $x > 2\sqrt{3}$ es creciente. Por tanto presenta el mínimo en $x = 2\sqrt{3}$.

c) El coste mínimo es: $C(2\sqrt{3}) = 10\sqrt{36+12} + 5(18 - 2\sqrt{3}) \approx 141{,}96$ €.

<u>OPCIÓN B</u>

Problema 1 a) $C^2 = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -8 & 4 \\ 4 & -3 & 2 \\ -8 & 8 & -3 \end{pmatrix}$ y

$$2C-1=2\begin{pmatrix}5 & -4 & 2\\ 2 & -1 & 1\\ -4 & 4 & -1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9 & -8 & 4\\ 4 & -3 & 2\\ -8 & 8 & -3\end{pmatrix}.$$

$$C^4=C^2C^2\begin{pmatrix}9 & -8 & 4\\ 4 & -3 & 2\\ -8 & 8 & -3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}9 & -8 & 4\\ 4 & -3 & 2\\ -8 & 8 & -3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}17 & -16 & 8\\ 8 & -7 & 4\\ -16 & 16 & -7\end{pmatrix}$$

b) $\left|(3A)^4(4A^2)^{-1}\right|=\left|3A^4\right|\left|(4A^2)^{-1}\right|=3^4|A|^4\dfrac{1}{|4A|^2}=\dfrac{3^4|A|^4}{4^4|A|^2}=\dfrac{81|A|^2}{256}\;\dfrac{81}{256}$.

c) $BB=B\rightarrow BBB^{-1}=BB^{-1}\rightarrow B=I$

Problema 2. a) $\overrightarrow{AB}=(3{,}0{,}0)$ y $\overrightarrow{AC}=(-1{,}2{,}-1)$. El vector normal del plano π es:

$\vec{n}=\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 3 & 0 & 0\\ -1 & 2 & -1\end{vmatrix}=(3{,}3{,}3)$. El plano pertenece al haz $x+y+z+D=0$ y al

pasar por $A(1{,}1{,}1)$, $D=-3$. El plano π es x+y+z-3=0. La recta h_o es $\begin{cases}x=t\\ y=t\\ z=t\end{cases}$.

b) Sustituyendo las ecuaciones de la recta en el plano: $t+t+t-3=0$ y $t=1$. El punto obtenido es el punto *A*.

c) El área del triángulo es: $A=\dfrac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right|=\dfrac{1}{2}\left|(3{,}3{,}3)\right|=\dfrac{1}{2}\sqrt{3 3^2}=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

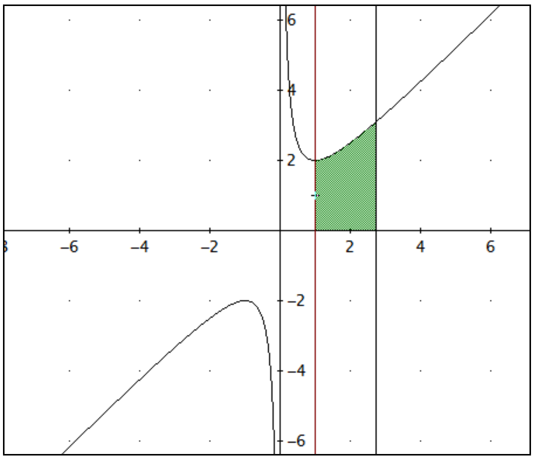
El volumen del tetraedro es: $V=\dfrac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}\right]\right|=\dfrac{1}{6}\left\|\begin{matrix}1 & 1 & 1\\ 3 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 3\end{matrix}\right\|=\dfrac{1}{6}\cdot 9=\dfrac{3}{2}$.

Problema3. a) $y'=\dfrac{2x^2-(x^2+1)}{x^2}=\dfrac{x^2-1}{x^2}$ que se anula en $x=\pm 1$. Por tanto: $(-\infty,-1)$ $y'>0$ creciente; $(-1{,}0)$ $y'<0$ decreciente; $(0{,}1)$ $y'<0$ decreciente; $(1,\infty)$ $y'>0$ creciente. Hay un máximo en $(-1{,}2)$ y un mínimo en $(1{,}2)$.

b) Asíntota vertical: $x=0$. Asíntota oblicua: $m=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+1}{x^2}=1$.

$b=\lim\limits_{x\to\infty}=\lim\limits_{x\to\infty}[f(x)-mx]=\lim\limits_{x\to\infty}\left[\dfrac{x^2+1}{x}-x\right]=\lim\limits_{x\to\infty}\left[\dfrac{1}{x}\right]=0.$ $y=x$.

c)



c) La integral indefinida es: $\int \frac{x^2+1}{x}dx = \int x dx + \int \frac{1}{x}dx = \frac{x^2}{2} + L|x| + C$.

Por tanto el área es: $\int_1^e \frac{x^2+1}{x}dx = \left.\frac{x^2}{2} + L|x|\right|_1^e = \frac{e^2}{2} + 1 - \frac{1}{2} = \frac{e^2+1}{2} \approx 4{,}19$.