

## Actividades resueltas

1 El vector de posición de un móvil es:  $\vec{r} = t^2 \vec{i} + 4 t^2 \vec{j}$  m, donde  $t$  se mide en segundos. Calcula:

- La velocidad media en los 5 primeros segundos y la velocidad que tendrá en ese instante.
- La aceleración media en los 5 primeros segundos y la aceleración que tendrá en ese instante.

a. Para calcular la velocidad media:

$$\vec{v}_m = \frac{\vec{r}_5 - \vec{r}_0}{t_5 - t_0}$$

$$\vec{v}_m = \frac{5^2 \vec{i} + 4 \cdot 5^2 \vec{j}}{5} = 25 \vec{i} + 20 \vec{j} \text{ m/s}$$

La velocidad instantánea es:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 3t^2 \vec{i} + 8t \vec{j} \text{ m/s}$$

Por tanto, para  $t = 5$  s:

$$\vec{v} = 3 \cdot 5^2 \vec{i} + 8 \cdot 5 \vec{j} = 75 \vec{i} + 40 \vec{j} \text{ m/s}$$

El módulo de  $\vec{v}$  es:

$$|\vec{v}| = \sqrt{75^2 + 40^2} = 85 \text{ m/s}$$

b. La aceleración media es:

$$\vec{a}_m = \frac{\vec{v}_5 - \vec{v}_0}{t_5 - t_0}$$

$$\vec{a}_m = \frac{75 \vec{i} + 40 \vec{j}}{5} = 15 \vec{i} + 8 \vec{j} \text{ m/s}^2$$

La aceleración instantánea es:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 6t \vec{i} + 8 \vec{j} \text{ m/s}^2$$

Para  $t = 5$  s:

$$\vec{a}_5 = \frac{d\vec{v}}{dt} = 6 \cdot 5 \vec{i} + 8 \vec{j} = 30 \vec{i} + 8 \vec{j} \text{ m/s}^2$$

El módulo de  $\vec{a}$  es:

$$|\vec{a}| = \sqrt{30^2 + 8^2} = 31,05 \text{ m/s}^2$$

a. Halla el valor de la aceleración con la que se mueve un objeto que, partiendo del reposo, es capaz de recorrer en línea recta una distancia de 130 m en 5 s, suponiendo que la aceleración sea uniforme.

Como la aceleración del movimiento es constante, se puede aplicar alguna de las expresiones del MRUA:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

El objeto parte del reposo y se supone que para  $t = 0$ ,  $x = 0$ .

$$a = \frac{2x}{t^2} \Rightarrow a = \frac{2 \cdot 130 \text{ m}}{(5 \text{ s})^2} = 10,4 \text{ m/s}^2$$

3 Un móvil parte del reposo hasta alcanzar en 5 s una velocidad de 30 m/s, se mantiene con MRU durante 10 s y posteriormente se detiene en un tiempo de 3 s.

- Halla los valores de las aceleraciones y el espacio recorrido desde que el móvil inicia el movimiento hasta que se detiene.
- Realiza una representación gráfica  $v(t)$ .

a. El ejercicio se resuelve por tramos y posteriormente se suman los resultados de cada tramo.

Tramo 1: MRUA

$$v = v_0 + at \Rightarrow a = \frac{v - v_0}{t}$$

Se sustituyen los datos en la ecuación:

$$a = \frac{30 \text{ m/s} - 0}{5 \text{ s}} = 6 \text{ m/s}^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2ax \Rightarrow x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

Se sustituyen los datos en la ecuación:

$$x = \frac{(30 \text{ m/s})^2 - 0}{2 \cdot 6 \text{ m/s}^2} = 75 \text{ m}$$

Tramo 2: MRU

La velocidad es constante, luego el espacio recorrido es:

$$x = vt \Rightarrow x = 30 \text{ m/s} \cdot 10 \text{ s} = 300 \text{ m}$$

Tramo 3: MRUA

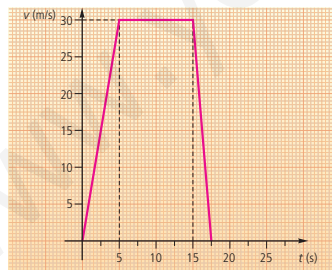
$$v = v_0 + at \Rightarrow a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0 - 30 \text{ m/s}}{3 \text{ s}} = -10 \text{ m/s}^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2ax \Rightarrow x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0 - (30 \text{ m/s})^2}{2 \cdot (-10 \text{ m/s}^2)} = 45 \text{ m}$$

El espacio recorrido desde que el móvil inicia el movimiento hasta que se detiene es:

$$x_t = x_1 + x_2 + x_3 = 75 \text{ m} + 300 \text{ m} + 45 \text{ m} = 420 \text{ m}$$

b. La representación gráfica del movimiento tendrá la forma:



4 Desde un punto situado a 130 m de altura se lanza verticalmente hacia arriba un cuerpo con una velocidad de 30 m/s; 3 s más tarde se lanza otro cuerpo desde el suelo a 200 m/s. Calcula:

- La altura máxima que alcanza cada cuerpo.
- El tiempo que tarda el segundo cuerpo en alcanzar al primero.
- La altura a la que lo alcanzan.
- La velocidad que tienen ambos cuerpos en el momento del alcance.

a. Ambos movimientos son MRUA, cuyo valor de la aceleración es:

$$g = -9,8 \text{ m/s}^2$$

Para calcular las alturas se utiliza la expresión:

$$v^2 = v_0^2 + 2gh$$

En el caso del primer móvil:

$$h = \frac{v^2 - v_0^2}{2g} = \frac{0 - (30 \text{ m/s})^2}{2 \cdot (-9,8 \text{ m/s}^2)}$$

$$h = 45,92 \text{ m}$$

Luego este primer móvil alcanzará una altura respecto al suelo:

$$h_1 = 45,92 \text{ m} + 130 \text{ m} = 175,92 \text{ m}$$

En el caso del segundo móvil, la altura que alcanzará no hay que compensarla como se ha hecho con el primero:

$$h = \frac{v^2 - v_0^2}{2g} = \frac{0 - (200 \text{ m/s})^2}{2 \cdot (-9,8 \text{ m/s}^2)}$$

$$h = 2040,82 \text{ m}$$

b. Para determinar los valores que caracterizan el momento del alcance hay que tener en cuenta que:

- Los tiempos de uno y otro cuerpo tienen un retraso o un adelanto y, por tanto, están relacionados de la siguiente manera:

$$t_2 = t_1 - 3 \text{ s}$$

- La altura de la que parte el primer cuerpo es:

$$h_0 = 130 \text{ m}$$

- Las velocidades de los móviles son:

$$v_{01} = 30 \text{ m/s}$$

$$v_{02} = 200 \text{ m/s}$$

c. Para cada móvil, se puede escribir:

$$h_1 = h_0 + v_{01}t_1 + \frac{1}{2}gt_1^2 = 130 + 30t_1 + \frac{1}{2} \cdot (-9,8)t_1^2$$

$$h_2 = v_{02}t_2 + \frac{1}{2}gt_2^2 = 200 \text{ m/s} \cdot t_2 + \frac{1}{2} \cdot (-9,8) \text{ m/s}^2 \cdot t_2^2$$

Se sustituye en esta última expresión:

$$t_2 = t_1 - 3 \text{ s}$$

Se obtiene:

$$h_2 = 200 \text{ m/s} \cdot (t_1 - 3) + \frac{1}{2} \cdot (-9,8) \text{ m/s}^2 \cdot (t_1 - 3)^2$$

Y como:

$$h_1 = 130 \text{ m} + 30 \text{ m/s} \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot (-9,8) \text{ m/s}^2 \cdot t_1^2$$

Se igualan las dos alturas:

$$130 \text{ m} + 30 \text{ m/s} \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot (-9,8) \text{ m/s}^2 \cdot t_1^2 =$$

$$200 \text{ m/s} \cdot (t_1 - 3) + \frac{1}{2} \cdot (-9,8) \text{ m/s}^2 \cdot (t_1 - 3)^2$$

Se resuelven las ecuaciones:

$$30t_1 + \frac{1}{2}(-9,8) \cdot t_1^2 + 130 =$$

$$200 \cdot t_1 - 600 + \frac{1}{2} \cdot (-9,8) \cdot t_1^2 + \frac{1}{2} \cdot 58,8 t_1 - \frac{1}{2} \cdot 88,2$$

$$t_1 = 3,88 \text{ s}$$

Por tanto:  $t_2 = t_1 - 3 \text{ s} = 3,88 \text{ s} - 3 \text{ s} = 0,88 \text{ s}$

Se sustituyen los valores en  $h_1$ :

$$h_1 = 130 \text{ m} + 30 \text{ m/s} \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot (-9,8) \text{ m/s}^2 \cdot t_1^2$$

$$h_1 = 130 \text{ m} + 30 \text{ m/s} \cdot 3,88 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot (-9,8 \text{ m/s}^2) \cdot (3,88 \text{ s})^2$$

$$h_1 = 172,63 \text{ m}$$

d.  $v_1 = v_{01} + gt_1 = 30 \text{ m/s} - 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 3,88 \text{ s}$

$$v_1 = -8,02 \text{ m/s} \text{ (está bajando)}$$

$$v_2 = v_{02} + gt_2 = 200 \text{ m/s} - 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 0,88 \text{ s} = 191,4 \text{ m/s}$$

5 Una corredora realiza un circuito en el que hay tramos de subidas y bajadas de igual longitud. En los tramos de subida va a 6 km/h y en los de bajada alcanzan una velocidad de 15 km/h. ¿Cuál ha sido la velocidad media del recorrido realizado?

El trayecto de subida y el de bajada son iguales, es decir,  $r$ . El camino que recorre la corredora será, entre una subida y una bajada:  $2r$ . El tiempo empleado en ese recorrido será la suma del que invierte en subir más el que invierte en bajar. El tiempo de subida será:

$$t_{\text{subir}} = \frac{r}{v_{\text{subir}}} = \frac{r}{6} \text{ h}; t_{\text{bajar}} = \frac{r}{v_{\text{bajar}}} = \frac{r}{15} \text{ h}$$

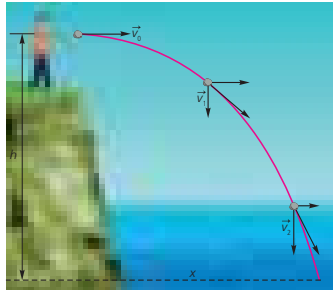
$$t_{\text{total}} = t_{\text{subir}} + t_{\text{bajar}} = \frac{7r}{30} \text{ h} = 3600 \frac{\text{s}}{\text{h}} = 840r \text{ s}$$

La velocidad media será:

$$v = \frac{\text{tramo de subida} + \text{tramo de bajada}}{t_{\text{total}}}$$

$$v = \frac{2r \text{ km} \cdot 10^3 \text{ m/km}}{840r \text{ s}} = 2,38 \text{ m/s}$$

- 6** Desde un acantilado de 50 m de altura se lanza un cuerpo horizontalmente con una velocidad de 20 m/s. Calcula:
- El tiempo que tarda en llegar a la superficie del agua.
  - El alcance máximo.
  - La velocidad que tiene cuando llega al agua.



a. Del enunciado, sabemos que  $v_{0y} = 0$  m/s y  $v_{0x} = 20$  m/s  
 $a = g = 9,8$  m/s<sup>2</sup>;  $h = 50$  m

El movimiento vertical es un MRUA.

Para calcular el tiempo que el cuerpo tarda en llegar al agua:

$$h = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

Se sustituyen los datos en la ecuación:

$$50 \text{ m} = 0 + \frac{1}{2} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot t^2$$

Se despeja t:

$$t = 3,19 \text{ s}$$

- b. El alcance es un movimiento horizontal; por tanto, en este caso se trata de un MRU:

$$x = vt$$

Se sustituyen los datos en la ecuación:

$$x = 20 \text{ m/s} \cdot 3,19 \text{ s} = 63,8 \text{ m}$$

- c. La componente horizontal es la misma que tenía al principio, 20 m/s.

La velocidad vertical es:

$$v = v_0 + at = 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 3,19 \text{ s} = 31,26 \text{ m/s}$$

El módulo de la velocidad es:

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

Se sustituyen los datos en la ecuación:

$$|\vec{v}| = \sqrt{20^2 + 31,26^2} \text{ m/s} = 37,11 \text{ m/s}$$

- 7** Una ambulancia que circula por una carretera rectilínea con una velocidad constante de 120 km/h solicita escolta policial por radio. Si el coche de policía está detenido en el arcén y se pone en movimiento justo cuando la ambulancia pasa por delante con una aceleración constante de 5 m/s<sup>2</sup>, calcula:

- Cuándo y dónde se produce el alcance?
- ¿Qué velocidad lleva en ese instante la policía?
- ¿Cuánto tiempo estará expuesto el coche de policía al alcance de un radar de control de velocidad si el límite de velocidad es de 120 km/h?

a. Para resolver este problema se han de tener en cuenta algunas consideraciones principales:

- El movimiento de la ambulancia es un MRU.
- El movimiento del coche de policía es un MRUA.
- Los tiempos y las distancias de ambos móviles en el momento del alcance son idénticos.

Para la ambulancia:

$$120 \text{ km/h} = 120 \text{ km/h} \cdot \frac{1000}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 33,33 \text{ m/s}$$

El alcance es:

$$x = v_0 t = 33,33 \text{ m/s} \cdot t$$

Para el coche de policía:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Se sustituyen los datos en la ecuación:

$$x = 0 + 0 + \frac{1}{2} \cdot 5 \text{ m/s}^2 \cdot t^2$$

Como ya se ha indicado, los espacios y los tiempos son iguales; por tanto:

$$33,33 \text{ m/s} \cdot t = \frac{1}{2} \cdot 5 \text{ m/s}^2 \cdot t^2 \Rightarrow t = 13,33 \text{ s}$$

$$x = v_0 t = 33,33 \text{ m/s} \cdot 13,33 \text{ s} = 444,29 \text{ m}$$

- b. Para calcular la velocidad:

$$v = v_0 + at$$

$$v = 0 + 5 \text{ m/s}^2 \cdot 13,33 \text{ s} = 66,65 \text{ m/s}$$

- c. El tiempo que tarda el coche de policía en alcanzar dicha velocidad es:

$$v = v_0 + at$$

Despejando t:

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{33,33 \text{ m/s} - 0}{5 \text{ m/s}^2} = 6,67 \text{ s}$$

Por tanto, el coche de policía estará expuesto a la acción del radar durante el tiempo de:

$$t = 13,66 \text{ s} - 6,67 \text{ s} = 6,66 \text{ s}$$

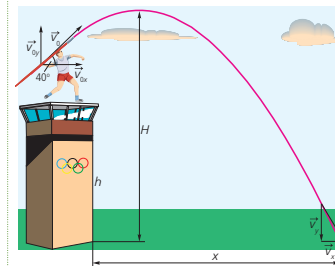
- 8** Desde la torre de retransmisiones de un campo de atletismo, de 30 m de altura, se lanza una jabalina con una velocidad de 15 m/s y con una inclinación con respecto a la horizontal de 40°. Calcula el tiempo de vuelo, el alcance horizontal, la altura máxima, la velocidad con la que llega al suelo y el ángulo con el que se clava en el césped.



Descomponemos la velocidad inicial según los ejes de coordenadas; se toma como origen del sistema de referencia el punto de lanzamiento (observa la gráfica):

$$\vec{v}_{0x} = v_0 \cdot \cos 40^\circ \hat{i} = 15 \cdot \cos 40^\circ \hat{i} = 11,49 \hat{i} \text{ m/s}$$

$$\vec{v}_{0y} = v_0 \cdot \sin 40^\circ \hat{j} = 15 \cdot \sin 40^\circ \hat{j} = 9,64 \hat{j} \text{ m/s}$$



Descomponemos los movimientos en tres fases:

- Fase 1 (ascenso):

La velocidad inicial es  $v_{0y}$  y la final es cero.

La aceleración es  $-g$ .

$$v = v_0 + gt \Rightarrow t_1 = \frac{v - v_0}{g} = \frac{0 - 9,64 \text{ m/s}}{-9,8 \text{ m/s}^2} = 0,98 \text{ s}$$

$$v^2 - v_{0y}^2 = 2gh$$

$$h = \frac{v^2 - v_{0y}^2}{2g} = \frac{0^2 - 9,64^2 \text{ (m/s)}^2}{2 \cdot (-9,8) \text{ m/s}^2} = 4,74 \text{ m}$$

- Hay que sumar a  $h = 4,74$  m la altura de la torre. La altura máxima alcanzada será:

$$h = 30 \text{ m} + 4,74 \text{ m} = 34,74 \text{ m}$$

El tiempo que tardará en llegar a la altura máxima, 34,74 m, será:

$$y = y_0 + v_0 t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 34,74 \text{ m}}{9,8 \text{ m/s}^2}} = 0,98 \text{ s}$$

- Fase 2 (descenso):

$$v_0 = 0 \text{ y } a = +g$$

Ahora se calcula el tiempo que tarda en bajar desde  $h_0 = 34,74$  m:

$$h = h_0 + v_0 t_2 + \frac{1}{2} a t_2^2$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 34,74 \text{ m}}{9,8 \text{ m/s}^2}} = 2,66 \text{ s}$$

El tiempo total de vuelo será:

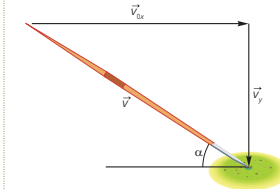
$$t_1 + t_2 = 0,98 \text{ s} + 2,66 \text{ s} = 3,64 \text{ s}$$

Y la velocidad con la que llega al suelo según el eje Y será:

$$\vec{v}_y = (v_{0y} + gt_2) (-\hat{j})$$

$$\vec{v}_y = (0 + 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 2,66 \text{ s}) (-\hat{j}) = -26,07 \hat{j} \text{ m/s}$$

Con estos resultados podemos obtener la velocidad con la que llega al suelo y el ángulo con el que se clava la jabalina (observa el dibujo):



$$\vec{v} = \vec{v}_{0x} + \vec{v}_y = (11,49 \hat{i} - 26,07 \hat{j}) \text{ m/s}$$

El módulo de la velocidad será:

$$|\vec{v}| = \sqrt{11,49^2 \text{ (m/s)}^2 + 26,07^2 \text{ (m/s)}^2}$$

$$|\vec{v}| = 28,49 \text{ m/s}$$

El ángulo de inclinación será:

$$\alpha = \arctg \frac{26,07}{11,49} = 66,22^\circ$$

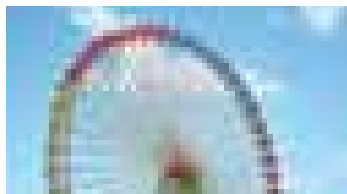
- Fase 3 (desplazamiento horizontal):

Como  $v_{0x}$  es cte, el alcance será:

$$x = v_{0x} t = 11,49 \text{ m/s} \cdot 3,64 \text{ s} = 41,82 \text{ m}$$

- 9 Una noria de feria tarda 30 s en alcanzar su velocidad crucero, que es de una vuelta por minuto. Calcula:

- La aceleración de la noria.
- La cantidad de vueltas que da en 5 min.
- La velocidad lineal de un punto de la periferia si la noria tiene un radio de 25 m.



- 10 El movimiento que describe la noria es una composición de un MCUA durante 30 s y un MCU para el resto del tiempo.

La velocidad crucero se ha de expresar en unidades del SI, en rad/s:

$$\omega = \frac{1 \text{ vuelta}}{\text{min}} = \frac{2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} = \frac{\pi}{30} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

La aceleración de la noria será entonces:

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \Rightarrow \alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{\frac{\pi}{30} \text{ rad/s} - 0}{30 \text{ s}}$$

$$\alpha = 3,49 \cdot 10^{-3} \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

- b. El número de vueltas es la suma de las que da en los primeros 30 s y las que da en los 4,5 min restantes hasta completar los 5 min.

En los primeros 30 s:

$$\theta_1 = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\theta_1 = 0 + 0 + \frac{1}{2} \cdot 3,49 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s}^2 \cdot 30^2 \text{ s}^2$$

Durante los 4 min 30 s restantes:

$$\omega = \frac{\theta_2}{t} \Rightarrow \theta_2 = \omega t = \frac{\pi}{30} \cdot (4,5 \text{ min} \cdot 60 \text{ s/min}) = 28,27 \text{ rad}$$

Las vueltas totales serán:

$$\theta = \theta_1 + \theta_2 = 1,57 \text{ rad} + 28,27 \text{ rad} = 29,84 \text{ rad}$$

$$N.^\circ \text{ vueltas} = 29,84 \text{ rad} \cdot \frac{1 \text{ vuelta}}{2\pi \text{ rad}} = 4,75 \text{ vueltas}$$

- c. La velocidad viene dada por:

$$v = \omega r$$

$$v = \frac{\pi}{30} \cdot 25 = 2,62 \text{ m/s}$$

- 10 Un cuerpo realiza un MAS de acuerdo con la ecuación:

$$x = 4 \text{ sen}\left(6\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

donde todo está expresado en el SI.

- Calcula la amplitud, la frecuencia y el periodo del movimiento.
  - Escribe las ecuaciones de la velocidad y la aceleración del movimiento.
  - Halla la elongación, la velocidad y la aceleración en el instante  $t = 2,12 \text{ s}$ .
- 11 Si comparamos la ecuación dada con la ecuación de la elongación del MAS, obtenemos de forma directa el valor de la amplitud:

$$A = 4 \text{ m}$$

Vemos que:

$$\omega = 6\pi \text{ rad/s}$$

Y a su vez:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

La frecuencia será:

$$f = \frac{6\pi}{2\pi} = 3 \text{ s}^{-1}$$

El periodo será:

$$T = \frac{1}{f} = 0,33 \text{ s}$$

- b. La ecuación de la velocidad será:

$$v = 24\pi \cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Y la de la aceleración:

$$a = -144\pi^2 \text{ sen}\left(6\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

- c. Los valores de  $x$ ,  $v$  y  $a$  en  $t = 2,12 \text{ s}$  se obtienen mediante la simple sustitución en las ecuaciones correspondientes (no olvides poner la calculadora en modo RAD).

Así, la ecuación de posición es:

$$x(t = 2,12 \text{ s}) = 4 \text{ sen}\left(6\pi \cdot 2,12 + \frac{\pi}{2}\right) = -2,55 \text{ m}$$

La de la velocidad vendrá dada por:

$$v = \frac{dx}{dt}$$

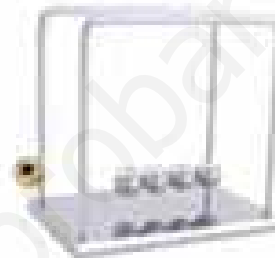
$$v(t = 2,12 \text{ s}) = 24\pi \cos\left(6\pi \cdot 2,12 + \frac{\pi}{2}\right) = -58,1 \text{ m/s}$$

La de la aceleración vendrá dada por:

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$a(t = 2,12 \text{ s}) = -144\pi^2 \text{ sen}\left(6\pi \cdot 2,12 + \frac{\pi}{2}\right) = -905,92 \text{ m/s}^2$$

- 11 Un cuerpo que se mueve con MAS se encuentra en el instante inicial a 10 cm de la posición de equilibrio y su velocidad es nula. Si el periodo del movimiento es de 15 s, escribe las ecuaciones de la elongación, de la velocidad y de la aceleración.



- 12 Parece claro que el cuerpo se encuentra en  $x = A$  o en  $x = -A$ , pues el ejercicio nos dice que la velocidad es nula en ese punto. No obstante, si no caemos en ese detalle, siempre podemos recurrir a las expresiones matemáticas, de manera que:

$$v(t = 0) = 0 = A \cos(\omega t + \theta)$$

Para que se cumpla esta igualdad:

$$\cos(\omega \cdot 0 + \theta) = 0 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

Una vez obtenido el desfase, recurrimos a la ecuación de la elongación para calcular la amplitud, pues el enunciado nos dice que  $x(t = 0) = 10 \text{ cm}$ :

$$x(t = 0) = 10 \text{ cm} = A \text{ sen}\left(\omega \cdot 0 + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow A = 10 \text{ cm}$$

Como  $T = 15 \text{ s}$ , la frecuencia angular será:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Se sustituye el valor del periodo:

$$\omega = \frac{2\pi}{15} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Con lo que las ecuaciones buscadas, ya expresadas en el SI, son, para la ecuación de la posición:

$$x = 0,1 \text{ sen}\left(\frac{2\pi}{15} t + \frac{\pi}{2}\right)$$

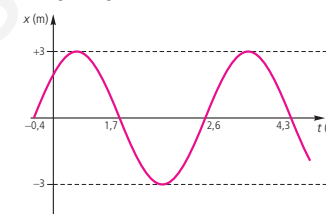
La de la velocidad será:

$$v = 0,042 \cos\left(\frac{2\pi}{15} t + \frac{\pi}{2}\right)$$

La de la aceleración será:

$$a = -0,018 \text{ sen}\left(\frac{2\pi}{15} t + \frac{\pi}{2}\right)$$

- 12 Dada la siguiente gráfica:



- Deduca los valores de amplitud, periodo, frecuencia, pulsación y desfase.
- Escribe la ecuación del movimiento.
- Escribe las ecuaciones de la velocidad y de la aceleración.
- Calcula la posición que tiene un punto cuando su aceleración es de  $5,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

- 13 Sabemos que el periodo es el intervalo de tiempo entre dos puntos consecutivos en el mismo estado, por lo que:

$$T = 4,1 \text{ s} - 1,1 \text{ s} = 2,6 \text{ s} - (-0,4) \text{ s} = 3 \text{ s}$$

De esta manera:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{3 \text{ s}} = 0,33 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega = 2\pi f = 2,09 \text{ rad s}^{-1}$$

La amplitud es:  $A = 3 \text{ m}$

- b. Podemos escribir la ecuación del movimiento como sigue:

$$x = A \text{ sen}(\omega t + \theta) = 3 \text{ sen}(2,09t + \theta)$$

Para determinar el desfase basta con ver la gráfica y escoger algún punto del que conozcamos todo:

$$x(t = 1,1 \text{ s}) = 0 \Rightarrow \text{sen}(2,09 \text{ rad/s} \cdot 1,1 \text{ s} + \theta) = \pi$$

El valor del ángulo es:

$$\theta = 0,84 \text{ rad}$$

Luego  $x = 3 \text{ sen}(2,09t + 0,84)$

(Para obtener el valor de  $\theta$  se ha igualado a  $\pi$ , en lugar de a cero, porque, según el estudio de la función seno, la función pasa de un valor positivo a uno negativo. Si hubiéramos elegido  $t = 2,6 \text{ s}$ , por ejemplo, habría que haber igualado a cero. Recuerda que estamos utilizando argumentos en radianes.)

- c. Las ecuaciones de la velocidad y de la aceleración serán:

$$v = A\omega \cos(\omega t + \theta) = 6,27 \cos(2,09t + 0,84)$$

$$a = -A\omega^2 \text{ sen}(\omega t + \theta) = -13,1 \text{ sen}(2,09t + 0,84)$$

- d. Por último, sabemos que en función de la posición:

$$a = -\omega^2 x \Rightarrow x = \frac{-a}{\omega^2} = \frac{-5,3 \text{ rad/s}^2}{2,09^2 \text{ (rad/s)}^2} = -1,21 \text{ m}$$