LAS FUERZAS Y SUS EFECTOS. DINÁMICA DEL PUNTO MATERIAL.

1.- Concepto de fuerza. Tipos. Composición y descomposición de fuerzas.
2.- Fuerzas y deformaciones.
3.- Dinámica del punto material. Generalidades.
4.- Principios de la Dinámica.
    4.1.- Introducción.
    4.2.- Cantidad de movimiento.
    4.3.- Primera ley de Newton. Principio de Inercia.
    4.4.- Segunda ley de Newton. Principio fundamental de la dinámica. Peso.
    4.5.- Tercera ley de Newton. Principio de acción y reacción.
5.- Aplicación de los principios de la dinámica.
    5.1.- Fuerzas normales
    5.2.- Fuerzas de rozamiento.
    5.3.- Tensiones.
6.- Fuerzas en el movimiento circular uniforme.
7.- Principio de conservación de la cantidad de movimiento.
8.- Impulso mecánico y cantidad de movimiento.

1.- CONCEPTO DE FUERZA.

El concepto de fuerza es algo intuitivo que asociamos normalmente con el hecho de realizar un esfuerzo. Por ejemplo:

- Cuando empujamos un objeto arrastrándolo por el suelo.
- Cuando chutamos (golpeamos la pelota con el pie).
- Cuando estiramos un muelle.
- Cuando nadamos.

En Física, la acción mutua entre dos cuerpos, o entre dos partes de un mismo cuerpo, se denomina **interacción**, y la intensidad con que se produce una interacción se expresa mediante una magnitud física que denominamos **fuerza**.

- **Tipos de fuerzas**: El concepto de interacción es muy amplio en Física, y actualmente todavía se sigue investigando cómo son, cómo y qué las produce, ..., pero atendiendo a su naturaleza se clasifican en cuatro tipos de interacciones básicas, que suponen los cuatro tipos de fuerzas fundamentales de la naturaleza:

Interacción gravitatoria	→	Fuerzas gravitacionales
Interacción electromagnética	→	Fuerzas electromagnéticas
Interacción nuclear débil	→	Fuerzas débiles
Interacción nuclear fuerte	→	Fuerzas fuertes

Todas las fuerzas conocidas de la naturaleza son de alguno de estos cuatro tipos o bien combinaciones de varias de ellas. También se pueden clasificar en **fuerzas de contacto** (a nivel macroscópico se produce un contacto físico entre los cuerpos que provocan la interacción), por ejemplo al empujar un objeto, levantar un libro o golpear una pelota de tenis con la raqueta; y **fuerzas de acción a distancia** (no hay contacto físico entre los cuerpos que provocan la interacción), por ejemplo un cuerpo atraído por la Tierra o un clavo atraído por un imán.

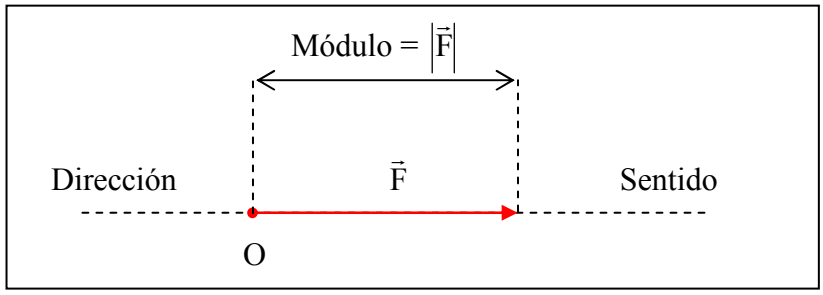
Ya se ha señalado que la fuerza mide la intensidad de una determinada interacción, pero se puede dar una definición más operativa de fuerza, en función de los efectos, estáticos o dinámicos que produce:

> **Fuerza** es toda causa capaz de deformar un cuerpo o/y de modificar su estado de reposo o de movimiento.

- **Carácter vectorial**:

La fuerza es una magnitud vectorial y como tal necesitamos conocer no sólo su módulo o intensidad, sino también su punto de aplicación, dirección y sentido, para poder estudiar correctamente los efectos que producen. De modo general las simbolizaremos por $\vec{F}$ y la representamos mediante una flecha (⟶).

La figura muestra un vector $\vec{F}$ cuyo módulo es $|\vec{F}|$, su punto de aplicación es O, la dirección es la recta horizontal en la que está contenido el vector y sentido hacia la derecha.



- **Composición de fuerzas**:

Sobre un cuerpo pueden actuar simultáneamente un conjunto de fuerzas que denominamos **sistema de fuerzas**. Llamamos **componentes** del sistema a cada una de las fuerzas que actúan. Este conjunto de fuerzas produce sobre el cuerpo el mismo efecto que otra única fuerza que llamamos **fuerza resultante**.

Como las fuerzas son vectores, la fuerza resultante se obtiene sumando los vectores que representan cada una de las componentes del sistema.

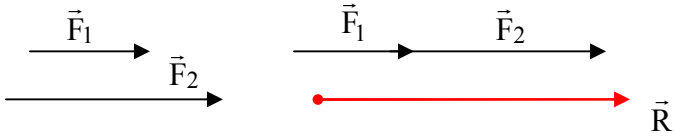
$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ...$$

Veamos a modo de ejemplo algunos casos:

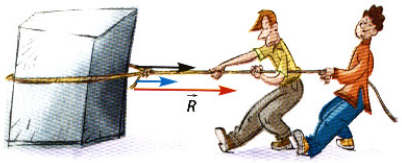
a) *Fuerzas con la misma dirección:*

a-1) *Fuerzas con el mismo sentido:*

La resultante es una fuerza con la misma dirección y sentido que las anteriores y cuyo módulo es la suma de los módulos de las fuerzas:

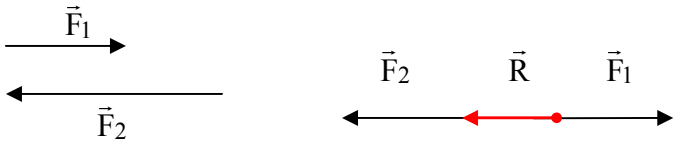


$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \qquad R = F_1 + F_2$$

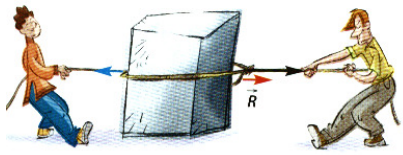


a-2) *Fuerzas con sentidos opuestos:*

La resultante es otra fuerza de la misma dirección que las anteriores y sentido el de la mayor, siendo su módulo la diferencia de los módulos de las fuerzas:

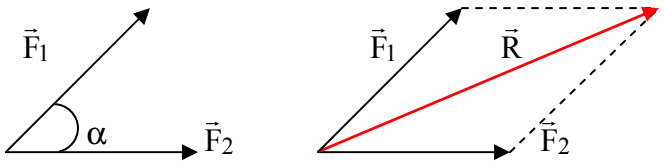


$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \qquad R = F_1 - F_2$$



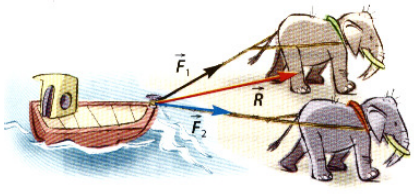
b) *Fuerzas concurrentes con distinta dirección:*

La resultante se obtiene trazando la diagonal del paralelogramo formado por las dos fuerzas ("Regla del paralelogramo").



$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

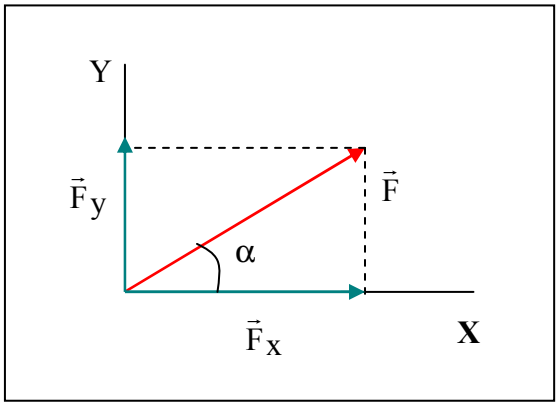
$$R = \sqrt{\left(F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha\right)}$$



- **<u>Descomposición de fuerzas</u>**:

Descomponer una fuerza consiste en sustituir una fuerza por otras varias llamadas componentes, que hagan el mismo efecto.

La descomposición de una fuerza en dos aplicando la "regla del paralelogramo", se puede realizar de múltiples formas dependiendo de la dirección de las componentes, pero nos vamos a limitar a calcular las **componentes rectangulares** que son dos fuerzas dirigidas según los ejes X e Y .



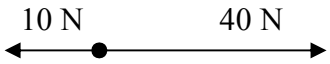
La componente X será:

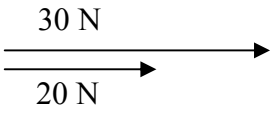
$$F_x = F \cdot \cos\alpha$$

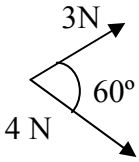
y la componente Y será:

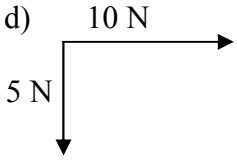
$$F_y = F \cdot \operatorname{sen}\alpha$$

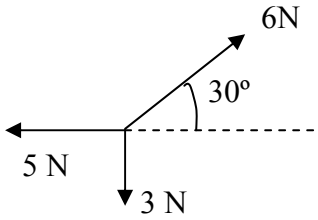
A.1. Calcula la resultante de los siguientes sistemas:

a) 

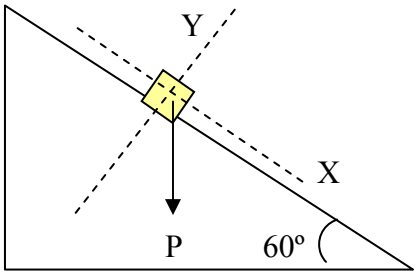
b) 

c) 

d) 

e) 

A.2. Un cuerpo de 100 N de peso se encuentra sobre un plano inclinado 60º. Calcula las componentes del peso en los ejes X e Y señalados en la figura.



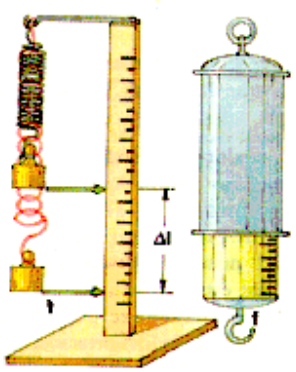
2.- FUERZAS Y DEFORMACIONES

Todos los sólidos son deformables en cierta medida, pero hay algunos en los que las distancias entre sus partículas constituyentes prácticamente no varían y se aprecian indeformables, se denominan sólidos rígidos. Hay otro tipo de sólidos que se deforman con facilidad, denominados sólidos deformables, clasificándose en elásticos, aquellos que recuperan la forma y volumen inicial al cesar la fuerza deformadora (la deformación es temporal) como los muelles, y plásticos, que continúan deformados una vez que la fuerza deja de actuar (deformación permanente) como la plastilina.

El comportamiento de todo cuerpo elástico, siempre que no rebase el límite de elasticidad, se rige por la **ley de Hooke**:

"La deformación producida en un cuerpo elástico es directamente proporcional a la fuerza que lo provoca"

Matemáticamente se expresa: $F = k \cdot \Delta x$



En la expresión matemática de la ley de Hooke, k es la constante elástica que es característica de cada cuerpo.

Basándonos en esta ley experimental se pueden medir fuerzas en función de las deformaciones que producen en cuerpos elásticos como los muelles. Este dispositivo se denomina **dinamómetro.**

A.3. ¿Se mide lo mismo con una balanza de brazos que con una báscula (dinamómetro)?. Razónalo.

A.4. Los siguientes datos corresponden a deformaciones experimentadas por un muelle al colgar de él diferentes masas:

Δx (cm)	5	10	12,5	15	17,5
m (g)	20	40	50	60	70
P (N)					

a) Representa gráficamente la "fuerza deformadora" frente a las deformaciones.
b) Calcula la constante elástica del muelle
c) Calcula la masa que provocará una deformación de 16 cm.

Sol: b) 3,92 N/m , c) 64 g

A.5. Un muelle se comprime hasta alcanzar una longitud de 15 cm aplicándole una fuerza de 50 N. Si se le aplica una fuerza de 100 N, se comprime hasta 5 cm. a) ¿Cuál es la longitud del muelle en reposo?. b) ¿Cuál es el valor de su constante elástica?.

Sol: a) 25 cm , b) 500 N/m

3.- DINÁMICA DEL PUNTO MATERIAL. GENERALIDADES.

A diferencia de la Cinemática que estudia el movimiento de los cuerpos sin abordar sus causas, la **Dinámica** es la parte de la Física que estudia el movimiento de los cuerpos en relación con las causas que provocan su modificación. Estas causas son las fuerzas que originan movimientos de traslación, y los momentos de las fuerzas que originan movimientos de rotación. En este curso sólo vamos a estudiar la dinámica de traslación.

Antes de abordar las leyes de la Dinámica es preciso puntualizar algunos conceptos que se van a utilizar en los desarrollos posteriores:

Punto material: Es un cuerpo que para su estudio prescindimos de sus dimensiones y se considera tan sólo un punto con masa que no presenta rotaciones sobre sí mismo ni deformaciones.

Partícula o Cuerpo libre o aislado: Es un cuerpo o partícula que no está sometido a ningún tipo de interacción externa.

Sistema de Referencia Inercial (S.R.I.): Es un sistema de referencia que no está sometido a ninguna aceleración, por tanto, será un sistema de referencia que está en reposo o con movimiento rectilíneo uniforme.

La superficie terrestre es el sistema de referencia que normalmente utilizamos para muchas de las experiencias que realizamos, pero ésta no es realmente un S.R.I. , ya que tiene un movimiento de rotación sobre sí misma ($a_{ecuador} = 3{,}4 \cdot 10^{-2}$ m/s^2) y de traslación alrededor del Sol ($a = 5{,}97 \cdot 10^{-3}$ m/s^2); incluso el Sol describe una órbita con el conjunto de estrellas de nuestra galaxia ($a = 3 \cdot 10^{-10}$ m/s^2), por lo que tampoco sería, estrictamente hablando un S.R.I. En realidad, no hay ningún punto fijo en el Universo, por lo que todos los S.R. que podamos tomar son no inerciales. En la práctica, sin embargo, para la mayoría de los casos que tratamos, podemos considerar como inercial un sistema ligado a la superficie terrestre, debido a que los efectos que produce la aceleración que tiene la Tierra no son significativos.

4.- PRINCIPIOS DE LA DINÁMICA

4.1.- INTRODUCCIÓN

Aristóteles consideraba que en el Universo cada cuerpo o sustancia tenía su lugar natural y un movimiento natural con relación a cada lugar. Consideraba el movimiento como un cambio desde el reposo, lo que exigía una causa. Como él mismo escribió:

"Si el movimiento de todas las cosas que están en movimiento es o natural o no natural y violento, y todas las cosas cuyo movimiento no natural son movidas por algo, y algo distinto de ellas mismas, y si todas las cosas cuyo movimiento es natural son movidas por algo, ambas, las movidas por sí mismas y las que no son movidas por sí mismas, entonces todas las cosas que se mueven deben ser movidas por algo".

Galileo estudió la caída de graves y llegó a la conclusión de que *todo cuerpo conserva su estado de movimiento mientras que no sea modificado desde el exterior, por tanto, la materia es, en esencia, inerte y no existe el " motu propio "* .

La Dinámica se fundamenta en **tres principios** que, aunque intuidos inicialmente por Galileo, fueron enunciados por **Newton** en 1687 en su obra " Philosophiae Naturalis Mathematica ", y cuyo enunciado original es el siguiente:

Lex I: " *Corpus omne perseveraret in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus illud a viribus impressis cogitur statum suum mutare*". (Todo cuerpo persevera en su estado de reposo o de movimiento uniforme y recto, a no ser que se ejerzan fuerzas que obliguen a cambiar ese estado).

Lex II: *" Mutationem motus proportionallem ese vi motrice impresae et fieri secundum lineam rectam, qua vis illa imprimitur"*. (El cambio de movimiento es proporcional a la fuerza motriz que se le imprime, y sigue en la línea recta de la fuerza que se le imprime).

Lex III: *" Actione contrariam semper et aequalem esse reactionem sive corporum actiones in se mutuo semper esse aequales et in partes contrarias dirigi"*. (Las acciones contrarias de dos cuerpos entre ellos, son siempre iguales y dirigidas hacia partes opuestas).

Vamos a analizar estos principios expresándolos en el lenguaje de la física actual, pero antes definamos una nueva magnitud física: cantidad de movimiento.

4.2.- CANTIDAD DE MOVIMIENTO

El momento lineal o cantidad de movimiento, $\vec{p}$, de una partícula se define como el **producto de la masa de una partícula por su velocidad**:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \qquad p = m \,.v$$

Es una magnitud vectorial con la misma dirección y sentido de la velocidad y cuyo módulo es el producto de la masa de la partícula por el módulo de la velocidad que posee.

La unidad del momento lineal en el S.I. es el $kg \,.\, m \,.\, s^{-1}$

que se define como la cantidad de movimiento que posee una masa de 1 kg que se mueve con una velocidad de 1 m/s.

A.6. Un cuerpo de 500 g de masa posee una velocidad de 72 km/h. Calcula el módulo de su cantidad de movimiento en unidades de sistema internacional.
Sol: 10 kg.m/s

A.7. Un cuerpo de 8 kg de masa posee una velocidad de $\vec{V} = 3 \cdot \vec{i} + 2 \cdot \vec{j}$ m/s. Calcula su momento lineal y el valor de su módulo.
Sol: 28,84 kg.m/s

4.3.- PRIMERA LEY DE NEWTON. PRINCIPIO DE INERCIA.

La primera ley de Newton nos dice que: **"si sobre un cuerpo no actúa ninguna fuerza externa, o la resultante de las que actúan se anula, el cuerpo mantiene su estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme"**.

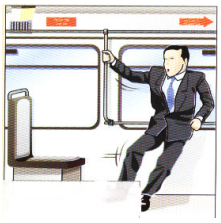
De este enunciado se deduce que los cuerpos poseen **inercia**, es decir, por sí solos no pueden modificar su estado de reposo o de movimiento, adquirir una aceleración; para ello se requiere la existencia de una fuerza neta que actúe sobre él. Sin embargo, hay situaciones en la vida cotidiana que parecen contradecir esta primera ley de Newton, puesto que se modifican los estados de reposo o de movimiento del cuerpo sin que aparentemente intervengan fuerzas.

A.8. Razona la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

a) "Un cuerpo no se mueve si sobre él no actúa ninguna fuerza".
b) "Un balón que va rodando al final acaba por pararse, a pesar de no ejercerse ninguna fuerza sobre él, lo que contradice el principio de inercia".

A.9. ¿Qué explicación daría a los siguientes hechos una persona que está en reposo en la calle (sistema de referencia: una farola)?:

a) Cuando estamos de pie en un autobús nuestro cuerpo se va hacia atrás cuando arranca y hacia delante cuando frena.
b) Al tomar una curva un coche con velocidad elevada nos vamos hacia el exterior de la curva.



- Cuando se intenta explicar algunos hechos desde sistemas de referencia no inerciales (acelerados) como en la A.10., debe recurrirse a fuerzas que realmente no existen, es decir, fuerzas ficticias llamadas también fuerzas de inercia; entre ellas está la famosa "fuerza centrífuga".

- **A.10.** ¿Cómo explicaría la actividad anterior una persona sentada firmemente en el interior de esos vehículos (sistema de referencia: el propio coche)?.

4.4.- 2ª LEY DE NEWTON. PRINCIPIO FUNDAMENTAL DE LA DINÁMICA.

De la 1ª ley de Newton se deduce que al aplicar una fuerza a un cuerpo se produce un cambio en su velocidad, es decir, se produce una aceleración. Además, se comprueba experimentalmente que cuanto mayor es la fuerza, mayor es la aceleración.

- Si aplicamos diferentes fuerzas a un cuerpo, se obtiene una constante para el cociente entre fuerza y aceleración:

$$\frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2} = \frac{F_3}{a_3} = \text{constante} = m_I = m$$

esta constante de proporcionalidad, que depende del cuerpo, se llama **masa inerte o masa de inercia**, ya que indica la inercia del cuerpo: "la oposición que un cuerpo ofrece a modificar su estado de reposo o de movimiento cuando se le aplica una fuerza". En efecto, para originar una determinada aceleración en un cuerpo, cuanto mayor sea su masa, mayor tiene que ser la fuerza aplicada.

Se ha comprobado que la masa inercial coincide con la masa gravitatoria m (cantidad de materia determinada con las balanzas), por lo que no distinguiremos entre ellas.

- De igual forma, si aplicamos una misma fuerza, F, a distintos cuerpos se observa experimentalmente que:

$$m_1 \cdot a_1 = m_2 \cdot a_2 = m_3 \cdot a_3 = ... = F$$

lo que vuelve a demostrar que la masa de un cuerpo indica la inercia del mismo ya que: "a igualdad de fuerza, cuanto mayor sea la masa menor es la aceleración que adquiere".

De forma general: $\boxed{F = m \,.\, a}$ (Principio fundamental de la dinámica)

"**La aceleración que adquiere un cuerpo es directamente proporcional a la fuerza que la provoca,** siendo **la masa** del cuerpo **la constante de proporcionalidad"**.

Si actúan varias fuerzas: $\boxed{R = m \,.\, a}$; de forma práctica: $\boxed{F\ fav. - F\ op. = m \,.\, a}$

Como la fuerza y la aceleración tienen la misma dirección y sentido, el 2º principio se puede expresar en forma vectorial:

$$\boxed{\vec{F} = m \cdot \vec{a}} \quad ; \quad \boxed{\vec{R} = m \,.\, \vec{a}}$$

- La 2ª ley de Newton se puede generalizar utilizando la cantidad de movimiento:

$$\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

Vemos que esta expresión, más general, incluye la primera formulación que hemos visto, puesto que:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m \cdot \vec{v})}{dt} = \frac{dm}{dt} \cdot \vec{v} + m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}$$

y para los sistemas en los que la masa permanece constante, como son los que estudiaremos en este curso, el primer término es nulo, $\frac{dm}{dt} = 0$, por lo que nos queda:

$$\vec{F} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = m \cdot \vec{a}$$

- Se puede comprobar que el 2º principio incluye como caso particular el 1er principio.

A.11. Razona qué le ocurre a un cuerpo que se mueve con una cierta velocidad si le empujamos:

a) En el mismo sentido de su desplazamiento
b) En sentido contrario de su desplazamiento
c) En distinta dirección a la que se desplaza.

A.12. Discute la siguiente afirmación: "Cuanto mayor es la fuerza que se aplica a un cuerpo, en la dirección y sentido del desplazamiento, mayor es la velocidad que adquiere".

A.13. Explica el principio de inercia a partir de las dos expresiones que hemos visto de la segunda ley de Newton.

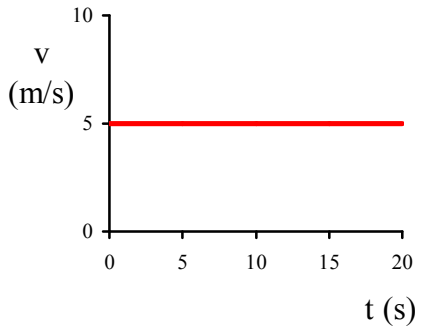
- En el S.I. la unidad de fuerza se denomina **newton (N)** . Otras unidades de fuerza son la *dina* (1 N = 10^5 dinas) y el *kilopondio* (1 kp = 9,8 N).

A.14. Define la unidad de fuerza en el S.I. a partir de la expresión del principio fundamental de la dinámica.

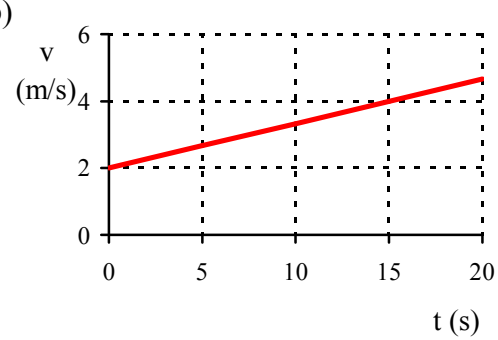
A.15. Si un cuerpo no tiene aceleración, ¿se puede afirmar que no actúa ninguna fuerza sobre él?.

A.16. Un cuerpo de 2 kg de masa realiza los movimientos representados por las gráficas siguientes. Calcula la fuerza a la que está sometido en cada caso.

a)



b)



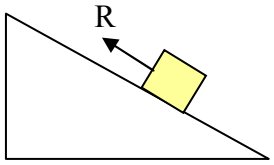
A.17. Empujamos a un coche A con una fuerza de 800 N y a otro coche B con una fuerza de 1000 N. ¿En qué caso será mayor la aceleración?

A.18. Un cuerpo de 5 kg está en reposo sobre una superficie horizontal y se le aplica una fuerza horizontal constante de 10 N. ¿Qué velocidad tendrá al cabo de 10 s?
Sol: 20 m/s

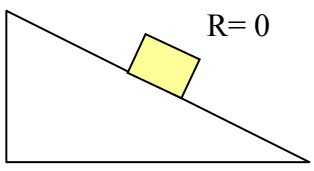
A.19. Un coche de 1000 kg de masa que circula a 100 km/h observa que a 100 m hay una oveja en la carretera. En ese instante pisa el freno, ¿qué fuerza mínima de frenado debe ejercerse para no atropellar a la oveja?
Sol: 3858 N

A.20. Se lanza un cuerpo desde la base de un plano inclinado con una velocidad inicial hacia arriba, con lo que el cuerpo sube hasta una cierta altura, se para en un instante determinado y vuelve a bajar. Razona en cada caso cual es el diagrama que expresa correctamente la fuerza resultante que actúa sobre el cuerpo:

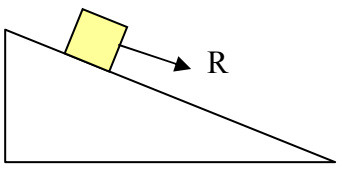
a)



b)



c)



Interacción gravitatoria. Peso:

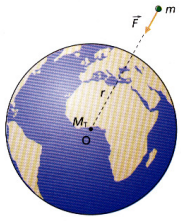
La interacción gravitatoria es la que se da entre dos cuerpos cualesquiera debido a su masa. La intensidad de esta interacción viene expresada por la **Ley de la Gravitación Universal,** que también se debe a Newton, y se enuncia:

"**Dos partículas materiales (cuerpos) se atraen mutuamente con una fuerza que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa**".

Matemáticamente su módulo se calcula: $F = G \frac{M \cdot m}{d^2}$

siendo M y m las masas de los cuerpos que se atraen
d la distancia entre ellos
G la cte de gravitación universal cuyo valor en el S.I. es $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}

- Debido al pequeño valor de G, las fuerzas de atracción gravitatorias son débiles a no ser que al menos una de las masas sea muy grande, como la Tierra o la Luna; en estos casos supondremos que toda su masa está concentrada en su centro.



La fuerza de atracción que la Tierra ejerce sobre los cuerpos que están en las proximidades de su superficie, se llama **peso** del cuerpo.

➢ Si el cuerpo está en la superficie, d representa el radio de la Tierra:

$P = G \frac{M_T \cdot m}{r_T^2}$; y llamando $g = G \cdot \frac{M_T}{r_T^2}$ resulta: $P = m \cdot g$

g recibe el nombre de **aceleración de la gravedad** y su valor aproximado es 9,8 $m.s^{-2}$

Ahora bien, como la Tierra no es una esfera perfecta, r_T varía de un lugar a otro de la superficie terrestre, por lo que el valor de g , y por tanto, el peso de un cuerpo también varían; pero su variación es muy pequeña y en la mayoría de los casos no la consideramos.

➢ Si el cuerpo está a una altura h sobre la superficie, la d en lugar de r_T es $r_T + h$, lo que repercute en el valor de g y en el peso del cuerpo. Por ejemplo, el peso de una persona a una altura de 32 km, disminuye un 1 % respecto al que tiene a nivel del mar.

- Vamos a comprobar que la masa inercial de un cuerpo (concepto que aparece como consecuencia de la 2ª ley de Newton) y la masa gravitatoria son iguales:

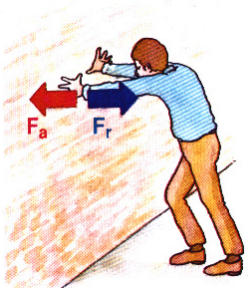
En las proximidades de la superficie terrestre y en ausencia de otras fuerzas que no sean las gravitatorias, todos los cuerpos están sometidos a una única fuerza que hemos llamado **peso**, y por aplicación del principio fundamental caen libremente con una aceleración cuyo valor es g , por tanto:

(2ª ley de Newton) $\vec{p} = m_I \cdot \vec{a}$ siendo m_I la **masa inercial** del cuerpo
(Ley de la Gravitación Universal) $\vec{p} = m \cdot \vec{g}$ " m la **masa gravitatoria** "

igualando: $m_I \cdot \vec{a} = m \cdot \vec{g}$ y como $\vec{a} = \vec{g}$, se deduce : $m = m_I$

4.5.- 3ª LEY DE NEWTON. PRINCIPIO DE ACCIÓN Y REACCIÓN.

Definimos la fuerza como la magnitud que mide la interacción entre dos cuerpos, pero sólo hemos analizado lo que le ocurría a uno de ellos. ¿Qué ocurre con el otro cuerpo?. La interacción es mutua, así, **cuando un cuerpo ejerce sobre otro una fuerza (acción), éste reacciona ejerciendo sobre el primero otra fuerza (reacción) igual en módulo y dirección pero de sentido contrario.**



A.21. Un muchacho que lleva patines empuja sobre una pared. Explica lo que ocurre.

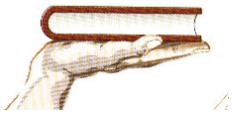
A.22. Si presionamos con la mano fuertemente sobre la mesa, ¿a qué se debe que sintamos nosotros presión sobre nuestra mano?

- Es importante significar que aunque las fuerzas de acción y reacción son iguales y de sentido contrario, éstas están aplicadas en cuerpos distintos, por lo que nunca se anularán. A veces, también este tercer principio puede, en cierto modo, enmascararse, debido a que las masas de los cuerpos sean muy distintas, por lo que las aceleraciones que adquieren también lo serán, por ejemplo, en el caso de cualquier objeto que es atraído por la Tierra, que a su vez atrae a ésta con una fuerza igual.

A.23. Comenta la siguiente afirmación: " Si todas las fuerzas son pares acción-reacción, iguales y de sentido contrario, entonces los cuerpos no pueden sufrir aceleraciones".

A.24. ¿Atraemos cada uno de nosotros a la Tierra con alguna fuerza?.

A.25. Tenemos un libro apoyado sobre nuestra mano. ¿Qué fuerzas están actuando sobre el libro?. ¿Y sobre nuestra mano?. ¿Qué ocurre si retiramos la mano?.



5.- APLICACIÓN DE LOS PRINCIPIOS DE LA DINÁMICA.

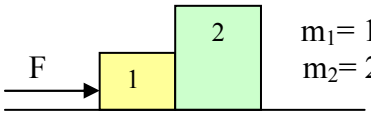
La resolución de problemas de dinámica en los que interviene **un sólo cuerpo** es sencilla, ya que basta con confeccionar primero un esquema detallado en el que figuren todas las fuerzas, y después aplicar el 1er o 2º principios de la dinámica.

En el caso de que tengamos un sistema formado por **más de un cuerpo** la resolución es algo más compleja. Si los cuerpos son solidarios, es decir, están enlazados y poseen la misma velocidad o aceleración, los problemas se resuelven por aplicación de la ecuación fundamental de la dinámica, mientras que si no están enlazados en muchos casos hay que aplicar el principio de conservación de la cantidad de movimiento.

A.26. Calcula la fuerza que hay que realizar sobre un cuerpo de 2 kg de masa, apoyado sobre la superficie terrestre, para:
a) Elevarlo con velocidad constante. b) Elevarlo con una aceleración de 2 m/s^2. c) Baje con una aceleración de 2 m/s^2. d) Baje con una aceleración de 15 m/s^2. e) Baje con velocidad constante.
Sol: a) 19,6 N , b) 23,4 N , c) 15,6 N , d) 10,4 N , e) 19,6 N

A.27. Calcula las fuerzas que deberían hacerse en el ejercicio anterior si se realizase en Júpiter, donde g = 30 m/s^2.

A.28. Sobre el bloque 1 de la figura aplicamos una fuerza F de 100 N.

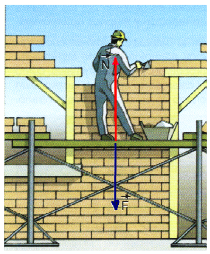


m_1= 10 kg
m_2= 20 kg

a) Dibuja las fuerzas que actúan sobre cada bloque
b) Calcula la aceleración que adquiere el conjunto y la fuerza neta que actúa sobre cada bloque.
Sol: 3,33 m/s^2 , 33,33 N , 66,66 N

- Vamos a detenernos en algunos tipos de fuerzas que estarán presentes en muchos de los casos que estudiaremos.

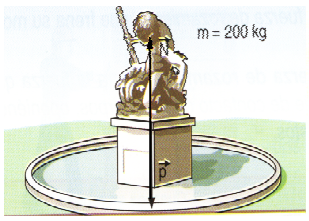
5.1.- FUERZAS NORMALES

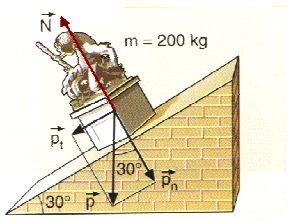


Cuando un cuerpo está apoyado sobre una superficie, está ejerciendo una fuerza sobre la misma debido a su peso, por lo que la superficie de apoyo ejercerá una fuerza de reacción sobre el cuerpo que recibe el nombre de fuerza **normal,** $\vec{N}$**,** ya que siempre es normal, perpendicular a la superficie de apoyo.

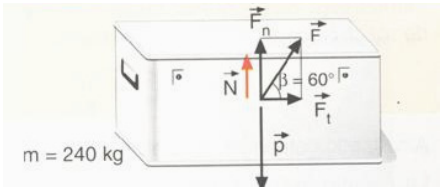
Su módulo no siempre es igual al peso del cuerpo, sino que depende de la inclinación de la superficie de apoyo y de la dirección de la fuerza exterior aplicada al cuerpo.

A.29. Determina la fuerza normal que ejerce la superficie de apoyo sobre una escultura de 200 kg de masa: a) Si la superficie es horizontal. b) La superficie está inclinada 30º.
Sol: a) 1960 N , b) 1697,4 N





A.30. Sobre un baúl de 240 kg de masa que está apoyado en el suelo ejercemos una fuerza de 1.500 N hacia arriba que forma un ángulo de 60º con la horizontal. Calcula: a) la fuerza normal sobre el baúl. b) el valor mínimo de la fuerza para que el baúl se separe del suelo.
Sol: a) 1.053 N , b) 2.715,9 N

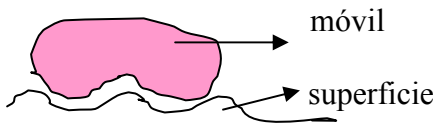


5.2.- FUERZAS DE ROZAMIENTO

A.31. Lanzamos dos bolas iguales y con la misma velocidad, una por una pista de madera y otra por una pista de arena. ¿Cuál se detendrá antes?. ¿Contradice esto el principio de inercia?. ¿Por qué?.

Todos los cuerpos que se mueven sobre la superficie terrestre o cualquier superficie parecen tender al reposo, ya que cuando sobre un móvil cesa la fuerza que lo impulsa, éste, antes o después, se detiene. Esto es debido a que en todos estos movimientos están presentes las **fuerzas de rozamiento**.

El rozamiento es debido a las rugosidades de las dos superficies que se ponen en contacto , de ahí que un modo de reducir el rozamiento sea pulimentar o lubricar las superficies.

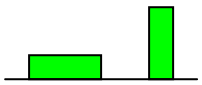


Hay que distinguir entre rozamiento estático y rozamiento dinámico. Todos hemos observado alguna vez que si queremos mover algún objeto pesado que está sobre una superficie, al ejercer una fuerza pequeña el objeto sigue en reposo, y sólo comienza a moverse cuando la fuerza alcanza un cierto valor, lo cual pone de manifiesto que estando el cuerpo en reposo, la fuerza de rozamiento va contrarrestando la fuerza ejercida para moverlo, amentando su valor hasta adquirir un máximo que se llama fuerza de rozamiento estático. Una vez que el cuerpo está en movimiento, la fuerza que se necesita para mantenerlo en movimiento es menor que la que hay que hacer para comenzar a moverlo; es, por tanto, **mayor el rozamiento estático que el dinámico**.

Estudiando los factores que influyen en el valor de la fuerza de rozamiento (F_r) se observa que ésta depende de la naturaleza de los cuerpos que están en contacto y de la reacción normal de la superficie sobre el cuerpo que se apoya, pero es independiente del área de la superficie de contacto:

$$F_r = \mu \cdot N$$

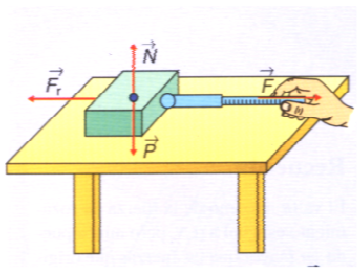
siendo: $\mu = \mu_e$ o μ_d ; $\mu_e > \mu_d$



Si $m_1 = m_2$
$Fr_1 = Fr_2$

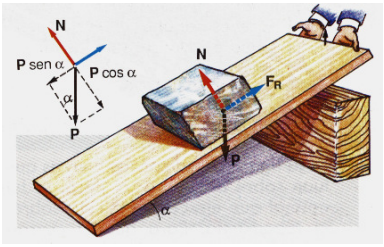
μ es el coeficiente de rozamiento (estático o dinámico) y N la reacción normal del plano. La **dirección de la fuerza de rozamiento es la del deslizamiento y su sentido es tal que se opone siempre al deslizamiento del cuerpo sobre la superficie en la que apoya.**

A.32. Un cuerpo de 20 kg de masa se encuentra en reposo sobre un plano horizontal siendo 0,40 y 0,20 los coeficientes de rozamiento estático y dinámico. Calcula:
a) ¿Cuánto vale la fuerza de rozamiento?
b) ¿Y si se le aplica una fuerza horizontal de 60 N?
c) ¿Cuál es la fuerza mínima que se precisa para iniciar el movimiento?
d) Una vez que el cuerpo está en movimiento, ¿cuál es la fuerza mínima para mantenerlo?
e) Si se le aplica una fuerza horizontal de 100 N, ¿cuál es el valor de la fuerza de rozamiento?. ¿Qué tipo de movimiento llevará el cuerpo?.

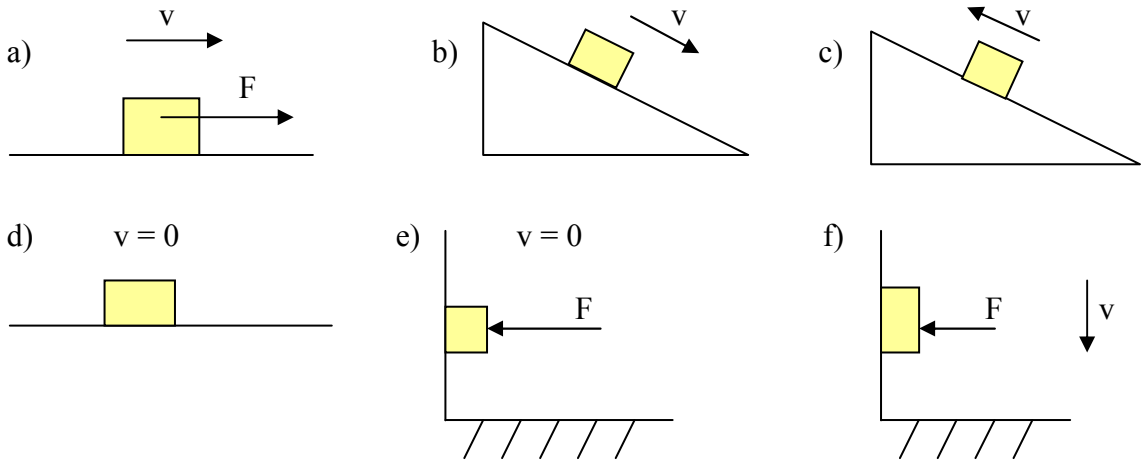


Sol: a) 0 N ; b) 60 N ; c) 78,4 N ; d) 39,2 N ; e) 39,2 N

A.33.- Un cuerpo se encuentra sobre una superficie horizontal. Dicha superficie se va levantando lentamente por uno de sus extremos hasta el momento en que el cuerpo comienza a deslizar. Sí en ese instante el ángulo es de 15º, calcula: a) El coeficiente de rozamiento estático. b) El coeficiente de rozamiento dinámico, si tarda 4 segundos en recorrer los dos primeros metros.
Sol: a) 0,27 , b) 0,24



A.34. Dibuja con un vector la dirección y sentido de la fuerza de rozamiento en los siguientes casos:



A.35. Un camión lleva en su interior una caja que permanece en todo momento en la misma posición. Señala la dirección y sentido de la fuerza de rozamiento en los siguientes instantes:

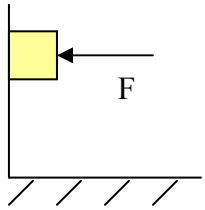
a) Cuando el camión, que está parado, arranca y comienza a moverse.
b) Cuando el camión se está moviendo con velocidad constante.
c) Cuando el camión frena y se para.

A.36. Un cuerpo de 3 kg de masa se mueve con una aceleración de 2 m/s^2 por una superficie horizontal debido a una fuerza F horizontal. Calcula el valor de esta fuerza si:

a) No hay rozamiento
b) Existe rozamiento, siendo el coeficiente de rozamiento 0,1.

Sol: a) 6 N ; b) 8,94 N

A.37. Calcula la fuerza mínima horizontal que hay que hacer sobre el bloque de 3 kg de masa, según se indica en la figura, para que no deslice por la pared, suponiendo que:



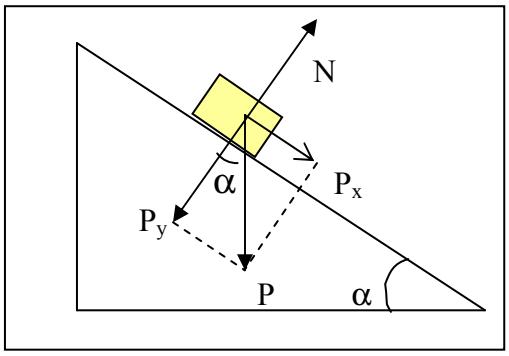
a) No hay rozamiento
b) El coeficiente de rozamiento vale 0,75. Sol: 39,2 N
c) Suponiendo nulo el rozamiento, ¿cómo se conseguiría que no deslizara el cuerpo?.

Ejercicio resuelto. Si dejamos un cuerpo sobre un plano inclinado, ¿deslizará por él?

Solución: Las fuerzas que actúan sobre el cuerpo serán el peso, la reacción normal del plano y la fuerza de rozamiento si la hubiese, por lo que el cuerpo deslizará siempre si no hay rozamiento, y si lo hay, dependerá del rozamiento y de la inclinación del plano.

En estos problemas es conveniente tomar los ejes de referencia en la dirección del plano y en la perpendicular de éste:

a) Sin rozamiento

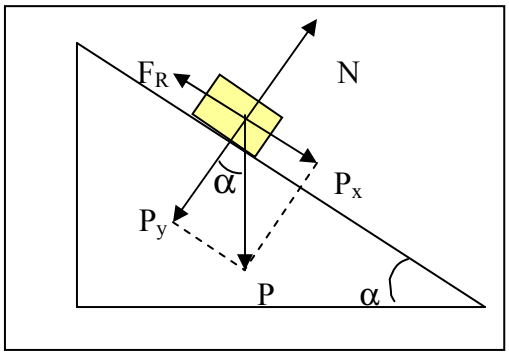


Aplicando la segunda ley de Newton :

Eje Y : $N = P_y = m \cdot g \cdot \cos \alpha$

Eje X : $P_x = m \cdot g \cdot \text{sen}\, \alpha = m \cdot a$

b) Con rozamiento



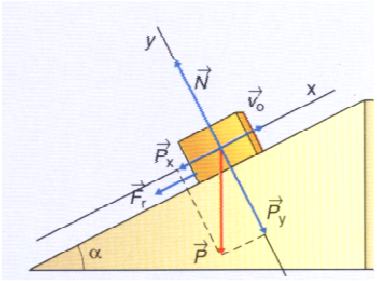
Aplicando la segunda ley de Newton :

Eje Y : $N = P_y = m \cdot g \cdot \cos \alpha$

Eje X : $P_x - F_R = m \cdot a$

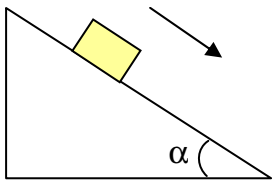
A.38. Desde la base de un plano inclinado 40º lanzamos hacia arriba un cuerpo de 2 kg de masa con una velocidad de 20 m/s. Calcula la distancia que recorre hasta pararse sí: a) No hay rozamiento . b) $\mu = 0,2$

Sol: a) 31,74 m , b) 25,64 m



A.39. Calcula la fuerza que hay que hacer para que un cuerpo de 5 kg de masa baje con velocidad constante por un plano inclinado suponiendo que no hay rozamiento.

Sol: 49 . sen α

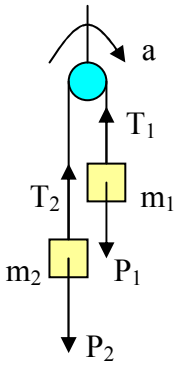


5.3.- TENSIONES

Cuando tenemos cuerpos unidos por cables o cuerdas, éstas las utilizamos únicamente para transmitir las fuerzas de un cuerpo al otro, y llamamos tensiones a las fuerzas que el cable soporta en sus extremos.

Veamos dos ejemplos:

a) Máquina de Atwood



Es un dispositivo formado por dos cuerpos unidos por una cuerda que pasa a través de una polea fija.

Al considerar despreciables las masas de la polea y la cuerda, así como el rozamiento de la cuerda con la polea, entonces las tensiones son iguales, $T_1 = T_2$

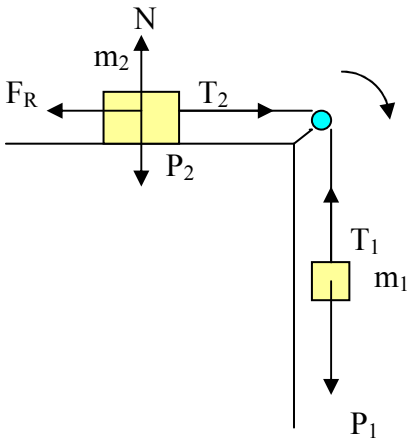
Suponiendo que $m_1 > m_2$, el sistema gira hacia la derecha

Para el cuerpo 1: $P_1 - T_1 = m_1 \cdot a$

Para el cuerpo 2: $T_2 - P_2 = m_2 \cdot a$

sumando se obtiene para el sistema: $P_1 - P_2 = (m_1 + m_2) \cdot a$

b) Si suponemos dos cuerpos enlazados por una cuerda que pasa a través de una polea fija, pero tenemos un cuerpo apoyado sobre una superficie horizontal con rozamiento, con las mismas consideraciones para la cuerda y la polea que en el caso anterior, entonces de nuevo las tensiones serán iguales y tendremos :



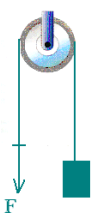
$P_2 = N$

Para el cuerpo 1: $P_1 - T_1 = m_1 \cdot a$

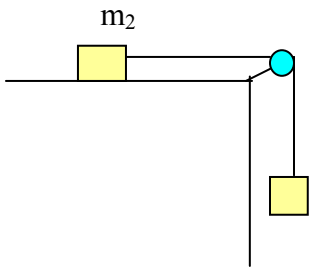
Para el cuerpo 2: $T_2 - F_R = m_2 \cdot a$

Para el sistema: $P_1 - F_R = (m_1 + m_2) \cdot a$

A.40. ¿Con qué fuerza hay que tirar del extremo libre de la cuerda de la figura para que ascienda el cuerpo de 10 kg de masa con una aceleración de 2 m/s^2?.
Sol: 118 N



A.41. Calcula la aceleración del conjunto y la tensión de la cuerda si:



a) No hay rozamiento

b) $\mu = 0{,}75$

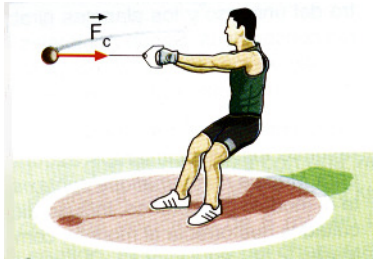
Sol: a) 2,8 m/s^2 , 14 N
b) no se mueve , 19,6 N

6.- FUERZAS EN EL MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME.

Ya hemos visto que en el movimiento circular uniforme la velocidad no varía en módulo pero sí en dirección, por lo que aparece una aceleración constante con dirección radial y dirigida hacia el centro de la circunferencia que describe el móvil y que llamamos aceleración centrípeta (a_c) o aceleración normal (a_n).

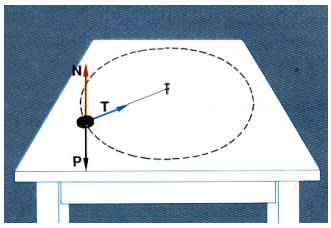
La existencia de esta aceleración supone que hay una fuerza de la misma dirección y sentido que llamamos **fuerza centrípeta** (F_c) cuyo valor es :

$$F_c = m \cdot a_c = m \cdot \frac{v^2}{R}$$



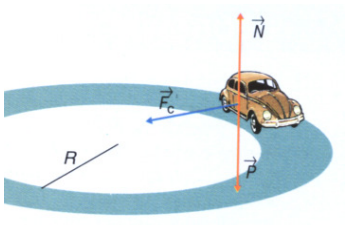
Esta fuerza centrípeta no es una fuerza añadida a las fuerzas reales que actúan sobre el cuerpo, sino que es la resultante de las fuerzas reales, que tendrá dirección radial y dirigida hacia el centro de la circunferencia.

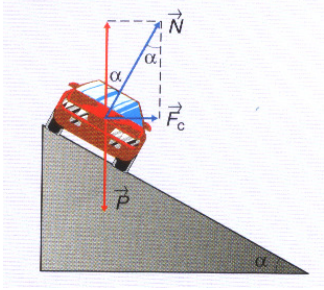
A.42. Un cuerpo de 2 kg de masa gira sobre una mesa, atado a una cuerda, describiendo una circunferencia de 0,5 m de radio. La velocidad de giro es constante e igual a 1 m/s. Determina la fuerza con que tira la cuerda de él.
Sol: 4 N



A.43. Calcula la velocidad máxima a la que un coche puede tomar una curva de 100 m de radio sin salirse, suponiendo que:

a) No hay rozamiento
b) Hay rozamiento siendo 0,3 el valor de su coeficiente. Sol: 17,15 m/s
c) No hay rozamiento pero la curva tiene un peralte de 10º. Sol: 13,15 m/s

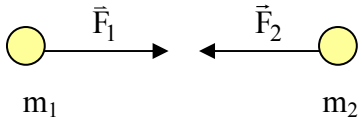




7.- PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO.

Las leyes de la Física se suelen expresar muchas veces como principios de conservación, lo que facilita su manejo y mejor comprensión.

Consideremos el sistema aislado más simple, formado por dos cuerpos de masas m_1 y m_2, que sólo están sometidos a la interacción entre ellos, sin ejercerse ninguna fuerza desde el exterior o bien la resultante de las mismas sobre cada cuerpo es cero:



Por aplicación de la tercera ley de Newton, cada una experimentará, debido a la interacción con la otra, una fuerza igual en módulo y dirección pero de sentido contrario, que serán $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$.

Si a cada una de las partículas le aplicamos la ecuación fundamental de la dinámica, tendremos:

$$\vec{F}_1 = \frac{d\vec{p}_1}{dt} \qquad \text{y} \qquad \vec{F}_2 = \frac{d\vec{p}_2}{dt}$$

por lo que :

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} = \frac{d(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)}{dt}$$

pero como $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$, entonces : $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0 = \frac{d(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)}{dt}$, y por tanto :

$$\boxed{\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \text{constante}} \quad \text{es decir:} \quad \boxed{\vec{P}\ \text{sistema} = \text{cte}}$$

que es la expresión matemática del principio de conservación de la cantidad de movimiento: " **En un sistema aislado la cantidad de movimiento total del sistema permanece constante**".

También se puede expresar matemáticamente de una forma más práctica.: Si llamamos $\vec{p}_1$ y $\vec{p}_2$ a las cantidades de movimiento de las partículas 1 y 2 en un instante y $\vec{p}_1'$ y $\vec{p}_2'$ a las cantidades de movimiento en un instante posterior, tendremos:

$$\boxed{\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2'}$$

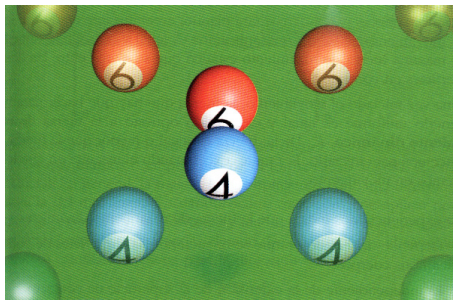
o bien, si lo pasamos todo al mismo término :

$$(\vec{p}_1' - \vec{p}_1) + (\vec{p}_2' - \vec{p}_2) = 0$$

$$\Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 = 0 \quad ; \quad \text{es decir:} \quad \boxed{\Delta\vec{p}_{\text{sistema}} = 0}$$

A.44. Un patinador de 60 kg de masa lanza un objeto de 2 kg con una velocidad horizontal de 10 m/s. ¿Qué velocidad adquiere el patinador?.
Sol: - 0,33 m/s

A.45. Una bola de billar de 250 g de masa lleva una velocidad de 5 m/s cuando choca contra otra bola igual que está en reposo. Después del choque la bola que inicialmente estaba parada sale con una velocidad de 3 m/s en la misma dirección y sentido del que se movía la primera bola. Calcula la velocidad que adquiere la otra bola después del choque.
Sol: 2 m/s con el mismo sentido



A.46. Un cuerpo de 10 kg de masa lleva una velocidad de 20 m/s cuando choca con otro cuerpo de 5 kg de masa que venía en sentido contrario con una velocidad de 30 m/s, quedando incrustado uno en el otro. Calcula la velocidad que tienen después del choque.
Sol: 3,33 m/s y sentido del 1º.

8.- IMPULSO MECANICO.

En los casos en que una fuerza actúa durante un corto periodo de tiempo, como dar una patada a un balón, golpear con la raqueta una pelota de tenis, disparar un arma, etc., es conveniente definir una nueva magnitud que relacione la fuerza con el tiempo que actúa.

Esta magnitud se denomina **impulso mecánico** $\vec{I}$.

Si la fuerza es constante se define:

$$\vec{I} = \vec{F}.\Delta t$$ unidad en el S.I. = N.s

Es una magnitud vectorial cuyo módulo es el producto del módulo de la fuerza por el tiempo que actúa y tiene la dirección y sentido de la fuerza.

A partir de la segunda ley de Newton se puede relacionar el impulso con la cantidad de movimiento:

$$\vec{I} = \vec{F}.\Delta t = m.\vec{a}.\Delta t = m.\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}\Delta t = m.\Delta \vec{v} = m.\vec{v}_2 - m.\vec{v}_1 = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 \quad , \quad \text{es decir:} \quad \boxed{\vec{I} = \Delta \vec{P}}$$

expresión conocida como teorema del impulso:

Al ejercer una fuerza sobre un cuerpo: " **El impulso mecánico es igual a la variación en la cantidad de movimiento**".

Ejercicio resuelto: Una masa de 3 kg. se mueve inicialmente a 3 m/s el sentido positivo del eje X. Halla su cantidad de movimiento: a) Al cabo de 2 s de estar sometida a una fuerza de 3 N que actúa en el sentido del movimiento. b) Si la fuerza actúa 2 s en sentido contrario al movimiento

Solución: Si aplicamos el teorema del impulso, como todos los vectores tienen la misma dirección se pueden sustituir por escalares afectados de signos + o –:

a) $I = \Delta P$; $F \cdot \Delta t = P_2 - P_1$; $3N \cdot 2s = P_2 - 3\ kg \cdot 3\ m/s$

$P_2 = 15$ kg. m/s ; en forma vectorial: $\vec{P}_2 = 15\,\vec{i}$ kg.m/s

b) $I = \Delta P$; $F \cdot \Delta t = P_2 - P_1$; $-3N \cdot 2s = P_2 - 3\ kg \cdot 3\ m/s$

$P_2 = 3$ kg. m/s ; en forma vectorial: $\vec{P}_2 = 3\,\vec{i}$ kg.m/s

Cuando la fuerza actúa en el sentido del movimiento, aumenta la velocidad y, por tanto, la cantidad de movimiento. Y si actúa en sentido contrario disminuyen ambas.

A.47.- A un cuerpo de 10 kg de masa que se mueve con una velocidad de 1 m/s, se le impulsa en el sentido del movimiento con una fuerza de 5 N durante 2s. Determina la nueva velocidad del cuerpo.
Sol: 2 m/s