

**PROBLEMAS ADICIONALES RESUELTOS**

**SOBRE VARIABLES ALETORIAS**

**Grupos P1 y P2 (Prof. Ledesma)**

[www.yoquieroaprobar.es](http://www.yoquieroaprobar.es)

**Problemas. Variables aleatorias.**

1.- Sea la v.a. X que toma los valores -1 y 0 con probabilidades 0,1 y 0,2 respectivamente y además toma valores en el intervalo (0,2) de acuerdo con la función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} k(2x-1) & \text{si } x \in (1,2) \\ 0 & \text{si } x \notin (1,2) \end{cases}$$

- a) Hallar el valor de k.  
b) Hallar E(X).

Solución

a) El valor de k es aquel que verifica que la suma de todas las probabilidades asignadas a los valores de X es 1, es decir:

$$P(X = 1) + P(X = 0) + P[X \in (0,2)] = 1$$

Por tanto:

$$0,1 + 0,2 + \int_1^2 k(2x-1)dx = 1 \Rightarrow k = 0,35$$

$$b) E(X) = (-1) \cdot 0,1 + 0 \cdot 0,2 + 0,35 \int_1^2 x(2x-1)dx = 1,008$$

2.- Se debe elegir entre 2 procesos para la fabricación de pernos cuya longitud sigue una distribución continua, con funciones de densidad dadas por f y g para el proceso 1 y el proceso 2 respectivamente.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x^4} & \text{si } x > 1 \\ 0 & \text{si } x \leq 1 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} \frac{4}{x^5} & \text{si } x > 1 \\ 0 & \text{si } x \leq 1 \end{cases}$$

Si solo se aceptan pernos con longitudes entre 1,1 y 2 cm,

- a) ¿qué proceso produce mayor porcentaje de pernos aceptables?  
b) Calcular la longitud media y la varianza de los pernos producidos en cada proceso.

Solución

a) Sean las v.a.  $X_i$ : "longitud de los pernos producidos por el proceso i",  $i = 1, 2$ .

$$P(1,1 < X_1 < 2) = \int_{1,1}^2 \frac{3}{x^4} dx = 0,62631 \rightarrow 62,631\% \quad \text{de pernos aceptables}$$

$$P(1,1 < X_2 < 2) = \int_{1,1}^2 \frac{4}{x^5} dx = 0,62051 \rightarrow 62,051\% \quad \text{de pernos aceptables}$$

Por tanto el proceso 1 produce un mayor porcentaje de pernos aceptables.

b) Proceso 1

$$E(X_1) = \int_1^{\infty} x \frac{3}{x^4} dx = 1,5$$

$$V(X_1) = E(X_1^2) - (E(X_1))^2 = \int_1^{\infty} x^2 \frac{3}{x^4} dx - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 3 - \frac{9}{4} = \frac{3}{4}$$

Proceso 2

$$E(X_2) = \int_1^{\infty} x \frac{4}{x^5} dx = \frac{4}{3}$$

$$V(X_2) = E(X_2^2) - (E(X_2))^2 = \int_1^{\infty} x^2 \frac{4}{x^5} dx - \left(\frac{4}{3}\right)^2 = 2 - \frac{16}{9} = \frac{2}{9}$$

3.-La variable aleatoria X representa la duración, en minutos, de las llamadas a una línea telefónica y su f.d.p. está dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} e^{-\frac{x}{2}} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

a) Calcular la probabilidad de que el tiempo de duración de una llamada esté entre 5 y 10 minutos.

b) Si se define la v.a.  $Y = 250 + 76X$ , que representa el costo, en pesos, de una llamada, calcular la f.d.p. de la v.a. Y y su valor esperado.

Solución

$$\text{a) } P(5 \leq X \leq 10) = \int_5^{10} \frac{1}{2} e^{-\frac{x}{2}} dx = 0,0753$$

b) Y es función de la v.a. X  $\Rightarrow Y = H(X) = 250 + 76X$

Queremos hallar la f.d.p. de la v.a. Y.

$$\begin{aligned} \text{i) } G(y) &= P(Y \leq y) = P(250 + 76X \leq y) = P(X \leq (y-250)/76) = \\ &= \int_0^{(y-250)/76} \frac{1}{2} e^{-\frac{x}{2}} dx = 1 - e^{-\frac{y-250}{152}} \end{aligned}$$

$$\text{ii) } G'(y) = \frac{1}{152} e^{-\frac{y-250}{152}}$$

iii) Veamos para que valores de y,  $G'(y)$  es una f.d.p.

$$y = 250 + 76x \Rightarrow x = \frac{y - 250}{76}$$

$$\text{si } x > 0 \Rightarrow \frac{y - 250}{76} > 0 \Rightarrow y > 250$$

por tanto la f.d.p. buscada, que indicaremos  $g(y)$ , será:

$$g(y) = \begin{cases} \frac{1}{152} e^{-\frac{y-250}{152}} & \text{si } y > 250 \\ 0 & \text{si } y < 250 \end{cases}$$

La esperanza de  $Y$  es:

$$E(Y) = E(250 + 76X) = 250 + 76E(X) = 250 + 76 \int_0^{\infty} \frac{x}{2} \exp\left(-\frac{x}{2}\right) dx = 402\$$$

**4.-** Una máquina de fabricar proyectiles produce balas, cuyo diámetro, medido en milímetros, es una v.a.  $X$  con f.d.p.:

$$f(x) = \begin{cases} k(x-8)(9-x) & \text{si } 8 \leq x \leq 9 \\ 0 & \text{cc} \end{cases}$$

- Calcular el valor de la constante  $k$ .
- ¿Cuál es la función de densidad para el área de la sección de dichas balas?
- Estas balas se introducen en cargadores de 10 cartuchos, para lo cual es necesario que su diámetro esté comprendido entre 8,1 y 9,1mm. Si se toman 10 de estas balas al azar, ¿cuál es la probabilidad de llenar el cargador?

Solución

a) Para que la función dada sea f.d.p. debe verificarse que:

$$\int_8^9 k(x-8)(9-x) dx = 1 \quad \text{haciendo la integral y despejando } k \text{ se obtiene } k = 6$$

b) El área de la sección de una bala es  $H(X) = \pi (X/2)^2 = \pi \frac{X^2}{4}$

Se debe hallar la f.d.p. de la función de la variable aleatoria  $H(X) = Y$

Verificar que:

$$g(y) = \begin{cases} 12 \left( \frac{17}{\pi} - \frac{2\sqrt{y}}{\pi\sqrt{\pi}} - \frac{36}{\sqrt{y}\pi} \right) & \text{si } \frac{64\pi}{4} \leq y \leq \frac{81\pi}{4} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

c) Sean los sucesos:  $B_i$ : “la  $i$ -ésima bala puede introducirse en el cargador”,

$i = 1, 2, \dots, 10$ .

Entonces:

$$P(B_i) = P(8,1 \leq X \leq 9,1) = \int_{8,1}^9 6(x-8)(9-x)dx = 0,972$$

Sea el suceso B: "el diámetro de las 10 balas está comprendido entre 8,1 y

$$9,1 \text{ mm.} \Rightarrow P(B) = P\left(\bigcap_{i=1}^{10} B_i\right) = P(B_1) \cdot P(B_2) \cdot \dots \cdot P(B_{10}) = (0,972)^{10} = 0,75277$$

**5.-** Para establecer el precio a pagar por cada litro de leche, se ha tenido en cuenta el contenido de materia grasa por litro de leche. Se consideraron 3 categorías:

Categoría 1: contenido en materia grasa inferior al 4%.

Categoría 2: contenido en materia grasa entre el 4% y el 5%.

Categoría 3: contenido en materia grasa superior al 5%.

Por estudios anteriores, se sabe que el porcentaje de materia grasa por litro de leche procesado por esta empresa es una variable aleatoria X con función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2(6-x)}{9} & \text{si } 3 < x < 6 \\ 0 & \text{si } x \notin (3,6) \end{cases}$$

Sabiendo que el precio del litro de leche pagado por una empresa es de 3\$ para la categoría 1; 3,5\$ para la categoría 2 y 4\$ para la categoría 3, obténgase el precio medio del litro de leche pagado por la empresa láctea.

Solución

Sean los sucesos:

$A_i$ : "pertener a la categoría i";  $i = 1, 2, 3$ .

Definimos la v.a.:

Y: "precio pagado por cada litro de leche"

Se quiere calcular  $E(Y)$ ; para lo cual se necesita conocer la f.d.p. de la v.a. Y.

$$p_1 = P(A_1) = \int_3^4 \frac{2(6-x)}{9} dx = \frac{5}{9}$$

$$p_2 = P(A_2) = \int_4^5 \frac{2(6-x)}{9} dx = \frac{3}{9}$$

$$p_3 = P(A_3) = \int_5^6 \frac{2(6-x)}{9} dx = \frac{1}{9}$$

Entonces:

$$E(Y) = 3.p_1 + 3,5.p_2 + 4.p_3 = 3,27\$$$

6.-Sea (X, Y) v.a.b. con f.d.p.c. dada por:

$$f(x, y) = \begin{cases} k(x + y) & 0 < x < 10, 0 < y < 5 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- a) Calcular el valor de la constante k.
- b) Calcular la densidad marginal de la v.a.Y.
- c) Calcular  $P(X < 7 / Y = 3)$ .
- d) Calcular  $E(X/Y = 3)$

**Solución**

a) Dado que f debe ser f.d.p., se cumple:

$$\iint_{R^2} f(x, y) dx dy = 1$$

Por tanto:

$$\int_0^{10} \left( \int_0^5 k(x + y) dy \right) dx = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{375}$$

b)

$$h(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dx = \begin{cases} \int_0^{10} \frac{x+y}{375} dx = \frac{2}{15} + \frac{2}{75}y & \text{si } y \in (0,5) \\ 0 & \text{si } y \notin (0,5) \end{cases}$$

$h(y)$  = f.d.p. marginal de y.

$$c) P(X < 7 / Y = 3) = \int_{-\infty}^7 g(x/3) dx$$

Se debe hallar la f.d.p. de X condicionada a  $Y = 3$ , indicada  $g(x/3)$ .

$$g(x/3) = \frac{f(x,3)}{h(3)} = \begin{cases} \frac{x+3}{80} & x \in (0,10) \\ 0 & x \notin (0,10) \end{cases}$$

luego:

$$P(X < 7 / Y = 3) = \int_{-\infty}^7 g(x/3) dx = \int_0^7 \frac{x+3}{80} dx = 0,569$$

$$\text{d) } E(X / Y = 3) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot g(x/3) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x \frac{x+3}{80} dx = \frac{145}{24} = 6,04$$

7.-Sea X la variable aleatoria que mide la temperatura ambiental, en grados centígrados, que necesita un motor diesel para encender, e Y la variable que mide el tiempo transcurrido, en minutos, hasta que enciende. Suponiendo que la f.d.p.c. viene dada por:

$$f(x, y) = \begin{cases} C(4x + 2y + 1) & \text{si } 0 \leq x \leq 40; 0 \leq y \leq 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Calcular el valor de la constante C.

b) Calcular las funciones de densidad marginales.

c) Calcular la probabilidad de que un día con temperatura de 20 °C, tarde en encender más de un minuto.

Solución

a) Debemos considerar que se cumple (por ser f(x,y) f.d.p.c.):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dx dy = 1 \Rightarrow C \int_0^{40} \int_0^2 (4x + 2y + 1) dy dx = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{6640}$$

b) Función de densidad marginal respecto de X:

$$g(x) = \begin{cases} \int_0^2 f(x, y) dy = \frac{1}{6640} (8x + 6) & \text{si } 0 \leq x \leq 40 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Función de densidad marginal respecto de Y:

$$h(y) = \begin{cases} \int_0^{40} f(x, y) dx = \frac{1}{6640} (3240 + 80y) & \text{si } 0 \leq y \leq 2 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

c) La probabilidad pedida es:

$$P(Y \geq 1 / X = 20) = \int_1^{+\infty} h(y/20) dy$$

Debemos calcular  $h(y/20)$ :

$$h(y/20) = \frac{f(20, y)}{g(20)} = \frac{C(80 + 2y + 1)}{C(8 \cdot 20 + 6)} = \begin{cases} \frac{1}{166}(81 + 2y) & \text{si } 0 \leq y \leq 2 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Entonces:

$$P(Y \geq 1 / X = 20) = \int_1^{+\infty} h(y/20) dy = \frac{1}{166} \int_1^2 (81 + 2y) dy = 0,506$$

8.- El tiempo, en meses, necesario para que un programa antivirus para PC se distribuya en el mercado, sigue una ley dada por la función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{x}{2}\right) & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

La aparición de nuevos virus hace obsoleto el antivirus, siendo el tiempo (en meses) de validez del programa una variable aleatoria con función de densidad:

$$h(y) = \begin{cases} \frac{1}{4} & \text{si } x \in (0, 4) \\ 0 & \text{si } x \notin (0, 4) \end{cases}$$

¿Cuál es la probabilidad de que el programa se distribuya antes de que aparezcan nuevos virus?

Solución

Sean las v.a.:

X: "tiempo necesario para distribuir un programa"

Y: "tiempo que tardan en aparecer nuevos virus"

Teniendo en cuenta el enunciado del problema, podemos suponer en principio que X e Y son independientes.

Debemos calcular la probabilidad del suceso  $\{X < Y\}$ :

$$P(X < Y) + P(Y \leq X) = 1 \Rightarrow P(X < Y) = 1 - P(Y \leq X)$$

$$P(Y \leq X) = \iint_{\{y \leq x\}} f(x, y) dy dx = \int_0^4 \int_0^x (1/2) \exp(-x/2) (1/4) dy dx + \int_4^{+\infty} \int_0^4 (1/2) (\exp(-x/2)) (1/4) dy dx$$

$$= \frac{1}{8} \int_0^4 x \exp(-x/2) dx + \frac{1}{2} \int_4^{+\infty} \exp(-x/2) dx = 0,43233$$

Por tanto:

$$P(X < Y) = 1 - P(Y \leq X) = 0,56767$$



Para obtener la región de integración cuando calculamos  $P(Y \leq X)$ :

- Tener en cuenta que las f.d.p. son mayores que 0, cuando:  $x > 0$ ;  $0 < y < 4$
- Hacer la gráfica que muestra la región sobre la cual debemos integrar.

9.- Un traductor fija el siguiente precio, en pesos, a pagar por hoja traducida,

$$P = 350 + 10X + 5Y$$

siendo X un coeficiente obtenido por el tipo de traducción de que se trate (mayor o menor dificultad en función de la especialidad del trabajo a traducir) e Y otro coeficiente en función de la presentación del texto a traducir. Por experiencias anteriores se sabe que la f.d.p.c. es:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2}{81} & \text{si } 1 \leq x \leq 10; 1 \leq y \leq x \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- a) ¿Son las v.a. X e Y independientes? Justificar.  
b) Determinar el precio medio que cobre por hoja traducida.

Solución

a) Función de densidad de probabilidad marginal respecto de X:

$$g(x) = \begin{cases} \int_1^x \frac{2}{81} dy = \frac{2(x-1)}{81} & \text{si } 1 \leq x \leq 10 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Función de densidad de probabilidad marginal respecto de Y:

$$h(y) = \begin{cases} \int_y^{10} \frac{2}{81} dx = \frac{2(10-y)}{81} & \text{si } 1 \leq y \leq 10 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Dado que  $f(x, y) \neq g(x) \cdot h(y)$ , se concluye que X e Y no son independientes.

b) El precio medio está dado por:

$$E(P) = E(350 + 10X + 5Y) = 350 + 10E(X) + 5E(Y) \quad \text{donde}$$

$$E(X) = \int_1^{10} xg(x)dx = \int_1^{10} x \frac{2(x-1)}{81} dx = 7$$

$$E(Y) = \int_1^{10} yh(y)dy = \int_1^{10} y \frac{2(10-y)}{81} dy = 4$$

Por tanto el precio medio es 440\$.

10.- Sean X e Y las desviaciones absolutas vertical y horizontal, medidas en metros, con respecto a un blanco fijo, de un misil lanzado por un cañón. Se ha comprobado que la función de densidad conjunta de ambas variables es:

$$f(x, y) = \begin{cases} x \cdot e^{-x(1+y)} & \text{si } x, y \geq 0 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

- a) Calcular las funciones de densidad marginales.  
b) Calcular la probabilidad de no desviarse del blanco en menos de 2 metros en dirección vertical y en menos de tres metros en dirección horizontal.  
c) Dado que es posible ajustar la pieza en orientación de forma que  $Y = 0$ , es decir, anulando el error horizontal, ¿cuál es en este caso el valor más probable para las desviaciones verticales y cuál el valor esperado para esta variable?

Solución

- a) Las funciones de densidad marginal de X e Y son respectivamente:

$$g(x) = \begin{cases} \int_0^{+\infty} x e^{-x(1+y)} dy = (x e^{-x}) \cdot \int_0^{+\infty} e^{-xy} dy = e^{-x} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$h(y) = \begin{cases} \int_0^{+\infty} x e^{-x(1+y)} dx = \frac{1}{1+y^2} & \text{si } y \geq 0 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

- b) Se trata de calcular:  $P(X \leq 2 \wedge Y \leq 3) = \int_0^2 \int_0^3 x e^{-x(1+y)} dy dx = 0,61475$

- c) El valor más probable de la variable X condicionada a que la variable  $Y = 0$  será aquel valor que tome la v.a. X que haga máxima la f.d.p. condicionada.

Hallamos primero la función de densidad de probabilidad de X condicionada a  $Y = 0$ :

$$g(x/y) = \frac{f(x, y)}{h(y)} = \frac{x e^{-x(1+y)}}{\frac{1}{(1+y)^2}} \Rightarrow g(x/0) = x e^{-x} \quad \text{si } x \geq 0 \text{ (en caso contrario vale 0)}$$

Hallamos ahora el valor de x que maximiza  $g(x/0)$ :

$$[g(x/0)]' = e^{-x} - x e^{-x} = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$E(X / Y = 0) = \int_0^{+\infty} x x e^{-x} dx = 2$$

**11.-**En un motor operan conjuntamente dos componentes electrónicas distintas A y B. Sean X e Y las duraciones respectivas de dichas componentes, cuya densidad conjunta está dada por:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{8} x \exp\left(-\frac{x+y}{2}\right) & \text{si } x, y > 0 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

a) ¿Son X e Y independientes?

b) Estas componentes se descomponen con frecuencia, siendo el costo de reparación, en miles de \$,  $C = 50 + 2X + 4Y$ . Calcular el costo medio de reparación.

Respuestas:

a) X e Y son independientes.

b)  $E(C) = 66$

12.-Un buque recibe datos de una estación de control atmosférico. Se sabe que en situaciones normales, los datos se adecuan a una variable con f.d.p. dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{-x/100}}{100} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

No obstante, de vez en cuando, en un 5% de las veces, se producen errores en la transmisión de un dato, en cuyo caso la distribución del registro recibido tiene f.d.p. dada por:

$$g(x) = \begin{cases} \frac{e^{-x/200}}{200} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Se pide:

a) Probabilidad de que un registro incorrecto tome un valor menor que 100.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el valor registrado, 220, sea incorrecto?

Solución

a) Sean las v.a.

X: "valor registrado"

$$Y = \begin{cases} 1 & \text{si el valor registrado es correcto} \\ 0 & \text{si el valor registrado no es correcto} \end{cases}$$

De acuerdo al enunciado:  $P(Y = 0) = 0,05$  y  $P(Y = 1) = 0,95$

Si  $Y = 0 \Rightarrow$  la f.d.p. de X es g.

Si  $Y = 1 \Rightarrow$  la f.d.p. de X es f

Por tanto la probabilidad pedida será:

$$P(X < 100 / Y = 0) = \int_0^{100} \frac{e^{-x/200}}{200} dx = 0,39347$$

b) Aplicando el teorema de Bayes:

$$P(Y = 0 / X = 220) = \frac{g(220) \cdot P(Y = 0)}{g(220) \cdot P(Y = 0) + f(220) \cdot P(Y = 1)} = 0,07326$$

### Ejercicios propuestos

1.- Justificar si pueden ser f.d.p las siguientes:

$$a) f(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}x, \quad \text{para } x \in (0,2)$$

$$b) f(x) = \frac{1}{2} - x, \quad \text{para } x \in (0,2)$$

$$c) f(x) = 1 - \frac{1}{2}x, \quad \text{para } x \in (0,2)$$

2.- Hallar la media  $\mu = E(X)$ , la varianza  $\sigma^2 = V(X)$  y la desviación estándar  $\sigma$  en cada una de las distribuciones siguientes:

X	3	8	12
P(x <sub>i</sub> )	1/3	1/2	1/6

X	1	3	4	5
P(x <sub>i</sub> )	0,4	0,1	0,2	0,3

3.- Sea X una v.a. continua con la siguiente f.d.p.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{6}x + k & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- Hallar la constante k.
- Hallar  $P(1 \leq x \leq 2)$ .
- Calcular  $E(X)$  y  $\text{Var}(X)$

4.- Dada la función:  $f(x) = \begin{cases} k & \text{si } 3 \leq x \leq 8 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$

- Calcular el valor de k para que f(x) sea la f.d.p. de una v.a. X.
- Hallar  $P(4 < x < 6)$ ;  $P(2 < X \leq 5)$ ;  $P(X = 6)$ .
- Calcular  $E(X)$  y  $V(X)$ .

5.- Determinar la distribución de probabilidad de una v.a. X sabiendo que que toma los valores -3, -1, 2 y 5 y que sus respectivas probabilidades son:

$$\frac{2k-3}{10}; \quad \frac{k+1}{10}; \quad \frac{k-1}{10}; \quad \frac{k-2}{10}$$

6.-Una casa de venta de automóviles tiene datos sobre el número de coches nuevos vendidos X y el número de vendedores Y en una muestra de 200 días.

Los datos son los siguientes:

X/Y	1	2	3
-----	---	---	---

0	18	16	12
1	10	14	16
2	16	12	26
3	20	24	16

- Hallar las distribuciones marginales de X e Y.
- Encontrar las probabilidades condicionales:  $P(X = 2/Y = 1)$  y  $P(Y = 2/X = 1)$ .
- Calcular  $E(X)$  y  $E(X/Y = 1)$ .
- Son X e Y independientes. Justificar la respuesta.

7.- Cierta supermercado tiene una caja general de salida y una caja rápida. Sea X el número de clientes que están en espera en la caja general en un momento particular del día. Sea Y el número de clientes en espera en la caja rápida al mismo tiempo. Supongamos que la f.d.p.c de X e Y es la indicada en la tabla siguiente:

X/Y	0	1	2	3
0	0,08	0,07	0,04	0
1	0,06	0,15	0,05	0,04
2	0,05	0,04	0,1	0,06
3	0	0,03	0,06	0,07
4	0	0,01	0,05	0,04

- ¿Cuál es la probabilidad de que haya exactamente un cliente en cada línea de espera?
- ¿Cuál es la probabilidad de que los números de clientes en espera en ambas filas sean iguales?
- ¿Cuál es la probabilidad de que haya exactamente 2 clientes más en una línea de espera que en la otra?
- ¿Cuál es la probabilidad que el número total de clientes entre ambas filas de espera sea exactamente 4?
- Determinar la distribución marginal de X y calcular el número esperado de clientes de la línea de espera en la caja general?
- ¿Cuál es la probabilidad de que haya por lo menos dos clientes en espera en la caja general si en la caja rápida hay 3 clientes?
- ¿Son las v.a. X e Y independientes? Justificar.

8.- En un taller mecánico el tiempo, en horas, de reparación de un automóvil es una v.a. con f.d.p dada por:

$$f(x) = \begin{cases} k & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- Hallar el valor de la constante k.
- Calcular  $E(X)$  y  $V(X)$ .
- Si la reparación de un coche tiene una duración superior a los 20 minutos, ¿cuál es la probabilidad de que sea inferior a los 30 minutos?

9.- Los afiliados a una obra social realizan habitualmente un trámite para obtener la autorización de prestaciones odontológicas; el tiempo en minutos que deben esperar para ser atendidos en las dos secciones que intervienen en la tarea son variables aleatorias con la función de densidad conjunta:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x}{8} + \frac{y}{6} & \text{si } 1 \leq x \leq 3 \wedge 1 \leq y \leq 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- a) Hallar el tiempo medio de espera en cada una de las secciones y sus correspondientes desviaciones estándares.
- b) Calcular el tiempo medio de espera de la sección Y si en la sección X se debe esperar 2 minutos.
- c) Si un afiliado debe esperar 1,6 minutos en la sección Y, calcular el tiempo medio en la sección X.
- d) Determinar la covarianza de la distribución.
- e) ¿Son independientes los tiempos de espera en ambas secciones?