PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

CURSO 2008-2009 - CONVOCATORIA: JUNIO

MATERIA: FÍSICA

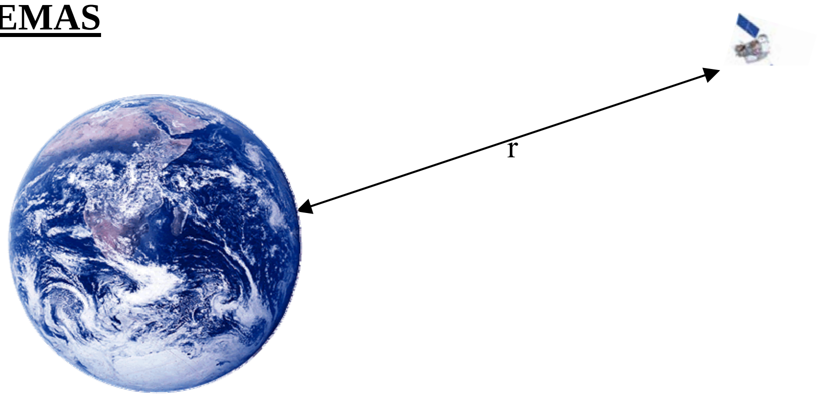
De las dos opciones propuestas, sólo hay que desarrollar una opción completa. Cada problema correcto vale por tres puntos. Cada cuestión correcta vale por un punto.

OPCIÓN A

PROBLEMAS

1.

a)



Suponemos que el movimiento es circular uniforme, por lo que la componente de la aceleración será únicamente la normal,

$$a_n = \frac{{v_0}^2}{R}$$

siendo v_0 la velocidad en la órbita, y R el radio orbital (distancia al centro de la Tierra).

Cuando un satélite de masa m se encuentra orbitando en torno a un planeta de masa M, la fuerza centrípeta que permite el movimiento circular es igual a la fuerza gravitatoria entre el planeta y el satélite,

$$\frac{mv_o^2}{R} = \frac{GMm}{R^2} \Rightarrow v_o^2 = \frac{GM}{R}$$

Por tanto, relacionando ambas ecuaciones, obtenemos que

$$a_n = \frac{{v_0}^2}{R} = \frac{GM}{R^2} = \frac{6{,}67 \times 10^{-11} Nm^2 kg^{-2} \cdot 5{,}97 \times 10^{24} kg}{(3 \cdot 6{,}37 \times 10^6 m)2} = 1{,}09 \frac{N}{kg} = 1{,}09 \frac{m}{s^2}$$

La energía de un satélite es debida a la contribución de la energía potencial debida al campo gravitatorio terrestre y a la cinética debida a su movimiento orbital,

$$E = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{GMm}{R}$$

Como la velocidad orbital es $v_o = \sqrt{\frac{GM}{R}}$, sustituyendo en la primera expresión, $E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{R} = \frac{1}{2}m\frac{GM}{R} - \frac{GMm}{R} = -\frac{GMm}{2R}$

Por tanto,

$$E = -\frac{GMm}{2R} = -\frac{6{,}67\times 10^{-11} Nm^2kg^{-2} \cdot 5{,}97\times 10^{24} kg \cdot 900kg}{2\cdot 3\cdot 6{,}37\times 10^6 m} = -9{,}377\times 10^9 J = -9{,}38GJ$$

b) Sabemos que la velocidad orbital v_o se puede expresar en función del periodo T como

$$v_o = \omega\cdot R = \frac{2\pi}{T}r \Rightarrow v_o^2 = \frac{4\pi^2}{T^2}R^2$$

Sustituyendo en la primera expresión obtenemos la 3ª ley de Kepler,

$$v_o^2 = \frac{4\pi^2}{T^2}R^2 = \frac{GM}{r} \Rightarrow 4\pi^2R^3 = GMT^2 \Rightarrow R^3 = \frac{GMT^2}{4\pi^2}$$

y despejando el periodo, $4\pi^2R^3 = GMT^2 \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2R^3}{GM} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(3\times 6{,}37\times 10^6 m)^3}{6{,}67\times 10^{-11}Nm^2kg^{-2}\cdot 5{,}97\times 10^{24}kg}} = 26304\,s = 438\,min = 7{,}31\,h$$

c) Para que el satélite sea geoestacionario, debe encontrarse siempre sobre el mismo punto de la superficie terrestre, es decir, recorre toda su órbita en el mismo tiempo que la Tierra efectúa una rotación completa. Por tanto, su periodo es de 24 horas. Primero debemos calcular el radio de la órbita, y luego la altura respecto de la superficie terrestre

$$4\pi^2R^3 = GMT^2 \Rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} \Rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{6{,}67\times 10^{-11}Nm^2kg^{-2}\cdot 5{,}97\times 10^{24}kg\cdot (24\cdot 3600s)^2}{4\pi^2}} \Rightarrow$$

R = 42226910 m (respecto al centro de la Tierra)

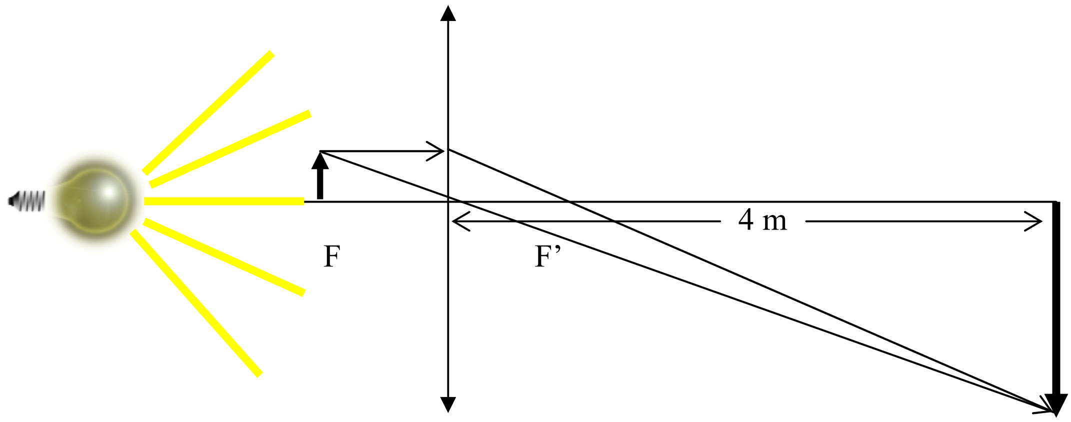
La altura respecto a la superficie terrestre será h = 42227 km – 6370 km = 35857 km

2.

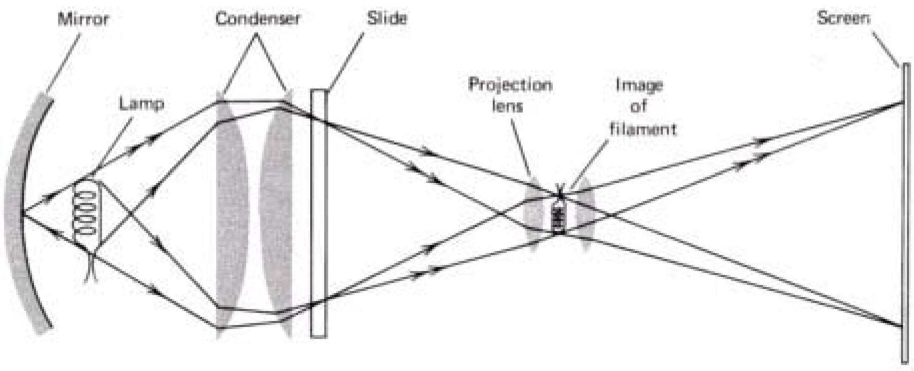
a) La información del problema nos dice que la imagen está a s'= +400 cm, f' = +16 cm. Si aplicamos la ecuación de las lentes delgadas,

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} = \frac{1}{400} - \frac{1}{16} = \frac{16-400}{400\cdot 16} = -\frac{384}{6400} = -\frac{3}{50}$$

O lo que es lo mismo, $\frac{1}{s} = -\frac{3}{50} \Rightarrow s = -\frac{50}{3} = -16{,}67\,cm$ lo cual significa que hay que poner la diapositiva aproximadamente a 7mm (6,7 mm) a la izquierda de la focal objeto de la lente (suponiéndola delgada, f = – 16 cm, f' = + 16 cm).



AMPLIACIÓN



Los proyectores constan, básicamente, de cuatro componentes:

1. una lámpara, que normalmente tiene detrás un espejo para aumentar la luminosidad.
2. una lente convergente (condensador) que dirija la mayor cantidad posible de luz hacia la diapositiva y forme una imagen del filamento de la lámpara anterior en un lugar donde no sea visible.
3. la diapositiva.
4. la lente proyectora.

b) Sabemos que el aumento de una lente convergente se puede poner de la forma $A = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$, y además sabemos que el objeto va a estar a $s = -\frac{50}{3}\,\text{cm}$ y la imagen se va a formar en la pantalla a s’ = 400 cm. Por tanto, el aumento será

$$A = \frac{s'}{s} = \frac{400}{-\frac{50}{3}} = \frac{1200}{50} = 24$$

Si la imagen recogida en la pantalla mide 75 cm, las dimensiones del objeto serán

$$A = \frac{y'}{y} \Rightarrow y = \frac{y'}{A} = \frac{75\,\text{cm}}{24} = 3{,}125\,\text{cm}$$

c) Si ahora s = –20 cm, y suponiendo que la lente del proyector no va a cambiar, f’ = +16 cm, la imagen se formará a

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s'}=\frac{1}{s}+\frac{1}{f'}=\frac{1}{-20}+\frac{1}{16}=\frac{16-20}{-20\cdot 16}=\frac{-4}{-320} \Rightarrow s'=80\,\text{cm}$$

Por lo que si la diapositiva se mueve un poco de su posición, por ejemplo por efecto del calor, parece desenfocada. Así una diferencia en la posición de la diapositiva de Δs = [– 20 – (–16,7)] cm = –3,3 cm hace que se desplace la imagen $\Delta s'$ = [80 – (400)] cm = – 320 cm, que en términos de porcentajes es

$$\frac{400\,\text{cm}}{100\,\%}=\frac{320\,\text{cm}}{x} \Rightarrow x = 80\%$$

CUESTIONES

1. La energía de enlace por nucleón se puede interpretar como la contribución de cada uno de los nucleones a la estabilidad del núcleo. Se obtiene dividiendo la energía del núcleo por el número total de nucleones. Cuanto mayor sea, más estable será el núcleo.

El núcleo de Manganeso $^{55}_{25}Mn$ tiene 25 protones y 30 neutrones. Si sumamos las masas de las partículas que componen este núcleo obtenemos $25m_{protón} + 30m_{neutrón}$ = 25 (1,0073) + 30 (1,0087) u = 55,4435 u. Sin embargo, la masa del núcleo de $^{55}_{25}Mn$ es 54,938 u. A la diferencia entre ambas masas se le denomina defecto de masa, y es debido a que parte de la masa del núcleo es transformada en energía para mantener unido al núcleo atómico (en él se encuentran partículas con cargas positivas, que se repelen, y por tanto hace falta mucha energía para mantenerlas unidas). En este caso, el defecto de masa es m = 55,4435 u – 54,948 u = 0,5055 u. Si calculamos Δm en MeV, haciendo uso de la expresión 1u = 931 MeV, tenemos que

$$\Delta m\,(^{55}_{25}Mn) = 0{,}5055\text{u}\,\frac{931\text{MeV}}{1\text{u}} = 470{,}62\,\text{MeV}$$

Por último, sabemos que una variación en la masa, Δm, irá acompañada por una variación en la energía:

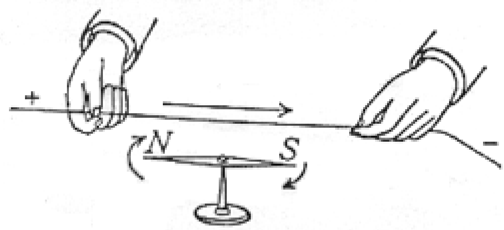
$$\Delta E = \Delta m\cdot c^2$$

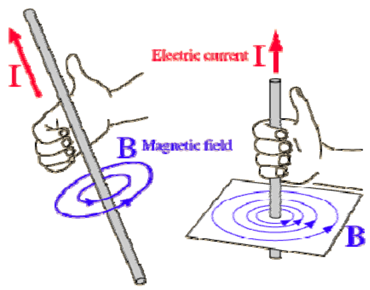
Aplicando esta ecuación a nuestro núcleo atómico tenemos que $\Delta E = \Delta m\cdot c^2 =$

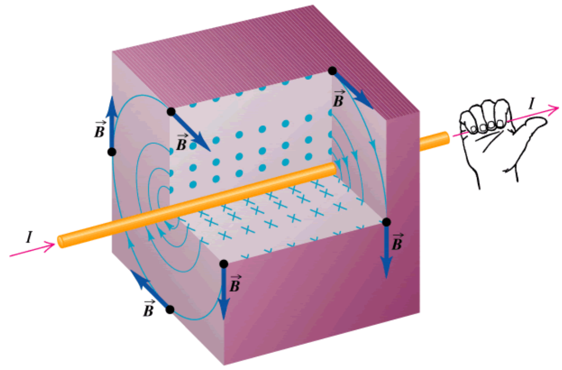
$$= 0{,}5055\,\text{u}\times\frac{1{,}66\times 10^{-27}\,\text{kg}}{1\text{u}}\times(3\times 10^{8}\,\text{m/s})^2 = 4{,}9\times 10^{-12}\,\text{J}\,\frac{1\text{MeV}}{1{,}6\times 10^{-13}\,\text{J}} = 472\,\text{MeV}$$

Estas energías son muy pequeñas, pero hay que tener en cuenta que estamos hablando de un solo núcleo, y que en 1 mol de núcleos hay $6{,}022\times 10^{23}$...

2. Oersted observó que al colocar un conductor sobre una aguja imantada, de modo que inicialmente la aguja y el hilo fueran paralelos, si se hacía pasar una corriente por el hilo, la aguja oscilaba durante un tiempo y terminaba colocándose prácticamente colocándose prácticamente perpendicular al hilo. También observó que al cambiar el sentido de la corriente, la aguja se desviaba en el sentido contrario.







El experimento muestra que una corriente eléctrica puede crear un campo magnético perpendicular al sentido de la corriente, que en el caso de un hilo conductor por el que circula una corriente, sus líneas del campo son circunferencias concéntricas a dicho hilo.

Si la corriente circula en sentido opuesto, las líneas del campo también serán circunferencias concéntricas, pero el campo B girará en sentido contrario.

3. La ecuación que describe un movimiento armónico simple es $x = A\,\text{sen}\,(\omega t + \varphi)$, siendo x la elongación, ω la frecuencia angular y φ el desfase.

Si derivamos esta expresión, obtenemos la velocidad y la aceleración de la partícula que oscila en torno a la posición de equilibrio (supondremos una partícula en reposo colgando de un resorte ideal en el rango elástico, es decir, sometida a una fuerza elástica de Hooke $F = -kx$, y que no disipa energía).

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \varphi)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2\,\text{sen}\,(\omega t + \varphi) = -A\omega^2 x$$

Como sabemos, la expresión de la energía cinética es

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

y si sustituimos v en la expresión anterior nos queda que $E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega^2\cos^2(\omega t + \varphi)$

Si queremos que aparezca la expresión de la posición, podemos sustituir el coseno por el seno,

$$E_c = \frac{1}{2}mA^2\omega^2\cos^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2}mA^2\omega^2\left[1 - \text{sen}^2(\omega t + \varphi)\right] = \frac{1}{2}m\omega^2\left[A^2 - A^2\text{sen}^2(\omega t + \varphi)\right]$$

con lo que tenemos que $E_c = \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - x^2)$

Además sabemos que la 2ª ley de Newton expresa que $F = ma$, si la masa del sistema es constante, con lo que $F = ma = -kx \Rightarrow a = -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x \Rightarrow k = m\omega^2$. La expresión de la energía cinética nos quedará de la siguiente forma

$$E_c = \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - x^2) = \frac{k}{2}(A^2 - x^2)$$

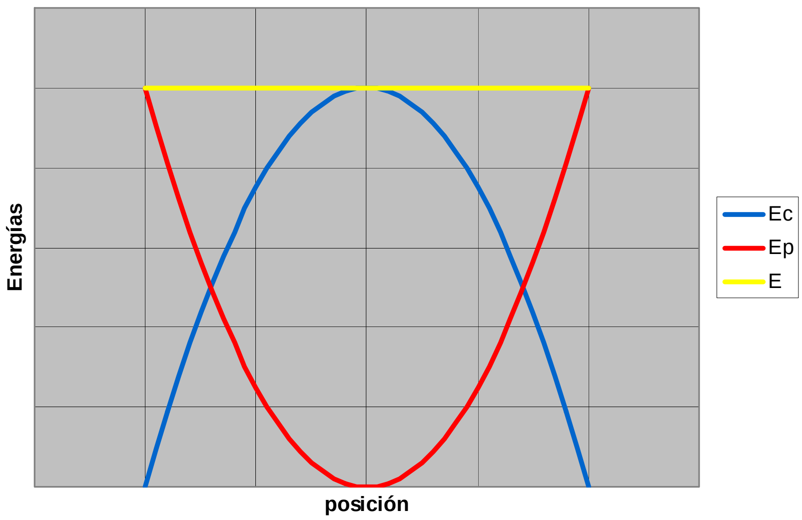
Si hacemos lo mismo con la expresión de la energía potencial elástica (una partícula unida a un resorte ideal que no disipa energía, y por tanto sometida a una fuerza de Hooke $F = -kx$, describe un movimiento armónico simple), obtenemos

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\text{sen}^2(\omega t + \varphi)$$

Por último, la energía total será la suma de ambas,

$$E = E_c + E_p = \frac{k}{2}(A^2 - x^2) + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{kA^2}{2} = \text{constante}$$

Energías cinética, potencial y total



4. La expresión que permite calcular el potencial eléctrico en un punto es $V = \frac{KQ}{r}$ siendo Q la carga y r la distancia de la carga al punto considerado. El potencial en el punto considerado será debido a la contribución de las dos cargas. Para una carga,

$$V = \frac{KQ}{r} = \frac{9\times10^9 Nm^2C^{-2} \times 1C}{\frac{1}{2}m} = \frac{9\times10^9}{\frac{1}{2}} V = 1{,}8\times10^{10} V$$

Teniendo en cuenta que las dos cargas generan un potencial idéntico en el punto medio, ya que ambas tienen un valor igual en módulo y signo, el potencial total será el doble,

$$V = \frac{KQ}{r} = 2\times1{,}8\times10^{10} V = 3{,}6\times10^{10} V$$

Para calcular la energía potencial en el mismo punto, basta con multiplicar por la carga,

$$E_p = \frac{KQQ'}{r} = Q'V = -2C\times3{,}6\times10^{10} V = -7{,}2\times10^{10} J$$

OPCIÓN B

PROBLEMAS

1.

a) Si al iluminar conseguimos extraer electrones, significa que la radiación incidente, E, es de una frecuencia superior a la frecuencia umbral, W_L. Sabemos que si sobre un metal incidimos con una radiación de frecuencia ν, y por tanto de energía E = hν, siendo el trabajo de extracción $W_L = h\nu_0$, la energía cinética máxima de los electrones emitidos será la diferencia

$$E - W_L = \frac{1}{2}mv^2, \text{ o puesto de otra forma, } h\nu - h\nu_0 = \frac{1}{2}mv^2$$

Lo primero que podemos hacer es calcular la frecuencia umbral, ya que si

$$W_L = h\nu_0 = 3{,}5\text{eV} \times \frac{1{,}6 \times 10^{-19}\,\text{J}}{1\text{eV}} \Rightarrow \nu_0 = \frac{3{,}5 \times 1{,}6 \times 10^{-19}\,\text{J}}{6{,}63 \times 10^{-34}\,\text{Js}} = 8{,}446 \times 10^{14}\,\text{Hz}$$

Es decir, que para conseguir extraer electrones de este metal, hay que radiarlo con una frecuencia superior a la calculada anteriormente. Lo único que hay que hacer ahora es despejar la frecuencia ν,

$$h\nu - h\nu_0 = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \nu = \frac{\frac{1}{2}mv^2 + h\nu_0}{h} = \nu_0 + \frac{mv^2}{2h} =$$

$$8{,}446 \times 10^{14}\,\text{Hz} + \frac{9{,}11 \times 10^{-31}\,\text{kg} \times (2 \times 10^6\,\text{ms}^{-1})^2}{2 \times 6{,}63 \times 10^{-34}\,\text{Js}} = 3{,}593 \times 10^{15}\,\text{Hz}$$

b) Louis De Broglie planteó la hipótesis de que puesto que la luz tenía un doble comportamiento, como una onda en ocasiones (difracción), y como una partícula en otras (efecto fotoeléctrico), que se ponía de manifiesto según el fenómeno en el que participara, las partículas podrían tener, de la misma forma, un comportamiento dual, es decir, ondulatorio y corpuscular.

Su hipótesis fue la siguiente: "Toda partícula de masa m que se mueve con velocidad v lleva asociada una onda cuya longitud de onda y frecuencia vienen dadas por

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v} \qquad \nu = \frac{E}{h}$$

donde h es la constante de Planck, p = mv el momento lineal de la partícula y E su energía. Por tanto, sustituyendo,

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6{,}63 \times 10^{-34}\,\text{Js}}{9{,}11 \times 10^{-31}\,\text{kg} \times 2 \times 10^6\,\text{m/s}} = 3{,}64 \times 10^{-10}\,\text{m} \cong 36\,\text{nm}$$

c) Si lo que queremos ahora es que los electrones salgan con una cierta energía cinética, podemos calcular la correspondiente frecuencia, o despejar directamente de la relación entre frecuencia y longitud de onda,

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

Nos interesa llegar a una expresión en la que aparezca la energía cinética. Anteriormente habíamos obtenido que

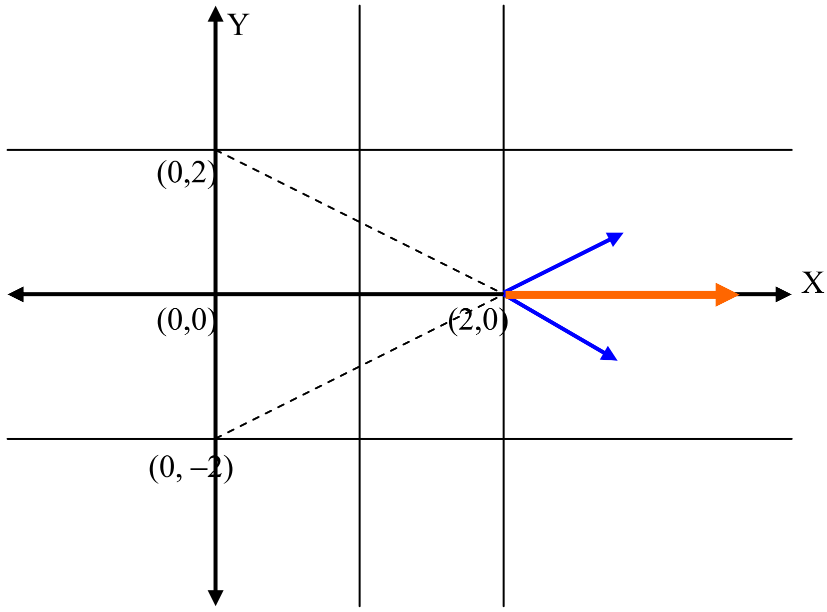
$$\nu = \nu_0 + \frac{mv^2}{2h} = \nu_0 + \frac{E_c}{h} \Rightarrow \frac{c}{\lambda} = \nu_0 + \frac{E_c}{h} \Rightarrow \frac{c}{\lambda} = \frac{h\nu_0 + E_c}{h} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{h\nu_0 + E_c}$$

Sustituyendo ahora, tenemos que

$$\lambda = \frac{hc}{h\nu_0 + E_c} = \frac{hc}{W_L + E_c} = \frac{6{,}63\times 10^{-34}\,Js \times 3\times 10^{8}\,ms^{-1}}{3{,}5eV \times \dfrac{1{,}6\times 10^{-19}\,J}{1eV} + 9\times 10^{-19}\,J} = 1{,}36\times 10^{-7}\,m = 136\ \text{nm}$$

Esta radiación, λ = 136 nm, se encuentra en el UV.

2.



a) La fórmula que nos permite calcular el potencial electrostático en un punto es

$$V = \frac{KQ}{r},$$

siendo Q la carga y r la distancia de la carga al punto considerado. El potencial en el punto C (2,0) será debido a la contribución de las dos cargas,

$$V_A = \frac{KQ_A}{r_A} = \frac{9\times 10^{9}Nm^2C^{-2} \times 10^{-6}C}{\sqrt{2^2 + 2^2}m} = \frac{9\times 10^{3}}{\sqrt{8}}V = \frac{9\times 10^{3}}{2\sqrt{2}}V$$

Si hacemos lo mismo para la carga situada en B,

$$V_B = \frac{KQ_B}{r_B} = \frac{9\times 10^{9}Nm^2C^{-2} \times 10^{-6}C}{\sqrt{2^2 + 2^2}m} = \frac{9\times 10^{9} \times 10^{-6}}{\sqrt{8}}V = \frac{9\times 10^{3}}{2\sqrt{2}}V$$

Por tanto, el potencial total en el punto C (2,0) será

$$V_C = V_A + V_B = \frac{9\times 10^{3}}{2\sqrt{2}}V + \frac{9\times 10^{3}}{2\sqrt{2}}V = 2\frac{9\times 10^{3}}{2\sqrt{2}}V = \frac{9\times 10^{3}}{\sqrt{2}}V = 6364\,V$$

b) El vector intensidad del campo eléctrico en el punto C (2, 0) será debido a la contribución de las dos cargas en A (0, 2) y B (0, –2). La fórmula que nos permite calcular dichas contribuciones es

$$\vec{E} = \frac{KQ}{r^3}\vec{r}$$

En el caso de la primera carga tenemos que

$$\vec{E}_A = \frac{KQ_A}{r_A^3}\vec{r} = 9\times10^9\,\frac{Nm^2}{C^2}\,\frac{10^{-6}C}{(\sqrt{2^2+2^2}m)^3}(2\hat{i}-2\hat{j})\,m = \frac{9\times10^3}{\sqrt{8}}(2\hat{i}-2\hat{j})\frac{N}{C} = \frac{9\times10^3}{\sqrt{2}}(\hat{i}-\hat{j})\frac{N}{C}$$

De forma similar, sustituyendo los datos de la segunda carga,

$$\vec{E}_B = \frac{KQ_B}{r_B^3}\vec{r} = 9\times10^9\,\frac{Nm^2}{C^2}\,\frac{10^{-6}C}{(\sqrt{2^2+2^2}m)^3}(2\hat{i}+2\hat{j})\,m = \frac{9\times10^3}{\sqrt{8}}(2\hat{i}+2\hat{j})\frac{N}{C} = \frac{9\times10^3}{\sqrt{2}}(\hat{i}+\hat{j})\frac{N}{C}$$

El campo total en el punto C (2,0) será por tanto

$$\vec{E}_C = \vec{E}_A + \vec{E}_B = \frac{9\times10^3}{\sqrt{2}}(\hat{i}+\hat{j}+\hat{i}-\hat{j})\frac{N}{C} = \frac{9\times10^3}{\sqrt{2}}2\hat{i}\frac{N}{C} = 9\sqrt{2}\times10^3\,\hat{i}\,\frac{N}{C} = 12728\,\hat{i}\,\frac{N}{C}$$

c) La expresión que permite calcular el trabajo que se realiza al llevar una partícula desde un punto a otro es $W_{P\to Q} = q\cdot(V_P - V_Q)$. Como sabemos que el potencial en el ∞ es nulo (basta con hacer r = ∞ en la ecuación del potencial), nos falta por calcular dicho potencial en el punto D (1,1), para lo cual debemos obtener las contribuciones de las dos cargas en dicho punto, Q_A y Q_B.

$$V_A = \frac{KQ_A}{r_A} = \frac{9\times10^9 Nm^2C^{-2}\times10^{-6}C}{\sqrt{1^2+1^2}m} = \frac{9\times10^3}{\sqrt{2}}V = \frac{9\times10^3}{\sqrt{2}}V$$

$$V_B = \frac{KQ_B}{r_B} = \frac{9\times10^9 Nm^2C^{-2}\times10^{-6}C}{\sqrt{1^2+3^2}m} = \frac{9\times10^9\times10^{-6}}{\sqrt{10}m}V = \frac{9}{\sqrt{10}}\times10^3 V = \frac{9\times10^3}{\sqrt{10}}V$$

Por tanto, el potencial en el punto D será

$$V_D = V_A + V_B = 9\times10^3\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{10}}\right)V = 9210\,V$$

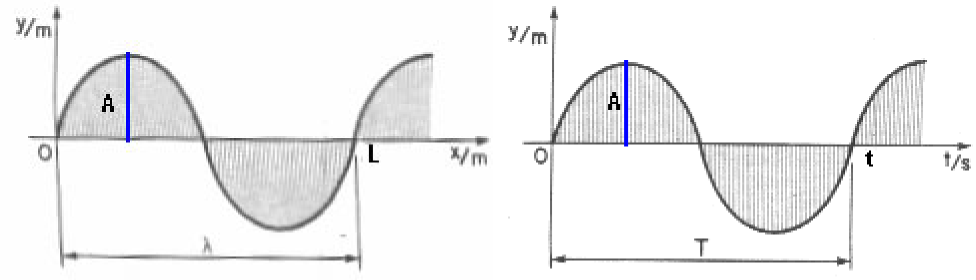
Finalmente, el trabajo para llevar una carga puntual de 1C desde el ∞ hasta D (1,1) será

$$W_{\infty\to(1,1)} = 1C\cdot(V_\infty - V_{(1,1)}) = 1C\times(0-9210\ V) = 9210\ J$$

CUESTIONES

1. La ecuación general de una onda unidimensional es y (x, t) = A sen (ωt ± kx + φ) siendo A la amplitud (máxima elongación respecto de la posición de equilibrio), ω la frecuencia angular, k el número de ondas que hay en una longitud de 2π metros, y φ la fase inicial. El signo + corresponde a una onda que se propaga de derecha a izquierda y el signo – en sentido contrario.

Además, $\omega = \frac{2\pi}{T}$, donde T es el período, tiempo que tarda la onda en volver a estar en idéntico estado de vibración, o tiempo que tarda en propagarse una distancia igual a su longitud de onda, y $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, siendo λ la longitud de la onda, es decir, la distancia entre dos puntos consecutivos que se encuentran en el mismo estado de vibración.



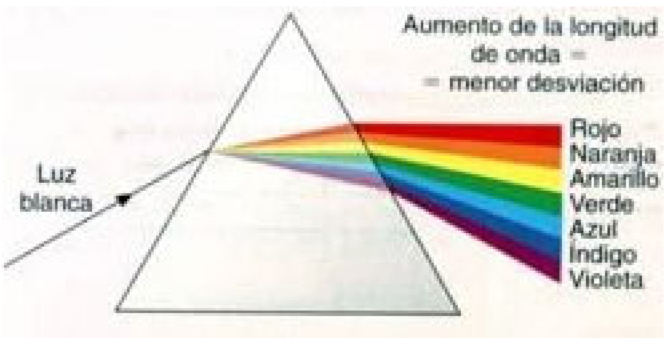
2. Cuando un rayo de luz blanca, formada por la superposición de todas las frecuencias o longitudes de ondas del espectro visible, atraviesa un prisma óptico, los colores correspondientes a distintas longitudes de onda se refractan en ángulos diferentes ya que el índice de refracción en un medio depende de la longitud de onda $n = n(\lambda)$.

Como el índice de refracción depende de la longitud de onda, y además

$$n(\lambda) = \frac{c}{v}$$

las ondas asociadas a cada color se propagarán a velocidades diferentes. La mayor velocidad de propagación corresponde al color rojo, y disminuye progresivamente hasta el violeta.

Por último, si tenemos en cuenta la ley de Snell, cada "color" se refractará con un ángulo diferente, fenómeno que se denomina *dispersión*.



3. Sabemos que la expresión que permite calcular la fuerza ejercida por un campo magnético sobre un conductor rectilíneo de longitud L recorrido por una intensidad de corriente I en el seno de un campo magnético uniforme B es

$$\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$$

Si consideramos una espira rectangular de superficie S, y definimos un vector superficie $\vec{S}$ con origen en el centro de la espira, de área igual a la de la espira y con la misma dirección y sentido que el campo magnético creado por la espira cuando es recorrida por una corriente eléctrica I, se puede obtener la siguiente expresión del par de fuerzas ejercido por un campo magnético uniforme B sobre una espira de corriente,

$$\vec{M} = I\vec{S} \times \vec{B}$$

Según el dibujo anterior, aplicando la primera ecuación a los cuatro conductores de la espira, el conductor 1 experimentará una fuerza F_1 vertical hacia arriba, que se verá compensada con la que experimentará el conductor 2 hacia abajo, F_2. El conductor 3 experimentará una fuerza F_3 que es igual en módulo a la del conductor 4, F_4 pero de sentido opuesto y aplicada en diferentes puntos, lo cual producirá un par de fuerzas que tenderá a mover la espira en el sentido de aumentar el flujo del campo magnético que la atraviese. Esto último se podía haber deducido de la segunda ecuación.

4. El campo gravitatorio es una perturbación de las propiedades del espacio que rodea un cuerpo material, de forma que cualquier otro cuerpo material colocado en esa zona del espacio adquiere energía (potencial gravitatoria) y es atraído hacia el primero. Se suele caracterizar por el vector intensidad del campo, $\vec{g}$,

$$\vec{g} = \frac{GM}{r^3}\vec{r} = \frac{GM}{r^2}\hat{u}_r$$

La expresión de la energía potencial gravitatoria es

$$E_p = -\frac{GMm}{r}$$

En el caso particular de estar en las proximidades de la Tierra, si representamos por g_0 el valor de la gravedad en la superficie terrestre, aplicando la segunda ley de Newton a un objeto de masa m en la superficie terrestre, r = R,

$$\sum F = ma \Rightarrow \frac{GMm}{R^2} = mg_0 \Rightarrow \frac{GM}{R^2} = g_0 \Rightarrow \vec{g} = g_0\hat{u}_r$$

Es decir, que en las proximidades de la superficie terrestre la intensidad del campo gravitatorio coincide en módulo con el valor de la gravedad, y su sentido apunta hacia el centro de la Tierra.

Supongamos ahora una partícula de masa m situada a una altura h. Su energía potencial gravitatoria será

$$E_{p_A} = -\frac{GMm}{R+h}$$

Esta misma partícula, cuando se encuentre sobre la superficie terrestre, tendrá la energía

$$E_{p_B} = -\frac{GMm}{R}$$

La diferencia de energía entre ambas posiciones será

$$\Delta E_p = E_{p_A} - E_{p_B} = -\frac{GMm}{R+h} - \left(-\frac{Gmm}{R}\right) = Gmm\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+h}\right) = GMm\left(\frac{h}{R(R+h)}\right)$$

Si estamos en las proximidades de la superficie terrestre, sabemos que la intensidad del campo es en módulo g_0, y que prácticamente permanece constante. El denominador de la expresión anterior es $R(R+h) = R^2 + Rh$. Pero como $R^2 >> Rh \Rightarrow$

$$\Delta E_p = GMm\left(\frac{h}{R(R+h)}\right) \cong GMm\frac{h}{R^2} = m\frac{GM}{R^2}h = mg_0h$$

Es decir, que la expresión de la energía potencial a una determinada altura respecto de la superficie terrestre (pequeña para que la intensidad del campo gravitatorio no varíe apreciablemente, o lo que es lo mismo, el valor de la gravedad permanezca constante) es el producto de la masa por la aceleración de la gravedad y por la altura (o por la diferencia de posiciones).