1. Resuelve las siguientes ecuaciones racionales: (3 puntos).
   a) $\frac{3}{x-2}+\frac{8}{x+5}+\frac{x+1}{x^2+3x-10}$
   b) $\frac{x^2-3}{2}=\frac{-3}{2x^2+1}$
   c) $\frac{4x+5}{3}=\frac{1}{2x+3}$
2. Resuelve las siguientes ecuaciones irracionales: (2 puntos).
   a) $\sqrt{x+2}-\sqrt{x+4}=\sqrt{4x+2}$
   b) $\sqrt{5x+6}=\frac{5x+2}{\sqrt{5x-1}}$
3. Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas, comprobando la validez los resultados obtenidos: (1.5 puntos).
   a) $log\sqrt{x+4}-\log(3x)=-2log3$
   b) $log\frac{2x+1}{x-1}=0$
4. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales: (1.5 puntos).
   a) $3^{2(x+1)}-18\cdot 3^x+9=0$
   b) $\frac{2^{3x+1}}{2^{x^2}}=\frac{4^x}{2^5}$
5. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando el método que creas conveniente, justificando su posición relativa: (2 puntos).
   a) $\begin{cases}-x+y=1\\2x-2y=2\end{cases}$
   b) $\begin{cases}3x+5y=15\\2x-3y=-9\end{cases}$
   c) $\begin{cases}2x+5y=19\\3x-y=3\end{cases}$

EJERCICIO EXTRA: Resuelve el sistema de ecuaciones: (Hasta 1 punto).

$$\begin{cases}x^2-xy=5\\3x+y=1\end{cases}$$

ESTÁNDARES QUE SE EVALÚAN.
BLOQUE 2. NÚMEROS Y ÁLGEBRA.
1.1. Reconoce los distintos tipos números (naturales, enteros, racionales e irracionales y reales), indicando el criterio seguido, y los utiliza para representar e interpretar adecuadamente información cuantitativa.
1.2. Aplica propiedades características de los números al utilizarlos en contextos de resolución de problemas.
2.1. Opera con eficacia empleando cálculo mental, algoritmos de lápiz y papel, calculadora o programas informáticos, y utilizando la notación más adecuada.
2.2. Realiza estimaciones correctamente y juzga si los resultados obtenidos son razonables.
2.3. Establece las relaciones entre radicales y potencias, opera aplicando las propiedades necesarias y resuelve problemas contextualizados.
2.5. Calcula logaritmos sencillos a partir de su definición o mediante la aplicación de sus propiedades y resuelve problemas sencillos.
2.7. Resuelve problemas que requieran conceptos y propiedades específicas de los números.
3.1. Se expresa de manera eficaz haciendo uso del lenguaje algebraico.
3.2. Obtiene las raíces de un polinomio y lo factoriza utilizando la regla de Ruffini u otro método más adecuado.
3.3. Realiza operaciones con polinomios, igualdades notables y fracciones algebraicas sencillas.
3.4. Hace uso de la descomposición factorial para la resolución de ecuaciones de grado superior a dos.

1 a) $\frac{3}{x-2} + \frac{8}{x+5} = \frac{x+1}{x^2+3x-10}$

$x^2+3x-10=0 \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2-4\cdot(-10)}}{2} = \frac{-3\pm 7}{2} \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -5 \end{cases}$

$x^2+3x-10 = (x-2)(x+5).$

$\frac{3}{x-2} + \frac{8}{x+5} = \frac{x+1}{(x-2)(x+5)} \Rightarrow \frac{3(x+5)+8(x-2)}{\cancel{(x-2)(x+5)}} = \frac{x+1}{\cancel{(x-2)(x+5)}} \Rightarrow$

$\Rightarrow 3(x+5)+8(x-2) = x+1 \rightarrow 3x+15+8x-16 = x+1$

$10x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}.$

b) $\frac{x^2-3}{2} = \frac{-3}{2x^2+1} \rightarrow (x^2-3)(2x^2+1) = -6 \rightarrow$

$\rightarrow 2x^4+x^2-6x^2-3 = -6 \rightarrow 2x^4-5x^2+3=0 \Big\} \rightarrow$

$x^2 = t$

$\rightarrow 2t^2-5t+3=0 \rightarrow t = \frac{5 \pm \sqrt{5^2-4\cdot 2\cdot 3}}{2\cdot 2} = \frac{5\pm 1}{4} \begin{cases} t_1 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \\ t_2 = 1 \end{cases}$

$t_1 = \frac{3}{2} \Rightarrow x^2 = \frac{3}{2} \Rightarrow x = \pm\sqrt{3/2}$

$t_2 = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$

c) $\frac{4x+5}{3} = \frac{1}{2x+3} \Rightarrow (4x+5)(2x+3) = 3 \rightarrow$

$\rightarrow 8x^2+12x+10x+15 = 3 \rightarrow 8x^2+22x+12=0$

$\rightarrow 4x^2+11x+6=0$

$x = \frac{-11 \pm \sqrt{11^2-4\cdot 4\cdot 6}}{2\cdot 4} = \frac{-11\pm 5}{8} = \begin{cases} x_1 = \frac{-6}{8} = \frac{-3}{4} \\ x_2 = -2 \end{cases}$

2: a) $\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x+4}\right)^2=\left(\sqrt{x+2}\right)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \left(\sqrt{x+2}\right)^2+\left(\sqrt{x+4}\right)^2-2\sqrt{(x+2)(x+4)}=4x+2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2x+6-2\sqrt{x^2+4x+2x+8}=4x+2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \left(-2\sqrt{x^2+6x+8}\right)^2=(2x-3)^2 \Rightarrow 4(x^2+6x+8)=4x^2+9-12x$

$\Rightarrow \cancel{4x^2}+24x+32=\cancel{4x^2}-12x+9 \Rightarrow 36x=-23 \Rightarrow x=\frac{-23}{36}$

b) $\left(\sqrt{5x+6}\right)^2=\left(\frac{5x+2}{\sqrt{5x-1}}\right)^2 \Rightarrow 5x+6=\frac{(5x+2)^2}{\left(\sqrt{5x-1}\right)^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow (5x+6)(5x-1)=(5x+2)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \cancel{25x^2}-5x+30x-6=\cancel{25x^2}+4+20x \Rightarrow 5x=10 \Rightarrow$

$\Rightarrow x=2$

3 a) $\underbrace{\log\sqrt{x+4}-\log(3x)}_{\log M-\log N=\log\frac{M}{N}}=\underbrace{-2\log 3}_{r\cdot\log M=\log M^r}$

$\Rightarrow \log\frac{\sqrt{x+4}}{3x}=\log 3^{-2} \Rightarrow$ Como los logaritmos tienen la misma base, igualamos los argumentos:

$\left(\frac{\sqrt{x+4}}{3x}\right)^2=\left(3^{-2}\right)^2 \Rightarrow \frac{x+4}{9x^2}=3^{-4} \Rightarrow \frac{x+4}{9x^2}=\frac{1}{3^4} \Rightarrow$

$\Rightarrow \cancel{81}^{9}(x+4)=\cancel{9}x^2 \Rightarrow 9x+36=x^2 \Rightarrow x^2-9x-36=0$

$x=\frac{9\pm\sqrt{9^2-4\cdot(-36)}}{2}=\frac{9\pm 15}{2}\begin{cases} x_1=12 \\ x_2=-3 \end{cases}$

Comprobamos las soluciones:

- Para $x_1=12$: • $\sqrt{x+4}>0$ • $3x>0$ } Solución válida.
- Para $x_2=-3$: • $3x<0 \Rightarrow$ Solución no válida.

b) $\log\frac{2x+1}{x-1}=0 \Rightarrow \log\frac{2x+1}{x-1}=0\log 10 \Rightarrow$

$\Rightarrow \log\frac{2x+1}{x-1}=\log 10^0 \Rightarrow \frac{2x+1}{x-1}=\cancel{10^0}^{\,1} \Rightarrow$

$2x+1=x-1 \Rightarrow x=-2$

Comprobación: Para $x=-2$: $\frac{2x+1}{x-1}>0$. Solución válida.

4: a) $3^{2(x+1)} - 18\cdot 3^x + 9 = 0 \Rightarrow 3^{2x+2} - 18\cdot 3^x + 9 = 0$

$\boxed{3^x = t}$

$3^2\cdot 3^{2x} - 18\cdot 3^x + 9 = 0 \Rightarrow 3^2\cdot t^2 - 18t + 9 = 0$

$9t^2 - 18t + 9 = 0 \Rightarrow t^2 - 2t + 1 = 0.$

$t = \dfrac{2 \pm \cancel{\sqrt{4-4}}^{\,0}}{2} = \dfrac{2}{2} = 1.$

· Para $t = 1$: $3^x = 1 \Rightarrow 3^x = 3^0 \Rightarrow \underline{\underline{x = 0}}$.

b) $3^{x-1} + 3^x - 3^{x+1} = -45 \Rightarrow \dfrac{3^x}{3} + 3^x - 3\cdot 3^x = -45 \Rightarrow$

$\boxed{3^x = t}$

$\dfrac{t}{3} + t - 3t = -45 \Rightarrow \dfrac{t + 3t - 9t}{\cancel{3}} = \dfrac{-135}{\cancel{3}} \Rightarrow$

$-5t = -135 \Rightarrow t = 27$

$3^x = 27 \Rightarrow 3^x = 3^3 \Rightarrow \underline{\underline{x = 3}}$

c) $\dfrac{2^{3x+1}}{2^{x^2}} = \dfrac{4^x}{2^5} \Rightarrow 2^{3x+1-x^2} = \dfrac{2^{2x}}{2^5} \Rightarrow 2^{-x^2+3x+1} = 2^{2x-5}$

$\Rightarrow -x^2 + 3x + 1 = 2x - 5 \Rightarrow -x^2 + x + 6 = 0$

$x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1 - 4\cdot(-6)}}{2} = \dfrac{1 \pm 5}{2} \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -2 \end{cases}$

5: a) $\begin{cases} -x+y=1 \\ 2x-2y=2 \end{cases}$ $\quad \frac{-1}{2} = \frac{1}{-2} \neq \frac{1}{2}$: las rectas son paralelas.

$\nexists$ Solución.

b) $\begin{cases} 3x+5y=15 \\ 2x-3y=-9 \end{cases}$ $\cdot(-2) \Rightarrow -6x-10y=-30$

$(3) \Rightarrow 6x-9y=-27$

$-19y=-57$

$\frac{3}{2} \neq \frac{5}{3}$ secantes.

$y = \frac{-57}{-19} = 3$

$2x-3\cdot 3=-9 \Rightarrow x=0.$

c) $\begin{cases} 2x+5y=19 \\ (3x-y=3)\cdot(5) \end{cases} \Rightarrow 2x+5y=19$

$\Rightarrow 15x-5y=15$

$17x = 34$

$\frac{2}{3} \neq \frac{5}{-1}$ secantes:

$x = \frac{34}{17} = 2.$

$3\cdot 2-y=3 \Rightarrow y=6-3=3.$

$\begin{cases} x^2-xy=5 \\ 3x+y=1 \end{cases} \rightarrow y=1-3x.$

$x^2-x(1-3x)=5 \rightarrow x^2-x+3x^2=5. \Rightarrow$

$\Rightarrow 4x^2-x-5=0 \rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1-4\cdot 4(-5)}}{2\cdot 4} =$

$= \frac{1 \pm 9}{8} = \begin{cases} x_1 = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} \\ x_2 = -1 \end{cases}$

· Para $x_1 = \frac{5}{4}$: $y = 1-3\cdot\frac{5}{4} = \frac{4-15}{4} = \frac{-11}{4}$

· Para $x_2=-1$: $y=1-3\cdot(-1)=1+3=4$

Solución: $P_1\left(\frac{5}{4}, \frac{-11}{4}\right)$; $P_2(-1, 4)$.