Ejemplos de integrales inmediatas tipo potencia:

1) $\int x^5 dx = \frac{1}{6}x^6 + C$

En nuestro ejemplo: f(x) = x n = 5 $\rightarrow f'(x) = 1$

2) $\int \frac{1}{x^2} dx = \int x^{-2} dx = -x^{-1} + C = -\frac{1}{x} + C$

En nuestro ejemplo: f(x) = x n = -2 $\rightarrow f'(x) = 1$

3) $\int x^{\frac{2}{3}} dx = \frac{x^{\frac{2}{3}+1}}{\frac{2}{3}+1} = \frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}} + C$

En nuestro ejemplo: f(x) = x n = $\frac{2}{3}$ $\rightarrow f'(x) = 1$

4) $\int x^{-\frac{1}{4}} dx = \frac{x^{-\frac{1}{4}+1}}{-\frac{1}{4}+1} = -\frac{4}{3}x^{\frac{3}{4}} + C$

En nuestro ejemplo: f(x) = x n = $-\frac{1}{4}$ $\rightarrow f'(x) = 1$

5) $\int (2x^2 - 5x + 4) dx \underbrace{=}_{(1)} 2\int x^2 dx - 5\int x dx + 4\int dx = \frac{2}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 4x + C$

(1) Aplicamos $\int (f(x) \pm g(x))\, dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$; $\int (k \cdot f(x))\, dx = k \cdot \int f(x) dx$

6) $\int (x+1)^2 dx = \frac{(x+1)^3}{3} + C$

En nuestro ejemplo: f(x) = x + 1 n = 2 $\rightarrow f'(x) = 1$

7) $\int (3x+2)^2\, dx = \frac{1}{3}\int 3(3x+2)^2\, dx = \frac{1}{3}\frac{(3x+2)^3}{3} = \frac{1}{9}(3x+2)^3 + C$

En nuestro ejemplo: f(x) = (3x + 2) n = 2 $\rightarrow f'(x) = 3$

Multiplicamos y dividimos por 3 para que sea inmediata

8) $\int \sqrt[3]{x}\, dx = \int x^{\frac{1}{3}} dx = \frac{x^{\frac{1}{3}+1}}{\frac{1}{3}+1} = \frac{3}{4}\sqrt[3]{x^4} + C$

En nuestro ejemplo: f(x) = x n = $\frac{1}{3}$ $\rightarrow f'(x) = 1$

9) $\int (2-x)\sqrt{x}\, dx \underbrace{=}_{(1)} 2\int \sqrt{x}\, dx - \int x\sqrt{x}\, dx = 2\int x^{\frac{1}{2}} dx - \int x^{\frac{3}{2}} dx = \frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + C$

(1): Aplicamos $\int (f(x) \pm g(x))\, dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$; $\int (k \cdot f(x))\, dx = k \cdot \int f(x) dx$

10) $$\int \frac{8x^2}{(2x^3+2)^2}dx = 8\int \frac{x^2}{(2x^3+2)^2}dx = \frac{8}{6}\int \frac{6x^2}{(2x^3+2)^2}dx = -\frac{4}{3}(2x^3+2)^{-1} + C = -\frac{4}{3(2x^3+2)} + C$$

En nuestro ejemplo: $f(x) = (2x^3 + 2)$ $\quad n = -2 \rightarrow f'(x) = 6x^2$

Multiplicamos y dividimos por 6 para que sea inmediata

11) $$\int \sqrt{x^2-3x^4}\,dx \underset{(1)}{=} \int x\sqrt{1-3x^2}\,dx \underset{(2)}{=} -\frac{1}{6}\int -6x(1-3x^2)^{\frac{1}{2}}dx = -\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{3}(1-3x^2)^{\frac{3}{2}} + C = -\frac{1}{9}\sqrt{(1-3x^2)^3} + C$$

(1) $\sqrt{x^2-3x^4} = \sqrt{x^2(1-3x^2)} = x\sqrt{1-3x^2}$

(2) $f(x) = 1 - 3x^2$; $n = \frac{1}{2}$ $\rightarrow f'(x) = -6x$

Multiplicamos y dividimos por (– 6)

12) $$\int 3x\sqrt{1-2x^2}\,dx \underset{(1)}{=} 3\int x\sqrt{1-2x^2}\,dx \underset{(2)}{=} -\frac{3}{4}\int -4x(1-2x^2)^{\frac{1}{2}}dx = -\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}(1-2x^2)^{\frac{3}{2}} + C = -\frac{1}{2}\sqrt{(1-2x^2)^3} + C$$

(1) Aplicando $\int (k\cdot f(x))\,dx = k\cdot\int f(x)dx$

(2) $f(x) = 1 - 2x^2$; $n = \frac{1}{2}$ $\rightarrow f'(x) = -4x$

Multiplicamos y dividimos por (– 4)

13) $$\int x\sqrt[3]{1-x^2}\,dx \underset{(1)}{=} -\frac{1}{2}\int -2x(1-x^2)^{\frac{1}{3}}dx = -\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}(1-x^2)^{\frac{4}{3}} + C = -\frac{3}{8}\sqrt[3]{(1-x^2)^4} + C$$

(1) $f(x) = 1 - x^2$; $n = \frac{1}{3}$ $\rightarrow f'(x) = -2x$

Multiplicamos y dividimos por (– 2)

14) $$\int \frac{x^2}{\sqrt[4]{x^3+2}}dx \underset{(1)}{=} \frac{1}{3}\int 3x^2(x^3+2)^{-\frac{1}{4}}dx = \frac{1}{3}\cdot\frac{4}{3}(x^3+2)^{\frac{3}{4}} + C = \frac{4}{9}\sqrt[4]{(x^3+2)^3} + C$$

(1) $f(x) = x^3 + 2$; $n = -\frac{1}{4}$ $\rightarrow f'(x) = 3x^2$

Multiplicamos y dividimos por 3.

15) $$\int \frac{(1+x)^2}{\sqrt{x}}dx \underset{(1)}{=} \int \frac{1+2x+x^2}{\sqrt{x}}dx \underset{(2)}{=} \int x^{-\frac{1}{2}}dx + 2\int x^{\frac{1}{2}}dx + \int x^{\frac{3}{2}}dx = 2x^{\frac{1}{2}} + \frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + C$$

(1) Desarrollamos el cuadrado de la suma

(2) Aplicamos $\int (f(x)\pm g(x))\,dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$

(3) $f(x) = x$; $n = -\frac{1}{2}$; $n = \frac{1}{2}$; $n = \frac{3}{2}$ en cada caso $\rightarrow f'(x) = 1$

Ejemplos de integrales inmediatas tipo logarítmica

1) $\int \frac{3}{x}dx = 3\int \frac{1}{x}dx = 3\ln x + C$

(1) Aplicando $\int (k\cdot f(x))\,dx = k\cdot\int f(x)dx$

En nuestro ejemplo: f(x) = x $\rightarrow$ f´(x) = 1

2) $\int \frac{dx}{x+2} = \ln(x+2) + C$

En nuestro ejemplo: f(x) = x + 2 $\rightarrow$ f´(x) = 1

3) $\int \frac{dx}{2x-3} \underbrace{=}_{(1)} \frac{1}{2}\int \frac{2dx}{2x-3} = \frac{1}{2}\ln(2x-3) + C$

(1) En nuestro ejemplo: f(x) = 2x – 3 $\rightarrow$ f´(x) = 2

Multiplicamos y dividimos por 3 para tener una integral inmediata tipo logarítmico.

4) $\int \frac{x}{x^2+1}dx \underbrace{=}_{(1)} \frac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2+1}dx = \frac{1}{2}\ln\left(x^2+1\right) + C$

(1) En nuestro ejemplo: f(x) = x^2 + 1 $\rightarrow$ f´(x) = 2x

Multiplicamos y dividimos por 2 para tener una integral inmediata tipo logarítmico.

5) $\int \frac{x+3}{x+1}dx \underbrace{=}_{(1)} \int \left(1 + \frac{2}{x+1}\right)dx \underbrace{=}_{(2)} \int dx + \int \frac{2}{x+1}dx \underbrace{=}_{(3)} \int dx + \int \frac{2}{x+1}dx = x + 2\ln(x+1) + C$

(1) Efectuamos la división

(2) Aplicamos $\int (f(x) \pm g(x))\,dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$

(3) Aplicamos $\int (k\cdot f(x))\,dx = k\cdot\int f(x)dx$

6) $\int \frac{3x}{x^2-4}dx \underbrace{=}_{(1)} \frac{3}{2}\int \frac{2x}{x^2-4}dx = \ln\left|x^2-4\right| + C$

(1) Integral tipo logaritmo: f(x) = x^2 – 4 $\rightarrow$ f´(x) = 2x

Basta multiplicar y dividir por 2 para tener la integral inmediata

7) $\int \frac{3x^2+1}{x^3+x+1}dx \underbrace{=}_{(1)} \ln\left(x^3+x+1\right) + C$

(1) Integral tipo logaritmo: f(x) = x^3 + x + 1 $\rightarrow$ f´(x) = $3x^2$ + 1

Ejemplos de integrales de tipo exponencial

1) $\displaystyle\int e^{3x}dx \underbrace{=}_{(1)} \frac{1}{3}\int (3\cdot e^{3x})\,dx = \frac{1}{3}e^{3x} + C$

(1) En nuestro ejemplo: f(x) = 3x $\rightarrow$ f´(x) = 3

Multiplicamos y dividimos por 3 para tener una integral inmediata tipo exponencial.

2) $\displaystyle\int e^{-x}dx \underbrace{=}_{(1)} -\int (-e^{-x})\,dx = -e^{-x} + C$

(1) En nuestro ejemplo: f(x) = – x $\rightarrow$ f´(x) = -1

Multiplicamos y dividimos por -1 para tener una integral inmediata tipo exponencial

3) $\displaystyle\int e^{2x+1}dx \underbrace{=}_{(1)} \frac{1}{2}\int 2e^{2x+1}dx = e^{2x+1} + C$

(1) En nuestro ejemplo: f(x) = 2x + 1 $\rightarrow$ f´(x) = 2

Multiplicamos y dividimos por 2 para tener una integral inmediata tipo exponencial

4) $\displaystyle\int a^{2x}dx \underbrace{=}_{(1)} \frac{1}{2}\int (2\cdot a^{2x})\,dx = \frac{1}{2}\frac{1}{\ln a}a^{2x} + C$

(1) En nuestro ejemplo: f(x) = 2x $\rightarrow$ f´(x) = 2

Multiplicamos y dividimos por 2 para tener una integral inmediata tipo exponencial

5) $\displaystyle\int \frac{e^{1/x}}{x^2}dx \underbrace{=}_{(1)} -\int e^{1/x}\left(-\frac{1}{x^2}\right)dx = -e^{1/x} + C$

(1) En nuestro ejemplo: f(x) = $\frac{1}{x}$ $\rightarrow$ $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$

Multiplicamos y dividimos por (-1) para tener una integral inmediata tipo exponencial

6) $\displaystyle\int (e^x+1)^2\,dx \underbrace{=}_{(1)} \int (e^{2x}+2e^x+1)\,dx \underbrace{=}_{(2)} \int e^{2x}\,dx + 2\int e^x\,dx + \int dx \underbrace{=}_{(3)} \frac{1}{2}\int 2e^{2x}\,dx + 2\int e^x\,dx + \int dx =$

$$= \frac{1}{2}e^{2x} + 2e^x + x + C$$

(1) Desarrollamos el cuadrado de la suma

(2) Aplicamos $\int (f(x) \pm g(x))\,dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$; $\int (k\cdot f(x))\,dx = k\cdot\int f(x)dx$

(3) Multiplicamos y dividimos por 2 para tener una integral inmediata tipo exponencial

7) $\displaystyle\int \cos x\cdot e^{\operatorname{sen} x}\,dx \underbrace{=}_{(1)} e^{\operatorname{sen} x} + C$

(1) En nuestro ejemplo: f(x) = sen x $\rightarrow$ f´(x) = cos x

Ejemplos de integrales inmediatas tipo trigonométricas

Las fórmulas que más emplearemos en las integrales son:

1) $\text{sen}^2\,\alpha + \cos^2\,\alpha = 1$

2) $\text{tg}\,\alpha = \dfrac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\,\alpha}$

3) $\text{ctg}\,\alpha = \dfrac{\cos\,\alpha}{\text{sen}\,\alpha}$

4) $\text{ctg}\,\alpha = \dfrac{1}{\text{tg}\,\alpha}$

5) $\sec\alpha = \dfrac{1}{\cos\alpha}$

6) $\text{cosec}\,\alpha = \dfrac{1}{\text{sen}\,\alpha}$

7) $\text{tg}^2\alpha + 1 = \sec^2\alpha$

8) $\text{ctg}^2\alpha + 1 = \text{cosec}^2\,\alpha$

9) $\text{sen}\,(2\alpha) = 2\,\text{sen}\,\alpha \cdot \cos\alpha$

10) $\cos(2\alpha) = \cos^2\alpha - \text{sen}^2\,\alpha$

11) $\text{sen}^2\,\alpha = \dfrac{1-\cos 2\alpha}{2}$

12) $\cos^2\,\alpha = \dfrac{1+\cos 2\alpha}{2}$

1) $\displaystyle\int \text{sen}\frac{1}{2}x\,dx \underset{(1)}{=} 2\int \frac{1}{2}\text{sen}\frac{1}{2}x\,dx = -\cos\frac{1}{2}x + C$

(1) En nuestro ejemplo: $f(x) = \frac{1}{2}x \;\rightarrow f'(x) = \frac{1}{2}$

Multiplicamos y dividimos por 2 para tener una integral inmediata tipo seno

2) $\displaystyle\int \cos 3x\,dx \underset{(1)}{=} \frac{1}{3}\int 3\cos 3x\,dx = \frac{1}{3}\text{sen}\,3x + C$

(1) En nuestro ejemplo: $f(x) = 3x \;\rightarrow f'(x) = 3$

Multiplicamos y dividimos por 3 para tener una integral inmediata tipo coseno

3) $\displaystyle\int \cos(2x+1)\,dx \underset{(1)}{=} \frac{1}{2}\int 2\cos(2x+1)\,dx = \frac{1}{2}\text{sen}(2x+1) + C$

(1) En nuestro ejemplo: $f(x) = 2x + 1 \;\rightarrow f'(x) = 2$

Multiplicamos y dividimos por 2 para tener una integral inmediata tipo coseno

4) $\displaystyle\int x\cos(x^2+1)\,dx \underset{(1)}{=} \frac{1}{2}\int 2x\cos(x^2+1)\,dx = \frac{1}{2}\text{sen}(x^2+1) + C$

(1) En nuestro ejemplo: $f(x) = x^2 + 1 \;\rightarrow f'(x) = 2x$

Multiplicamos y dividimos por 2 para tener una integral inmediata tipo coseno

5) $\displaystyle\int \text{tg}\,2x\,dx \underset{(1)}{=} \frac{1}{2}\int 2\text{tg}\,2x\,dx = \frac{1}{2}\ln(\sec 2x) + C$

(1) En nuestro ejemplo: $f(x) = 2x \rightarrow f'(x) = 2$

Multiplicamos y dividimos por 2 para tener una integral inmediata tipo tangente

6) $\displaystyle\int \frac{\operatorname{sen}x+\cos x}{\cos x}dx \underbrace{=}_{(1)} \int (\operatorname{tg}x+1)\,dx \underbrace{=}_{(2)} \int \operatorname{tg}x\,dx+\int dx = \ln(\sec x)+x+C$

(1) $\displaystyle\frac{\operatorname{sen}x+\cos x}{\cos x}=\frac{\operatorname{sen}x}{\cos x}+\frac{\cos x}{\cos x}=\operatorname{tg}x+1$

(2) Aplicamos $\int (f(x)\pm g(x))\,dx=\int f(x)dx\pm\int g(x)dx$

7) $\displaystyle\int \operatorname{sen}(2x+6)\,dx \underbrace{=}_{(1)} \frac{1}{2}\int 2\operatorname{sen}(2x+6)\,dx=-\frac{1}{2}\cos(2x+6)$

(1) En nuestro ejemplo: f(x) = 2x + 6 $\to$ f´(x) = 2

Multiplicamos y dividimos por 2 para tener una integral inmediata tipo seno

8) $\displaystyle\int x\operatorname{sen}(x^2+3)\,dx \underbrace{=}_{(1)} \frac{1}{2}\int 2x\operatorname{sen}(x^2+3)\,dx=-\frac{1}{2}\cos(x^2+3)+C$

(1) En nuestro ejemplo: f(x) = x^2 + 3 $\to$ f´(x) = 2x

Multiplicamos y dividimos por 2 para tener una integral inmediata tipo seno

9) $\displaystyle\int \operatorname{sen}^3x\cos x\,dx=\frac{1}{4}\operatorname{sen}^4x+C$

En nuestro ejemplo: f(x) = x $\to$ f´(x) = 1

10) $\displaystyle\int x\cot g\,x^2dx \underbrace{=}_{(1)} \frac{1}{2}\int 2x\cot g\,x^2dx=\frac{1}{2}\ln(\operatorname{sen}x^2)+C$

(1) En nuestro ejemplo: f(x) = x $\to$ f´(x) = 1

Multiplicamos y dividimos por 2 para tener una integral inmediata tipo cotangente

11) $\displaystyle\int \operatorname{tg}^2x\,dx \underbrace{=}_{(1)} \int \left(1+\operatorname{tg}^2x-1\right)dx \underbrace{=}_{(2)} \int \left(1+\operatorname{tg}^2x\right)dx-\int dx=\operatorname{tg}x-x+C$

(1) Sumamos y restamos 1

(2) Aplicamos $\int (f(x)\pm g(x))\,dx=\int f(x)dx\pm\int g(x)dx$

12) $\displaystyle\int \operatorname{ctg}^2x\,dx \underbrace{=}_{(1)} \int \left(1+\operatorname{ctg}^2x-1\right)dx \underbrace{=}_{(2)} \int \left(1+\operatorname{ctg}^2x\right)dx-\int dx=-\operatorname{ctg}x-x+C$

(1) Sumamos y restamos 1

(2) Aplicamos $\int (f(x)\pm g(x))\,dx=\int f(x)dx\pm\int g(x)dx$

Ejemplos de integrales inmediatas tipo trigonométricas inversas

1) $$\int \frac{dx}{9+x^2} \underset{(1)}{=} \int \frac{\frac{1}{9}dx}{1+\frac{x^2}{9}} \underset{(2)}{=} \frac{1}{9}\int \frac{dx}{1+\left(\frac{x}{3}\right)^2} = \frac{1}{3}\int \frac{\frac{1}{3}dx}{1+\left(\frac{x}{3}\right)^2} = \frac{1}{3}\text{arctg}\left(\frac{x}{3}\right)+C$$

(1) Dividimos numerador y denominador por $\frac{1}{9}$

(2) Aplicamos $\int (k\cdot f(x))\,dx = k\cdot\int f(x)dx$

(3) En nuestro ejemplo: f(x) = $\frac{x}{3} \to f'(x) = \frac{1}{3}$, para tener una integral inmediata tipo arcotangente

2) $$\int \frac{dx}{4x^2+9} \underset{(1)}{=} \int \frac{\frac{1}{9}dx}{\frac{4x^2}{9}+1} \underset{(2)}{=} \frac{1}{9}\int \frac{dx}{\left(\frac{2x}{3}\right)^2+1} \underset{(3)}{=} \frac{1}{9}\cdot\frac{3}{2}\int \frac{\frac{2}{3}dx}{\left(\frac{2x}{3}\right)^2+1} = \frac{1}{6}\text{arctg}\frac{2x}{3}+C$$

(1) Dividimos numerador y denominador por $\frac{1}{9}$

(2) Aplicamos $\int (k\cdot f(x))\,dx = k\cdot\int f(x)dx$

(3) En nuestro ejemplo: f(x) = $\frac{2x}{3} \to f'(x) = \frac{2}{3}$

Multiplicamos y dividimos por $\frac{2}{3}$ para tener una integral inmediata tipo arcotangente

3) $$\int \frac{x}{x^4+4}dx \underset{(1)}{=} \frac{1}{2}\int \frac{x}{\frac{x^4}{4}+1}dx = \frac{1}{2}\int \frac{x}{\left(\frac{x^2}{2}\right)^2+1}dx \underset{(2)}{=} \frac{1}{2}\cdot\int \frac{x}{\left(\frac{x^2}{2}\right)^2+1}dx = \frac{1}{2}\text{arctg}\frac{x^2}{2}+C$$

(1) Dividimos numerador y denominador por $\frac{1}{2}$,

(2) En nuestro ejemplo: f(x) = $\frac{x^2}{2} \to f'(x) = x$, para tener una integral inmediata tipo arcotangente

4) $$\int \frac{1}{(x+5)^2+9}dx \underset{(1)}{=} \frac{1}{9}\int \frac{1}{\frac{(x+5)^2}{9}+1}dx = \frac{1}{9}\int \frac{1}{\left(\frac{x+5}{3}\right)^2+1}dx \underset{(2)}{=} \frac{1}{9}\cdot 3\int \frac{\frac{1}{3}}{\left(\frac{x+5}{3}\right)^2+1}dx = \frac{1}{3}\text{arctg}\left(\frac{x+5}{3}\right)+C$$

(1) Dividimos numerador y denominador por $\frac{1}{9}$,

(2) En nuestro ejemplo: f(x) = $\frac{x+5}{3} \to f'(x) = \frac{1}{3}$,

Para tener una integral inmediata tipo arcotangente, multiplicamos y dividimos por 3

Más ejemplos de integrales inmediatas

1) $$\int (2x+1)(x^2+x+1)^3\,dx \underset{(1)}{=} \frac{1}{4}(x^2+x+1)^4+C$$

(1) Observamos que la derivada de $x^2 + x + 1$ es $2x + 1$

Considerando $f(x) = x^2 + x + 1$, $n = 3$, tenemos una integral inmediata tipo potencia

2) $$\int \frac{3x^2}{(x^3+2)^3}dx \underset{(1)}{=} \int 3x^2(x^3+2)^{-3}\,dx \underset{(2)}{=} \frac{(x^3+2)^{-2}}{-2}+C=-\frac{1}{3(x^3+2)^2}+C$$

(1) Observamos que la derivada de $x^3 + 2$ es $3x^2$

(2) Considerando $f(x) = x^3 + 2$, $n = -3$, tenemos una integral inmediata tipo potencia

3) $$\int (e^x+1)^3\cdot e^x\,dx=\frac{1}{4}(e^x+1)^4+C$$

(1) En nuestro ejemplo: $f(x) = e^x + 1$, $n = 3 \to f'(x) = e^x$, tenemos una integral inmediata tipo potencia

4) $$\int x\sqrt{1-2x^2}\,dx \underset{(1)}{=} -\frac{1}{4}\int -4x(1-2x^2)^{\frac{1}{2}}\,dx = -\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3}(1-2x^2)^{\frac{3}{2}}=-\frac{1}{6}(1-2x^2)^{\frac{3}{2}}+C$$

(1) Observamos que la derivada de $1 - 2x^2$ es $-4x$

Considerando $f(x) = 1 - 2x^2$, $n = \frac{1}{2}$

Multiplicamos y dividimos por -4 para tener una integral inmediata tipo potencia

5) $$\int \frac{x}{\sqrt[3]{x^2+3}}dx \underset{(1)}{=} \int x(x^2+3)^{-\frac{1}{3}}dx=\frac{1}{2}\int 2x(x^2+3)^{-\frac{1}{3}}dx=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}(x^2+3)^{\frac{2}{3}}+C=\frac{3}{4}\sqrt[3]{(x^2+3)^2}+C$$

(1) Observamos que la derivada de $x^2 + 3$ es $2x$

Considerando $f(x) = x^2 + 3$, $n = -\frac{1}{3}$

Multiplicamos y dividimos por 2 para tener una integral inmediata tipo potencia

6) $$\int \frac{x+2}{\sqrt{x^2+4x-3}}dx \underset{(1)}{=} \frac{1}{2}\int \frac{2x+4}{\sqrt{x^2+4x-3}}dx=\sqrt{x^2+4x-3}+C$$

(1) Observamos que la derivada de $x^2 + 4x - 3$ es $2x + 4$

Considerando $f(x) = x^2 + 4x - 3$, $n = -\frac{1}{2}$

Multiplicamos y dividimos por 2 para tener una integral inmediata tipo potencia

7) $\displaystyle\int \sqrt{x+1}\,dx = \int (x+1)^{\frac{1}{2}}\,dx \underbrace{=}_{(1)} \frac{2}{3}(x+1)^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}\sqrt{(x+1)^3} + C$

(1) Integral tipo potencia: f(x) = x + 1, n = $\frac{1}{2}$

8) $\displaystyle\int \frac{x^2}{1-2x^3}\,dx \underbrace{=}_{(1)} -\frac{1}{6}\int \frac{6x^2}{1-2x^3}\,dx = -\frac{1}{6}\ln(1-2x^3) + C$

(1) Integral tipo logaritmo: $f(x) = 1 - 2x^3 \rightarrow f'(x) = -6x^2$

Basta multiplicar y dividir por 6 para tener la integral inmediata.

9) $\displaystyle\int \frac{2x-4}{3x^2-12x+8}\,dx \underbrace{=}_{(1)} \frac{1}{3}\int \frac{6x-12}{3x^2-12x+8}\,dx = \frac{1}{3}\ln\left(3x^2-12x+8\right) + C$

(1) Integral tipo logaritmo: $f(x) = 3x^2 - 12x + 8 \rightarrow f'(x) = 6x - 12$

Basta multiplicar y dividir por 3 para tener la integral inmediata

10) $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{x}\left(1-\sqrt{x}\right)}\,dx \underbrace{=}_{(1)} -2\int -\frac{1}{2\sqrt{x}\left(1-\sqrt{x}\right)}\,dx = -2\ln\left(1-\sqrt{x}\right)$

(1) Integral tipo logaritmo: $f(x) = 1-\sqrt{x} \rightarrow f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Basta multiplicar y dividir por 2 para tener la integral inmediata

11) $\displaystyle\int e^x \operatorname{sen} e^x\,dx \underbrace{=}_{(1)} \int \operatorname{sen}\left(e^x\right)\cdot e^x\,dx = -\cos\left(e^x\right) + C$

(1) En nuestro ejemplo: $f(x) = e^x \rightarrow f'(x) = e^x$ (tipo seno)

12) $\displaystyle\int tg^2 x \sec^2 x\,dx \underbrace{=}_{(1)} \frac{1}{3}tg^3 x + C$

(1) Integral tipo potencia: f(x) = tg x , n = 2 $\rightarrow f'(x) = \sec^2 x$

13) $\displaystyle\int e^x \cos\left(e^x\right)dx \underbrace{=}_{(1)} \int \cos\left(e^x\right)\cdot e^x\,dx = \operatorname{sen}\left(e^x\right) + C$

(1) Integral tipo coseno: $f(x) = e^x \rightarrow f'(x) = e^x$

14) $\displaystyle\int \frac{dx}{3+3x^2} \underbrace{=}_{(1)} \frac{1}{3}\int \frac{dx}{1+x^2} \underbrace{=}_{(2)} \frac{1}{3}\operatorname{arctg} x$

(1) Aplicamos $\int \left(f(x) \pm g(x)\right)dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$; $\int \left(k\cdot f(x)\right)dx = k\cdot\int f(x)dx$

(2) Integral tipo arcotangente: $f(x) = x \rightarrow f'(x) = 1$

15) $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{1+(x^2+5)^2} \underset{(1)}{=} \frac{1}{2}\int \frac{2x\,dx}{1+(x^2+5)^2} = \operatorname{arctg}(x^2+5)+C$

(1) Integral tipo arcotangente: $f(x) = x^2 + 5 \rightarrow f'(x) = 2x$

Basta multiplicar y dividir por 2 para tener la integral inmediata

16) $\displaystyle\int \frac{\cos x}{1+\operatorname{sen}^2 x}dx \underset{(1)}{=} \operatorname{arctg}(\operatorname{sen} x)+C$

(1) Integral tipo arcotangente: $f(x) = \operatorname{sen} x \rightarrow f'(x) = \cos x$

17) $\displaystyle\int \frac{x}{1+x^4}dx = \int \frac{x}{1+(x^2)^2}dx \underset{(1)}{=} \frac{1}{2}\int \frac{2x}{1+(x^2)^2}dx = \frac{1}{2}\operatorname{arctg} x^2 + C$

(1) Integral tipo arcotangente: $f(x) = x^2 \rightarrow f'(x) = 2x$

Basta multiplicar y dividir por 2 para tener la integral inmediata

18) $\displaystyle\int \frac{e^{2x}}{1+e^{4x}}dx = \int \frac{e^{2x}}{1+(e^{2x})^2}dx \underset{(1)}{=} \frac{1}{2}\int \frac{2e^{2x}}{1+(e^{2x})^2}dx = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}(e^{2x})+C$

(1) Integral tipo arcotangente: $f(x) = e^{2x} \rightarrow f'(x) = 2e^{2x}$

Basta multiplicar y dividir por 2 para tener la integral inmediata

19) $\displaystyle\int \frac{\operatorname{sen}(\ln x)}{x}dx \underset{(1)}{=} -\cos(\ln x)+C$

(1) Integral tipo seno: $f(x) = \ln x \rightarrow f'(x) = \dfrac{1}{x}$

20) $\displaystyle\int \frac{dx}{\operatorname{ctg} x} = \int \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x}dx \underset{(1)}{=} -\ln(\cos x) = \ln\left(\frac{1}{\cos x}\right) = \ln(\sec x)+C$

(1) Integral tipo logaritmo: $f(x) = \cos x \rightarrow f'(x) = -\operatorname{sen} x$

21) $\displaystyle\int \operatorname{sen}^2 x\,dx \underset{(1)}{=} \int \frac{1-\cos 2x}{2}dx \underset{(2)}{=} \frac{1}{2}\int dx - \frac{1}{2}\int \cos 2x\,dx \underset{(3)}{=} \frac{1}{2}\int dx - \frac{1}{4}\int 2\cos 2x\,dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{4}\operatorname{sen} 2x + C$

(1) $\operatorname{sen}^2 x = \dfrac{1-\cos 2x}{2}$

(2) Aplicamos $\int (f(x) \pm g(x))\,dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$; $\int (k \cdot f(x))\,dx = k \cdot \int f(x)dx$

(3) Si $f(x) = 2x \rightarrow f'x) = 2$

Multiplicamos y dividimos por 2 para tener la integral inmediata de tipo coseno

22) $\displaystyle\int \sec x \operatorname{tg} x\, dx = \int \frac{\operatorname{sen} x}{\cos^2 x} dx \underbrace{=}_{(1)} -\int -\operatorname{sen} x (\cos x)^{-2} dx = -\frac{(\cos x)^{-1}}{-1} = \frac{1}{\cos x}$

(1) Multiplicando y dividiendo por (-1) se tiene una integral inmediata de tipo potencia, donde:

f(x) = cos x , n = - 2

23) $\displaystyle\int \operatorname{tg} x\, dx = \int \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} dx \underbrace{=}_{(1)} -\int \frac{-\operatorname{sen} x}{\cos x} dx = -\ln(\cos x) = \ln(\sec x) + C$

(1) Multiplicando y dividiendo por (-1) se tiene una integral inmediata de tipo logaritmo, donde:

f(x) = cos x $\rightarrow$ f´(x) = – sen x

24) $\displaystyle\int \operatorname{sen} x \cos x\, dx \underbrace{=}_{(1)} \frac{1}{2}\int 2\operatorname{sen} x \cos x dx = \frac{1}{2}\int \operatorname{sen} 2x\, dx \underbrace{=}_{(2)} -\frac{1}{4}\int -2\operatorname{sen} 2x\, dx = -\frac{1}{4}\cos 2x + k$

(1) Multiplicando y dividiendo por 2, obtenemos sen 2x

(2) Multiplicando y dividiendo por (-2), se tiene una integral inmediata de tipo seno, donde:

f(x) = 2x $\rightarrow$ f´(x) = 2

Ejemplos de integrales inmediatas descomponiendo en suma de integrales

1) $\displaystyle\int \frac{x}{x-1} dx = \int \left(1 + \frac{1}{x-1}\right) dx \underbrace{=}_{(1)} \int dx + \int \frac{1}{x-1} dx = x + \ln(x-1) + C$

(1) Aplicamos $\int (f(x) \pm g(x))\, dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$,descomponiéndola en dos integrales:

- Una integral de una constante
- Una integral tipo logarítmica, donde f(x) = x – 1.

2) $\displaystyle\int \frac{2x+3}{x^2+1} dx \underbrace{=}_{(1)} \int \frac{2x}{x^2+1} dx + 3\int \frac{dx}{x^2+1} = \ln(x^2+1) + \operatorname{arctg}(x)$

(1) Aplicamos $\int (f(x) \pm g(x))\, dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$,descomponiéndola en dos integrales:

- Una integral tipo logaritmo, donde f(x) = x^2 + 1 $\rightarrow$ f´(x) = 2x:

$$\int \frac{2x}{x^2+1} dx = \ln(x^2+1)$$

- Una integral tipo arcotangente, donde f(x) = x $\rightarrow$ f´(x) = 1

$$\int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x$$

3) $\int \frac{x^2+2x}{(x+1)^2}dx = \int\left(1-\frac{1}{(x+1)^2}\right)dx \underset{(1)}{=} \int dx - \int \frac{1}{(x+1)^2}dx = x + \frac{1}{x+1} + C$

$$\int \frac{x^2+2x}{(x+1)^2}dx = \int\left(1-\frac{1}{(x+1)^2}\right)dx \underset{(1)}{=} \int dx - \int \frac{1}{(x+1)^2}dx = x + \frac{1}{x+1} + C$$

(1) Aplicamos $\int (f(x) \pm g(x))dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$,descomponiéndola en dos integrales:

- o Una integral de una constante
- o Una integral tipo potencia, donde f(x) = x + 1, n = -2

$$\int \frac{1}{(x+1)^2}dx = \int (x+1)^{-2}dx = -\frac{1}{x+1}$$

4) $\int \frac{3x^3-4x^2+3x}{x^2+1}dx \underset{(1)}{=} \int\left(3x-4+\frac{4}{x^2+1}\right)dx \underset{(2)}{=} \int (3x-4)dx + \int \frac{4}{x^2+1}dx = \frac{3}{2}x^2 - 4x + 4\operatorname{arctg}x + C$

(1) Efectuamos la división.

(2) Se descompone en:

- o Una integral potencia: $\int (3x-4)dx = \frac{3}{2}x^2 - 4x$
- o Una integral tipo arcotangente: $\int \frac{4}{x^2+1}dx = 4\operatorname{arctg}x$

5) $\int \frac{2x-1}{x^2+9}dx = \int \frac{2x}{x^2+9}dx - \int \frac{1}{x^2+9}dx \underset{(1)}{=} \ln(x^2+9) - \frac{1}{3}\operatorname{arctg}\left(\frac{x}{3}\right) + C$

(1) Se descompone en::

- o Integral tipo logaritmo, donde f(x) = x^2 + 9 $\rightarrow$ f´(x) = 2x:

$$\int \frac{2x}{x^2+9}dx = \ln(x^2+9)$$

- o Integral tipo arcotangente, donde f(x) = $\frac{x}{3}$ $\rightarrow$ f´(x) = $\frac{1}{3}$

$$\int \frac{1}{x^2+9}dx = \frac{1}{9}\cdot 3\int \frac{1/3}{\left(\frac{x}{3}\right)^2+1}dx = \frac{1}{3}\operatorname{arctg}\left(\frac{x}{3}\right)$$