Cálculo Integral en las PAU de Asturias – Matemáticas II

Jun 94 Hallar el área del recinto limitado por la parábola de ecuación $y^2 = 4x$, el eje de ordenadas y la tangente a la parábola, paralela a la recta $x - 2y + 8 = 0$.
Razona la respuesta.

Sept 94 Hallar los coeficientes de la ecuación $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ para que la curva correspondiente presente en el punto (2, 1) una inflexión con tangente paralela al eje OX, pasando dicha curva por el origen de coordenadas. Calcular el área del recinto limitado por la curva y la recta que une el origen con el punto de inflexión.
Razona las respuestas.

Jun 95 Hallar el área del recinto limitado por los ejes de coordenadas, la recta $y = 2$ y la curva de ecuación

$$y = \sqrt{x - 2}\,.$$

Razona la respuesta.

Sept 95 Hallar el área del recinto limitado por el eje OX y la curva de ecuación

$$f(x) = x\sqrt{5 - x^2}\,.$$

Razona la respuesta.

Jun 96 i) Definir primitiva de una función.
ii) Calcular la primitiva de la función

$$f(x) = \text{tg}^2\, x + 1 - \frac{1}{x} + \text{tg}\, x$$

que pase por el punto $(\pi, 0)$. Razona la respuesta.

Sept 96 Hallar el área del recinto limitado por la gráfica de la función

$$f(x) = 2\,\frac{\ln x}{x}$$

el eje de abscisas y las rectas $x = 1/e$ y $x = e$.
Razona la respuesta.

Jun 97 Hallar el área del recinto limitado por el eje OX y la gráfica de la función $f(x) = \sqrt{x^2 - x^4}$
Justificar la respuesta.

Sept 97 Hallar el área del recinto limitado por el eje de abscisas, la curva de ecuación $y = \sqrt{x-2}$ y la tangente a dicha curva en el punto de la misma, de abscisa $x = 6$.
Razonar la respuesta.

Jun 98 Halla el valor de a para que $\int_{-a}^{a} \big|\, |x| - 1 \,\big|\, dx = 4$
Justifica la respuesta.

Sept 98 Calcula el área del recinto limitado por el eje de abscisas y la curva de ecuación

$$y = (x-1)\sqrt{x}$$

Jun 99 Sea $y = x^2 + \alpha$
Calcula el valor de α para el que las tangentes a la curva en los puntos de abscisa de valor absoluto uno, pasan por el origen de coordenadas. Halla el área del recinto limitado por la curva y las dos tangentes.

Sept 99

Sea $y = x^2 + 2x + 2$

Halla el área limitada por la curva, la recta tangente en el punto donde la función tiene un extremo y la tangente a la curva con pendiente 6.

Jun 00

Calcula el área de la región limitada por la gráfica de la parábola de ecuación $y^2 = x$ y el segmento cuyos extremos son los puntos $P=(1,-1)$ y $Q=(4,2)$.

Sept 00

Sea $f(x) = (x-1)^2$

i) Determina la ecuación de la recta **r** que pasa por el punto $(0,6)$ y es paralela a la recta tangente a la curva en el punto de abscisa $x = 2$.

ii) Calcula el área de la región finita limitada por la recta **r** y la gráfica de la función f

Jun 01

a) Encuentra una primitiva de la función $f(x) = \operatorname{sen}^2(3x)$

b) Calcula el área encerrada entre la función y el eje de abscisas para los valores de $x \in \left[0, \frac{\pi}{6}\right]$

Sept 01

Sea la función $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2+1}$

a) Encuentra una primitiva para f

b) Calcula $\displaystyle\int_0^1 (3f(x)+2)\,dx$

Jun 02

Sea la función $f(x) = \dfrac{6x}{x^2+1}$

a) Encontrar una función primitiva de f.

b) Calcular el área encerrada entre f y el eje de abscisas para $x \in [2,5]$

Sept 02

Sea la función $f(x) = x^2 e^x$

a) Calcular una primitiva.

b) Determinar $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,dx$

Jun 03

a) Dibujar el recinto limitado por las curvas $y = x$, $y = x^2$, $y = x^2/4$

b) Calcular el área del recinto anterior.

Sept 03

Dada la función $f(x) = \begin{cases} x\ln x & x > 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$,

a) Calcula el mínimo de dicha función

b) Calcula el área de la región limitada por la gráfica de dicha función y el eje OX desde $x = 0$ hasta $x = a$, siendo a la abscisa del mínimo encontrado.

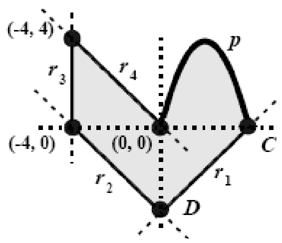
Jun 04

Calcula:

a) El punto C de la figura, punto de corte de la parábola $p: y = 4-(x-2)^2$ y el eje de abscisas.

b) El punto D y la ecuación de la recta r_2 paralela a r_4.

c) El área sombreada, limitada por la parábola p y las rectas r_1, r_2, r_3 y r_4?



Sept 04 Sea la curva descrita por la función $f(x) = \dfrac{2x+1}{x-2}$ para valores de $x > 2$. Calcula:

a) La recta tangente a la gráfica en el punto P de la curva de abscisa $x = 3$.

b) El punto de corte entre esa recta tangente y la asíntota horizontal de la curva.

c) El área encerrada por la curva, el eje de abscisas y las rectas de ecuaciones $x = 3$ y $x = 4$.

Jun 05 Sea la función con valores reales $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$ (se considera sólo la raíz positiva). Calcula:

a) La recta tangente a la gráfica de la función f en el punto $(0,0)$.

b) $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$

c) El área encerrada por la curva, el eje de abscisas y las rectas $x = -1$ y $x = 1$.

Sept 05 Sea la función $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen} x}{2 - \cos x}$ Calcula:

a) Su dominio de definición. Sus máximos y mínimos en el intervalo $[0, 2\pi]$

b) $\displaystyle\int_{0}^{\pi/3} f(x)\,dx$

Jun 06 Sea la función $f(x) = \dfrac{3x^3}{x^2-4}$ Calcula:

a) Las asíntotas de la función.

b) $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$

Sept 06 La curva $y = x^2 - 2x + 1$ y la recta que pasa por los puntos $A(1,0)$ y $B(3,4)$ limitan un recinto finito en el plano.

a) Traza un esquema gráfico de dicho recinto.

b) Halla su área.

Jun 07 Dada la función $f(x) = \boldsymbol{a}\, x^2 + \boldsymbol{b}\, x \cos x + \boldsymbol{c}$ determina las constantes $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ de manera que simultáneamente:

- Su gráfica pase por el punto $(0,1)$.
- La recta tangente en ese punto $(0,1)$ sea paralela a la recta $y = x$.
- Se verifique que $\displaystyle\int_{0}^{\pi} f(x)\,dx = \pi\left(\frac{2}{3}\pi^2 + 1\right) - 2$

Sept 07 Sea la función $f(x) = 1 - x^2$

a) Su gráfica determina con el eje de abscisas un recinto limitado D. Calcula su área.

b) La gráfica de la función $g(x) = x^2$ divide D en tres partes D_1, D_2 y D_3. Haz un dibujo de los tres recintos.

c) Calcula el área del recinto D_2 que contiene al punto $(0, 1/2)$.

Jun 08 Se considera la función $f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$

a) Halle sus asíntotas, máximos y mínimos.

b) Represente gráficamente la función.

c) Halle el área delimitada por la función y el eje OX, para $-1 \le x \le 1$

Sept 08 Se considera la función $f(x) = 2 - \dfrac{x}{x^2+1}$

a) Halle los máximos, mínimos y puntos de inflexión.

b) Para $x \in [0,5]$, esboce la gráfica de la función y calcule el área comprendida entre ella y el eje x.

Sept 08 Se dispone de una chapa de acero que puede representarse por la región del plano determinada por la parábola $y = -x^2 + 4$ y la recta $y = 1$.
a) Represente gráficamente la chapa y calcule su área.

Jun 09 Esboce la gráfica de la parábola $y = -x^2 + x + \frac{7}{4}$ y halle el área de la región del plano determinada por la parábola y la recta que pasa por los puntos $(0, \frac{1}{4})$ y $(\frac{1}{6}, 0)$.

Sept 09 Represente gráficamente las parábolas $y^2 - 4x = 0$ y $x^2 - 4y = 0$ y calcule el área que encierran.

Jun 10E La gráfica de la parábola $y^2 = 8x$ y la recta $x = 2$ encierran un recinto plano.
a) Dibuje aproximadamente dicho recinto.
b) Calcule el área de ese recinto.

Jun 10E La gráfica de la curva $f(x) = \dfrac{4}{2-x}$ y las rectas $y = 4$ y $x = 0$ encierran un recinto plano.
a) Dibuje aproximadamente dicho recinto.
b) Calcule el área de ese recinto.

Jun 10G a) Resuelva por partes la siguiente integral: $\int x(1-\ln x)\,dx$
b) De todas las primitivas de $f(x) = x(1-\ln x)$ calcule la que pasa por el punto (1,3)
Nota: $ln\ x$ denota el logaritmo neperiano de x.

Jun 10G Resuelva por cambio de variable $\displaystyle\int \frac{e^x - 4e^{2x}}{1+e^x}\,dx$

Sept 10E Se considera la parábola $y = 6x - x^2$
a) Calcule la ecuación de las rectas tangentes a la gráfica de la parábola en los puntos de corte con el eje OX.
b) Dibuje un esquema del recinto limitado por la gráfica de la parábola y las rectas halladas anteriormente.
c) Calcule el área de ese recinto.

Sept 10E Se considera la función $f(x) = \begin{cases} 2x-2 & si \quad x < 2 \\ e^{x-2} + k^2 & si \quad x \geq 2 \end{cases}$
a) Determine el valor de k para que la función sea continua en el intervalo [0,4].
b) Suponiendo que $k = 1$, halle la recta tangente $x = 3$.
c) Suponiendo que $k = 1$, halle el área que la función determina con el eje OX, para $x \in [0,4]$.

Sept 10G Resuelva por partes $\int e^x \cos 3x dx$

Sept 10G La curva $y = x^2 + 3$ y la recta $y = 2x + 3$ limitan un recinto finito en el plano.
a) Dibuje un esquema del recinto.
b) Calcule su área.

Jun 11E La curva $y = x^3 - 3x$ y la recta $y = x$ limitan un recinto finito en el plano.
a) Dibuje un esquema del recinto.
b) Calcule su área.

Jun 11E La parábola $x = y^2 + 1$ y la recta $x = 3$ limitan un recinto finito en el plano.
a) Dibuje un esquema del recinto.
b) Calcule su área.

Jun 11G

Sea f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por: $f(x)=\begin{cases} x^2 & si \quad x<0 \\ mx+n & si \quad 0\le x<1 \\ 2 & si \quad 1\le x \end{cases}$

a) Calcule m y n para que f sea continua en todo su dominio.
b) Para esos valores hallados calcule el área del recinto limitado por la gráfica de f y la recta $y=1$

Jun 11G

Sea f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por: $\text{f(x)}=\begin{cases} 2x+4 & si\ x\le 0 \\ (x-2)^2 & si\ x>0 \end{cases}$

a) Dibuje la gráfica de la función.
b) Halle el área del recinto limitado por la gráfica de f y el eje de abscisas.

Jul 11E

Resuelva, usando partes: $\int \arctan(3x)dx$

Nota: arctan = arcotangente.

Jul 11G

Las gráficas de la curva $\text{y}=x^3$ y de la parábola $\text{y}=x^2+2x$ encierran un recinto plano.
a) Dibuje ese recinto.
b) Calcule su área.

Jun 12E

Calcule $\int \frac{e^x}{e^{2x}-1}dx$ haciendo el cambio de variable $e^x = \text{t}$

Jun 12E

Calcule $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (e^{2x}+x\cos x)dx$

Jun 12G

Calcule $\int_1^2 \frac{dx}{x^2+3x}$

Jun 12G

Halle el área de la zona del plano limitada por las rectas y=0, x=1 y x=e, y la gráfica de la curva $y=Ln^2(x)$.

Jul 12E

La derivada de una función $f(x)$ es $f'(x)=(x+2)\cdot(x^2-9)$

a) Calcule los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los máximos y mínimos de $f(x)$

b) Determine la función f sabiendo que $f(0)=\frac{1}{5}$

Jul 12E

La gráfica de la parábola $y=2x^2$ divide al cuadrado de vértices A(0,0), B(2,0), C(2,2) y D(0,2) en dos recintos planos.
a) Dibuje la gráfica de la función y los recintos.
b) Calcule el área de cada uno de ellos.

Jul 12G

Las curvas $y=e^x$, $y=e^{-x}$ y la recta $x=1$ limitan un recinto finito en el plano.
a) Dibuje un esquema del recinto.
b) Calcule su área.

Jul 12G

Se considera la curva de ecuación $y=x^3-2x^2+x$
a) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de esa curva en el origen.
b) Dibuje un esquema del recinto limitado por la gráfica de la curva y la recta hallada.
c) Calcule el área de ese recinto.

Jun 13G

Sea la función $f: R \to R$ definida por $f(x) = \begin{cases} 4x+12 & si \;\; x \le -1 \\ x^2-4x+3 & si \;\; x > -1 \end{cases}$

a) Haga un dibujo aproximado de la gráfica de la función f.

b) Calcule el área del recinto limitado por la gráfica de la función f, el eje de abscisas y la recta $x = 2$.

Jun 13G

Sea la parábola $y = x^2 - 3x + 6$.

a) Halle la ecuación de la tangente a la gráfica de esa curva en el punto de abscisa $x = 3$.

b) Haga un dibujo aproximado del recinto limitado por la gráfica de la parábola, el eje OY y la recta tangente hallada anteriormente.

c) Calcule el área del recinto anterior.

Jun 13E

Dada la función $f(x) = (x-a)\cos(x)$, busque el valor del número real a sabiendo que $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = \frac{\pi}{2} - 2$.

Jun 13E

Considere las curvas $f(x) = x^3 - 3x - 2$ y $g(x) = x^2 - x - 2$.

a) Encuentre sus puntos de intersección.

b) Represente el recinto limitado que encierran entre ellas.

c) Encuentre el área del recinto limitado por las dos curvas.

Jul 13G

Calcule $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (sen(2x) + xsenx)dx$

Jul 13G

Las gráficas de las funciones $f(x) = sen(\frac{\pi}{2}x)$ y $g(x) = x^2$ limitan un recinto finito en el plano.

a) Dibuje un esquema del recinto.

b) Calcule su área.

Jul 13E

Sea $f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & si \quad x \le 1 \\ \ln(x) & si \quad x > 1 \end{cases}$, donde $\ln(x)$ significa logaritmo neperiano de x.

a) Dibuje el recinto acotado comprendido entre la gráfica de $f(x)$ y la recta $y = 1$.

b) Calcule el área del recinto anterior.

Jun 14G

Calcule $\int \dfrac{2x^3 - 3x^2 - 2x - 1}{x^2 - x - 2}\, dx$

Jun 14G

Considere la función $f(x) = \frac{1}{2} - sen(x)$

a) Dibuje el recinto acotado comprendido entre la gráfica de $f(x)$, el eje OX y las rectas $x = 0$ y $x = \frac{\pi}{2}$.

b) Calcule el área del recinto anterior.

Jun 14E

a) Dibuje el recinto plano limitado por la parábola $y = 4x - x^2$ y las tangentes a la curva en los puntos de intersección con el eje de las abscisas.

b) Halle el área del recinto dibujado en a).

Jun 14E

Obtenga $\int \sqrt{x} \ln^2 x dx$

Jul 14G

Calcule una primitiva de la función $f(x) = \dfrac{x^3 - 3x + 5}{\sqrt[3]{x}}$

Jul 14G

a) Encuentre todas las funciones $f(x)$ cuya segunda derivada es $f''(x) = xe^x$

b) De todas ellas determine aquella cuya gráfica pasa por los puntos A(0, 2) y B(2, 0).

Jul 14E Considere la función $y = x^3 - 3x^2 + 1$

a) Determine la recta tangente en el punto en que la función alcanza su máximo relativo.
b) Dibuje el recinto limitado por la curva y la recta tangente anterior.
c) Halle el área del recinto del apartado b).

Jul 14E Obtenga el área del recinto cerrado por las curvas $y = 1 + \cos x$ e $y = 0$ en el intervalo $[-\pi, \pi]$.

Jun 15G a) Dibuje el recinto limitado por la curva $y = x^2$, la bisectriz del primer y tercer cuadrante, el eje de abscisas y la recta x = 2.
b) Halle el área del recinto dibujado en a).

Jun 15G Obtenga $\int e^{2x+1} \cos x dx$

Jun 15E Calcule una primitiva de la función $f(x) = \dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$

Jul 15G Considere las curvas $y = 4x - x^2$ e $y = x^2 - 6$

a) Encuentre sus puntos de intersección.
b) Represente razonadamente las dos curvas en una misma gráfica, donde se vea claramente el recinto que limitan entre ellas.
c) Encuentre el área del recinto limitado por las dos curvas.

Jul 15G Se sabe que la derivada de una función $f(x)$ es $f'(x) = (x+1).(x^2 - 4)$

a) Determine la función f sabiendo que $f(0) = \dfrac{1}{7}$
b) Halle los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los máximos y mínimos de $f(x)$

Jul 15E Sean las parábolas: $y = x^2 - 4x + 13$ e $y = 2x^2 - 8x + 16$

a) Represente razonadamente las dos curvas en una misma gráfica y determine los puntos donde se cortan entre sí ambas parábolas.
b) Halle la superficie encerrada entre las dos parábolas

Jun 16G a) Dibuje un esquema del recinto cerrado plano finito limitado por las gráficas de las funciones $f(x) = e^x$, $g(x) = e^{-x}$ y $h(x) = e^2$.
b) Halle el área de dicho recinto.

Jun 16G Determine la función $f\colon (0, +\infty) \longrightarrow R$ sabiendo que es dos veces derivable, que $f(1) = e + 2$, que $f'(1) = e + 2$ y que $f''(x) = e^x - \dfrac{1}{x^2}$.

Jun 16E Halle $\displaystyle\int_0^2 \frac{x^2 + 15x - 16}{1 - x^2} dx$.

Jun 16E Sea $f : \Re \to \Re$ una función diferenciable tal que $f'(x) = 2x$ para todo x número real, y $f(-3) = 7$

a) Encuentre la expresión de la función f.
b) Represente razonadamente la gráfica de la función f.

Jul 16G La curva $y = \sqrt[3]{x}$ y las rectas $x = 8$ e $y = 1$ limitan un recinto cerrado finito en el plano.

a) Dibuje un esquema del recinto.
b) Calcule su área.

Jul 16G Obtenga $\displaystyle\int_1^2 \frac{4x^2 + 8x + 1}{x^2 + 2x} dx$.

Jul 16E Obtenga $\int (x+1)^2 \ln(3x) dx$.

Jul 16E

Considere las curvas $y = \sqrt[2]{x}$ e $y = x^2$.

a) Represente razonadamente las dos curvas en una misma gráfica.
b) Calcule el área del recinto cerrado finito delimitado por ambas curvas.

Modelo 17 (similar al de junio 11E)

a) Estudia los máximos, mínimos e intervalos de crecimiento de la curva $y = x^3 - 3x$.

b) La curva $y = x^3 - 3x$ y la recta $y = x$ determinan un recinto del plano. Esboza una representación gráfica de ese recinto y calcula su área.

JUN 94

$x-2y+8=0 \longrightarrow y=\frac{x+8}{2} \Longrightarrow$ pendiente $=\frac{1}{2}$

$y^2=4x \longrightarrow y=\pm\sqrt{4x} = \pm 2\sqrt{x}$

$y'=\pm 2\frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{\pm 1}{\sqrt{x}}$

$y'=\frac{1}{2} \Longrightarrow \frac{1}{2}=\frac{\pm 1}{\sqrt{x}} \Longrightarrow \boxed{x=4} \longrightarrow y=+2\sqrt{4}=4 \quad \boxed{P(4,4)}$

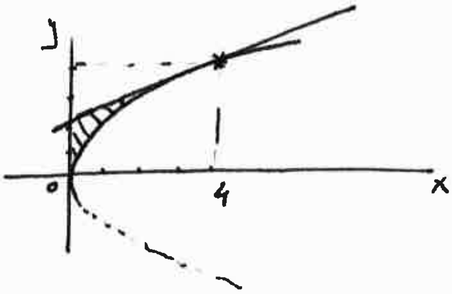
$y-4=\frac{1}{2}(x-4)$; $y-4=\frac{x-4}{2}$; $2y-8=x-4$; $\boxed{x-2y+4=0}$

$\left.\begin{array}{l} y^2=4x \\ x-2y+4=0 \end{array}\right\} \longrightarrow y=\frac{x+4}{2}$

$\left(\frac{x+4}{2}\right)^2=4x$; $\frac{x^2+8x+16}{4}=4x$; $x^2+8x+16=16x$;

$x^2-8x+16=0$

$\boxed{x=4}$



$$\text{Area} = \int_0^4 \left(\frac{x+4}{2} - 2\sqrt{x}\right)dx = \int_0^4 \left(\frac{1}{2}x+2-2x^{1/2}\right)dx =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{x^2}{2}+2x-2\frac{x^{3/2}}{3/2}\Big|_0^4 = \frac{x^2}{4}+2x-\frac{4\sqrt{x^3}}{3}\Big|_0^4 =$$

$$= \frac{16}{4}+8-\frac{4\sqrt{64}}{3} = 4+8-\frac{32}{3} = 12-\frac{32}{3} = \boxed{\frac{4}{3}}$$

SEPT 94

$y=ax^3+bx^2+cx+d$; $y'=3ax^2+2bx+c$; $y''=6ax+2b$

$P(2,1) \Longrightarrow 1=8a+4b+2c+d$

$P(0,0) \Longrightarrow \boxed{0=d}$

inflexión en $x=2$ $\Longrightarrow 0=12a+2b$

Tangente horizontal en $x=2$ $\Longrightarrow 0=12a+4b+c$

$$\left.\begin{array}{l} 8a+4b+2c=1 \\ 12a+2b=0 \\ 12a+4b+c=0 \end{array}\right\}$$

$$a=\frac{\begin{vmatrix}1&4&2\\0&2&0\\0&4&1\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}8&4&2\\12&2&0\\12&4&1\end{vmatrix}}=\frac{2}{16}=\frac{1}{8}$$

$$b=\frac{\begin{vmatrix}8&1&2\\12&0&0\\12&0&1\end{vmatrix}}{16}=\frac{-12}{16}=\frac{-6}{8}$$

$$c=\frac{\begin{vmatrix}8&4&1\\12&2&0\\12&4&0\end{vmatrix}}{6}=\frac{24}{16}=\frac{12}{8}$$

$$y=\frac{1}{8}x^3-\frac{6}{8}x^2+\frac{12}{8}x = \boxed{\frac{x^3-6x^2+12x}{8}}$$

$\left.\begin{array}{l} O(0,0) \\ P(2,1) \end{array}\right| \quad \boxed{y=\frac{1}{2}x}$

$\left.\begin{array}{l} y=\frac{x^3-6x^2+12x}{8} \\ y=\frac{1}{2}x \end{array}\right\}$ $\frac{1}{2}x=\frac{x^3-6x^2+12x}{8}$; $4x=x^3-6x^2+12x$; $x^3-6x^2+8x=0$

$x(x^2-6x+8)=0$

$x=\frac{6\pm\sqrt{36-32}}{2}=\frac{6\pm 2}{2} \begin{array}{l} \nearrow 4 \\ \searrow 2 \end{array}$

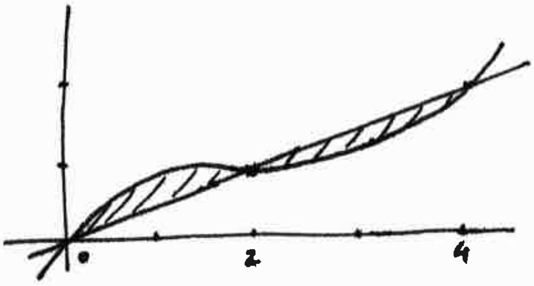
$x=0$

$y=\frac{x^3-6x^2+12x}{8}$

x	y
2	1
4	2
3	9/8
1	3/4
0	0

$y=\frac{x}{2}$

x	y
2	1
4	2
3	3/2
1	1/2
0	0



$$\text{Area} = \int_0^2 \left(\frac{x^3-6x^2+12x}{8} - \frac{x}{2}\right)dx + \int_2^4 \left(\frac{x}{2} - \frac{x^3-6x^2+12x}{8}\right)dx =$$

$$= \left(\frac{x^4}{32} - \frac{6x^3}{24} + \frac{12x^2}{16} - \frac{x^2}{4}\right)\Bigg|_0^2 + \left(\frac{x^2}{4} - \frac{x^4}{32} + \frac{6x^3}{24} - \frac{12x^2}{16}\right)\Bigg|_2^4 =$$

$$= \left(\frac{16}{32} - \frac{48}{24} + \frac{48}{16} - \frac{4}{4}\right) + \left(\frac{16}{4} - \frac{256}{32} - \frac{384}{24} - \frac{192}{16}\right) - \left(\frac{4}{4} - \frac{16}{32} + \frac{48}{24} - \frac{48}{16}\right) =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \boxed{1}$$

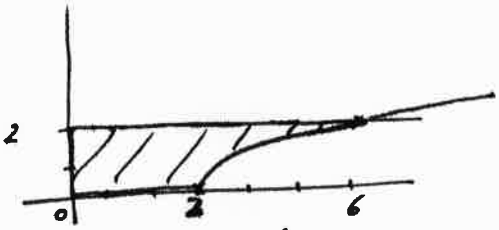
JUN 95

$\left.\begin{array}{l} y=\sqrt{x-2} \\ x=0 \end{array}\right\}$ Sin intersección

$\left.\begin{array}{l} y=\sqrt{x-2} \\ y=2 \end{array}\right\} \Rightarrow 2=\sqrt{x-2};\ 4=x-2;\ x=6$

$y=\sqrt{x-2}$ Dominio $=[2,+\infty)$

x	y
2	0
6	2



$$\text{Area} = 2\cdot 2 + \int_2^6 \left(2-\sqrt{x-2}\right)dx = 4 + \int_2^6 \left(2-(x-2)^{1/2}\right)dx = 4 + \left(2x - \frac{(x-2)^{3/2}}{3/2}\right)\Bigg|_2^6 =$$

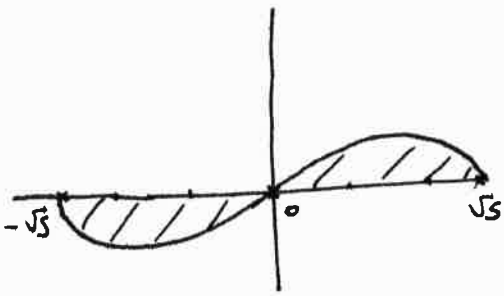
$$= 4 + \left(12 - \frac{2}{3}4^{3/2}\right) - (4-0) = 12 - \frac{16}{3} = \boxed{\frac{20}{3}}$$

SEPT 95

$\left.\begin{array}{l} f(x)=x\sqrt{5-x^2} \\ y=0 \end{array}\right\}\ 0=x\sqrt{5-x^2} \Rightarrow x = \begin{cases} 0 \\ \pm\sqrt{5} \end{cases}$

$y=x\sqrt{5-x^2}$ Dominio $=[-5,5]$

x	y
0	0
$\sqrt{5}$	0
$-\sqrt{5}$	0
1	2
-1	-2



$$\text{Area} = 2\int_0^{\sqrt{5}} x\sqrt{5-x^2}\,dx = -\int_0^{\sqrt{5}} (-2x)(5-x^2)^{1/2}dx = -\frac{(5-x^2)^{3/2}}{3/2}\Bigg|_0^{\sqrt{5}} =$$

$$= -\frac{2}{3}\cdot 0 + \frac{2}{3}5^{3/2} = \boxed{\frac{2}{3}\sqrt{125}}$$

JUN 96

$$\int \left(tg^2 x + 1 - \frac{1}{x} + tg\,x\right) dx = \int (tg^2 x + 1)\,dx - \int \frac{1}{x}\,dx + \int \frac{\sin x}{\cos x}\,dx =$$

$$= \boxed{tg\,x - \ln x - \ln|\cos x| + K}$$

$$P(\pi, 0) \Rightarrow \quad 0 = tg\,\pi - \ln \pi - \ln \cos \pi + K \;; \quad 0 = 0 - \ln \pi - \ln 1 + K \Rightarrow \boxed{K = \ln \pi}$$

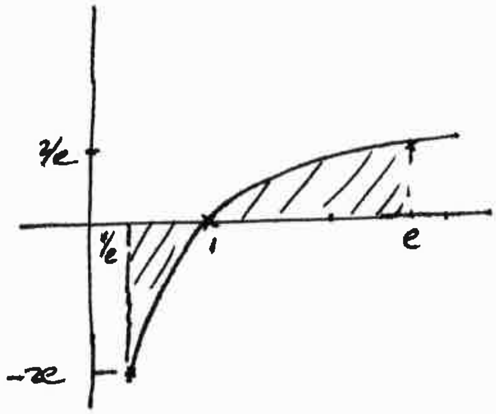
$$\boxed{tg\,x - \ln x - \ln|\cos x| + \ln \pi}$$

SEPT 96

$$\left.\begin{array}{l} y = 2\dfrac{\ln x}{x} \\ y = 0 \end{array}\right\} \quad 0 = 2\frac{\ln x}{x} \Rightarrow \ln x = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$y = \frac{2\ln x}{x} \qquad \text{Dominio} = (0, +\infty)$$

x	y
1	0
e	$2/e$
$1/e$	$-2e$



$$\text{Area} = -\int_{1/e}^{1} 2\frac{\ln x}{x}\,dx + \int_{1}^{e} 2\frac{\ln x}{x}\,dx = -\ln^2 x\Big|_{1/e}^{1} + \ln^2 x\Big|_{1}^{e} = -\ln^2 1 + \ln^2 1/e + \ln^2 e - \ln^2 1 =$$

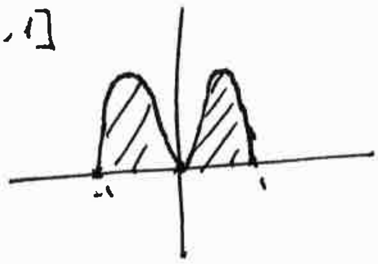
$$= -0 + (-1)^2 + 1^2 - 0 = \boxed{2}$$

JUN 97

$$\left.\begin{array}{l} y = \sqrt{x^2 - x^4} \\ y = 0 \end{array}\right\} \quad \sqrt{x^2 - x^4} = 0 \;; \quad x^2 - x^4 = 0 \;; \quad x^2(1 - x^2) = 0 \Rightarrow x = \begin{cases} 0 \\ 1 \\ -1 \end{cases}$$

x		-1		0		1	
Signo x^2-x^4	$\ominus$	0	$\oplus$	0	$\oplus$	0	$\ominus$

$$\text{Dominio} = [-1, 1]$$



$$\text{Area} = 2\int_0^1 \sqrt{x^2 - x^4}\,dx = 2\int_0^1 x\sqrt{1 - x^2}\,dx =$$

$$= -\int_0^1 (-2x)(1 - x^2)^{1/2}\,dx = -\frac{(1 - x^2)^{3/2}}{3/2}\Big|_0^1 = -\frac{2}{3}\,0^{3/2} + \frac{2}{3}\,1^{3/2} = \boxed{\frac{2}{3}}$$

SEPT 97

$$y = \sqrt{x-2}$$
$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x-2}}$$

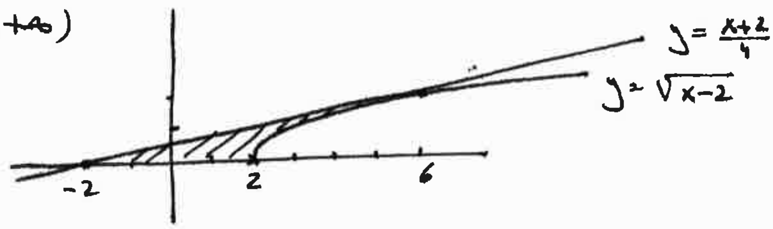
$$x = 6 \to y = \sqrt{4} = 2 \qquad y-2 = \frac{1}{4}(x-6)\,; \quad 4y-8 = x-6 \;;\; 4y = x+2 \;;\; \boxed{y = \frac{x+2}{4}}$$
$$\to y' = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{4}$$

$$\left.\begin{matrix} y=\sqrt{x-2} \\ y=0 \end{matrix}\right\} \sqrt{x-2}=0 \;; \quad x-2=0 \;; \quad x=2$$

$$\left.\begin{matrix} y=\sqrt{x-2} \\ y=\frac{x+2}{4} \end{matrix}\right\} \sqrt{x-2} = \frac{x+2}{4} \;;\quad x-2 = \left(\frac{x+2}{4}\right)^2 \;;\quad x-2 = \frac{x^2+4x+4}{16} \;;$$
$$16x-32 = x^2+4x+4 \;;\quad 0 = x^2-12x+36 \;;\quad x=6$$

$y = \sqrt{x-2}$ Dominio $= [2, +\infty)$

x	y
2	0
6	2

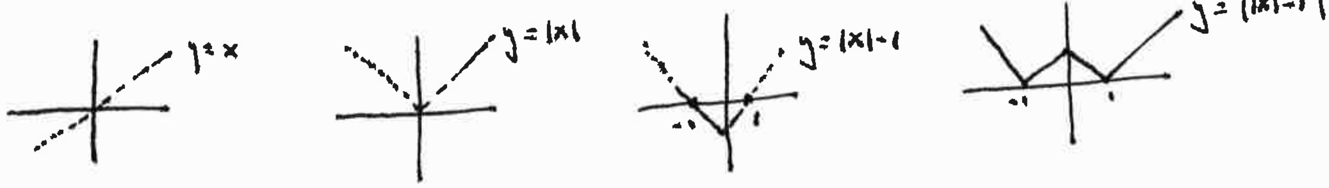


$y = \frac{x+2}{4}$

x	y
-2	0
2	1

$$\text{Area} = \int_{-2}^{2} \frac{x+2}{4}\,dx + \int_{2}^{6} \left(\frac{x+2}{4} - \sqrt{x-2}\right) dx =$$
$$= \left(\frac{x^2}{8} + \frac{x}{2}\right)\Big|_{-2}^{2} + \left(\frac{x^2}{8} + \frac{x}{2} - \frac{(x-2)^{3/2}}{3/2}\right)\Big|_{2}^{6} =$$
$$= \left(\cancel{\frac{4}{8}} + \cancel{\frac{2}{2}}\right) - \left(\frac{4}{8} - \frac{2}{2}\right) + \left(\frac{36}{8} + \frac{6}{2} - \frac{2}{3}4^{3/2}\right) - \left(\cancel{\frac{4}{8}} + \cancel{\frac{2}{2}} - 0\right) =$$
$$= -\frac{1}{2} + 1 + \frac{9}{2} + 3 - \frac{2}{3}\cdot 8 = 4+4-\frac{16}{3} = \boxed{\frac{8}{3}}$$

JUN 98



$$|x|-1 = \begin{cases} x-1 & \text{si } x \geq 0 \\ -x-1 & \text{si } x < 0 \end{cases} \qquad ||x|-1| = \begin{cases} x-1 & \text{si } 1 \leq x \\ -x+1 & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ x+1 & \text{si } -1 \leq x < 0 \\ -x-1 & \text{si } x < -1 \end{cases}$$

$$\int_{-a}^{a} ||x|-1|\,dx = 2\int_{0}^{a} ||x|-1|\,dx = 2\left[\int_{0}^{1}(-x+1)\,dx + \int_{1}^{a}(x-1)\,dx\right] = 2\left[\left(\frac{-x^2}{2}+x\right)\Big|_{0}^{1} + \left(\frac{x^2}{2}-x\right)\Big|_{1}^{a}\right] =$$

$$= 2\left[\left(-\frac{1}{2}+1\right)-0+\left(\frac{a^2}{2}-a\right)-\left(\frac{1}{2}-1\right)\right] = 2\left(-\cancel{\tfrac{1}{2}}+\cancel{1}+\frac{a^2}{2}-a-\cancel{\tfrac{1}{2}}+1\right) = a^2-2a+2$$

$$a^2-2a+2=4 \Longrightarrow a^2-2a-2=0$$

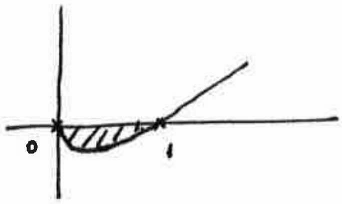
$$a=\frac{2\pm\sqrt{4+8}}{2}=\frac{2\pm\sqrt{12}}{2}=1\pm\sqrt{3} \qquad \boxed{a=1+\sqrt{3}}$$

SEPT 98

$y=(x-1)\sqrt{x}$ Dominio $= [0,+\infty)$

$$\left.\begin{array}{l} y=(x-1)\sqrt{x} \\ \text{Eje } X \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} y=(x-1)\sqrt{x} \\ y=0 \end{array}\right\} \to (x-1)\sqrt{x}=0 \begin{array}{l} \nearrow x=0 \\ \searrow x=1 \end{array}$$

X	0		1		$+\infty$
Signo $(x-1)\sqrt{x}$	0	$-$	0	$+$	



$$\text{Area} = -\int_0^1 (x-1)\sqrt{x}\,dx = -\int_0^1 (x\sqrt{x}-\sqrt{x})\,dx = -\int_0^1 (x^{3/2}-x^{1/2})\,dx =$$

$$= -\left(\frac{x^{5/2}}{5/2}-\frac{x^{3/2}}{3/2}\right)\Bigg|_0^1 = -\left(\frac{1}{5/2}-\frac{1}{3/2}\right)+0 = -\left(\frac{2}{5}-\frac{2}{3}\right) = \boxed{\frac{4}{15}}$$

JUN 99

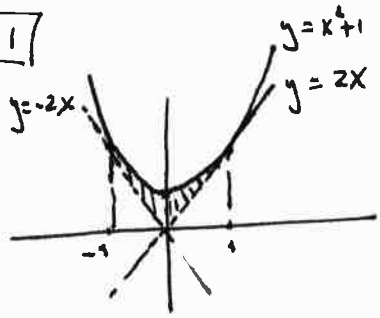
$y=x^2+\alpha$

$y'=2x$

$$|x|=1 \begin{array}{l} \to x=1 \begin{array}{l} \to y=1+\alpha \\ \to y'=2 \end{array} \quad \boxed{y-(1+\alpha)=2(x-1)} \to y=2x-2+1+\alpha \;;\; \boxed{y=2x+(\alpha-1)} \\ \to x=-1 \begin{array}{l} \to y=1+\alpha \\ \to y'=-2 \end{array} \quad \boxed{y-(1+\alpha)=-2(x+1)} \to y=-2x-2+1+\alpha \;;\; \boxed{y=-2x+(\alpha-1)} \end{array}$$

$(0,0) \Longrightarrow 0=2\cdot 0+(\alpha-1) \Longrightarrow \boxed{\alpha=1}$

$(0,0) \Longrightarrow 0=-2\cdot 0+(\alpha-1) \Longrightarrow \boxed{\alpha=1}$



Para $\alpha=1$:
$$y=x^2+1$$
$$y=2x$$
$$y=-2x$$

$$\text{Area} = 2\int_0^1 (x^2+1)-2x\,dx = 2\left(\frac{x^3}{3}+x-x^2\right)\Bigg|_0^1 = 2\left[\left(\frac{1}{3}+\cancel{1}-\cancel{1}\right)-0\right] = \boxed{\frac{2}{3}}$$

SEPT 99

$y = x^2 + 2x + 2$

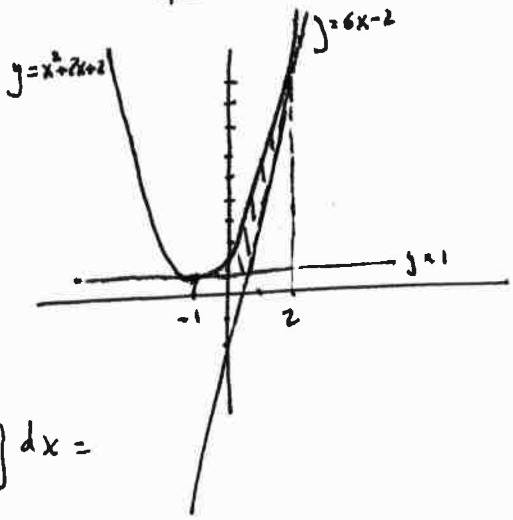
$y' = 2x + 2$

$y' = 0 \Rightarrow 2x+2=0 \;;\; \boxed{x=-1}$

$x=-1 \to y = 1-2+2 = 1$, $y' = 0$ $\qquad y-1 = 0\cdot(x+1) \qquad \boxed{y=1}$

$y' = 6 \Rightarrow 2x+2 = 6 \;;\; 2x = 4 \;;\; \boxed{x=2}$

$x=2 \to y = 4+4+2 = 10$, $y' = 2\cdot 2+2 = 6$ $\qquad y-10 = 6(x-2) \qquad \boxed{y = 6x-2}$



$\left.\begin{array}{l} y=1 \\ y=6x-2 \end{array}\right\} \; 6x-2=1 \;;\; 6x=3 \;;\; x=1/2$

$$\text{Area} = \int_{-1}^{1/2}\left[(x^2+2x+2)-1\right]dx + \int_{1/2}^{2}\left[(x^2+2x+2)-(6x-2)\right]dx =$$

$$= \int_{-1}^{1/2}(x^2+2x+1)\,dx + \int_{1/2}^{2}(x^2-4x+4)\,dx = \left(\frac{x^3}{3}+x^2+x\right)\Bigg|_{-1}^{1/2} + \left(\frac{x^3}{3}-2x^2+4x\right)\Bigg|_{1/2}^{2} =$$

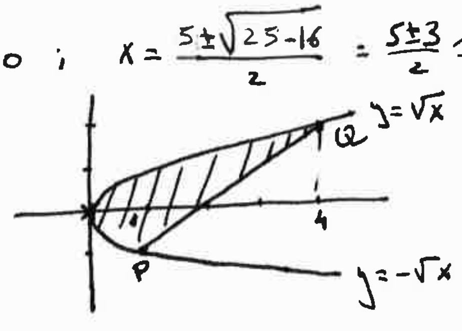
$$= \left(\frac{1/8}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{1}{3}+\cancel{1}-\cancel{1}\right) + \left(\frac{8}{3}-\cancel{8}+\cancel{8}\right) - \left(\frac{1/8}{3}-\frac{2}{4}+\frac{4}{2}\right) =$$

$$= \cancel{\frac{1}{24}} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{8}{3} - \cancel{\frac{1}{24}} + \frac{1}{2} - 2 = \boxed{\frac{9}{4}}$$

JUN 00

$\left.\begin{array}{l} P(1,-1) \\ Q(4,2) \end{array}\right| \quad \vec{PQ} = (3,3) \longrightarrow \text{pendiente} = \frac{3}{3} = 1 \qquad y+1 = 1\cdot(x-1) \qquad \boxed{y = x-2}$

$\left.\begin{array}{l} y^2=x \\ y=x-2 \end{array}\right\} \; (x-2)^2 = x \;;\; x^2-4x+4 = x \;;\; x^2-5x+4=0 \;;\; x = \frac{5\pm\sqrt{25-16}}{2} = \frac{5\pm3}{2} \begin{array}{l} 4 \\ 1 \end{array}$



$$\text{Area} = 2\int_0^1 \sqrt{x}\,dx + \int_1^4 \sqrt{x}-(x-2)\,dx =$$

$y = \sin^2 3x$ es siempre positiva.

$$\text{Area} = \int_0^{\pi/6} \sin^2 3x \, dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 3x \cos 3x}{6} \Big|_0^{\pi/6} = \left(\frac{\pi}{12} - 0\right) - \left(\frac{\sin \pi/2 \cos \pi/2}{6} - \frac{\sin 0 \cos 0}{6}\right) =$$

$$= \frac{\pi}{12} - \left(\frac{1 \cdot 0}{6} - \frac{0 \cdot 1}{6}\right) = \boxed{\frac{\pi}{12}}$$

SEPT 01

$$\int \frac{x^2}{x^2+1} dx = \int \left(1 + \frac{-1}{x^2+1}\right) dx = \boxed{x - \operatorname{arctg} x + K}$$

$$\begin{array}{r|l} x^2 & x^2+1 \\ \cline{2-2} -x^2-1 & 1 \\ \hline -1 & \end{array}$$

$$\int_0^1 \left(3\frac{x^2}{x^2+1} + 2\right) dx = 3\int_0^1 \frac{x^2}{x^2+1} dx + \int_0^1 2\, dx = 3(x - \operatorname{arctg} x)\Big|_0^1 + 2x\Big|_0^1 =$$

$$= 3(1 - \operatorname{arctg} 1) - 3(0 - \operatorname{arctg} 0) + 2 - 0 =$$

$$= 3\left(1 - \frac{\pi}{4}\right) - 3(0-0) + 2 = \boxed{5 - \frac{3\pi}{4}}$$

JUN 02

$$\int \frac{6x}{x^2+1} dx = 3\int \frac{2x}{x^2+1} dx = \boxed{3 \ln(x^2+1) + K}$$

$$\left.\begin{array}{l} y = \dfrac{6x}{x^2+1} \\ y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{6x}{x^2+1} = 0 \; ; \; 6x = 0 \, , \; x = 0$$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
signo $\frac{6x}{x^2+1}$		$-$	0	$+$	

$$\text{Area} = \int_2^5 \frac{6x}{x^2+1} dx = 3\ln(x^2+1)\Big|_2^5 = 3\ln 26 - 3\ln 5 = \boxed{3\ln\left(\frac{26}{5}\right)}$$

SEPT 02

$$\int x^2 e^x dx = x^2 e^x - \int 2x e^x dx = x^2e^x - 2xe^x + \int 2e^x dx = \boxed{x^2e^x - 2xe^x + 2e^x + K}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} u = x^2 \longrightarrow u' = 2x \\ v' = e^x \longrightarrow v = e^x \end{array}} \qquad \begin{array}{l} u = 2x \longrightarrow u' = 2 \\ v' = e^x \longrightarrow v = e^x \end{array}$$

$$\int_1^2 x^2 e^x dx = (x^2 - 2x + 2)e^x \Big|_1^2 = (4-4+2)e^2 - (1-2+2)e^1 = 2e^2 - e = \boxed{e(2e-1)}$$

$$= 2\int_0^1 x^{1/2}\,dx + \int_1^4 (x^{1/2} - x + 2)\,dx = 2\frac{x^{3/2}}{3/2}\Big|_0^1 + \left(\frac{x^{3/2}}{3/2} - \frac{x^2}{2} + 2x\right)\Big|_1^4 =$$

$$= \left(\frac{4}{3}\cdot 1\right) - 0 + \left(\frac{2}{3}4^{3/2} - \cancel{\frac{16}{2}} + \cancel{8}\right) - \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2} + 2\right) =$$

$$= \frac{4}{3} + \frac{16}{3} - \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - 2 = \boxed{\frac{9}{2}}$$

SEPT 00

$$f(x) = (x-1)^2$$

$$y' = 2(x-1) = 2x-2$$

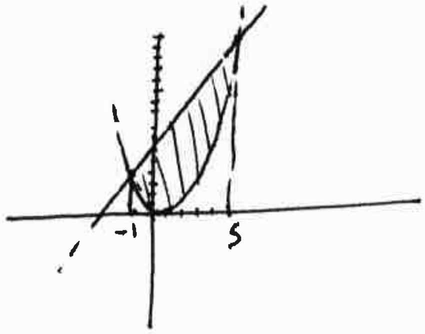
$$x = 2 \longrightarrow y' = 4-2 = 2$$

$$\left.\begin{matrix} P(0,6) \\ \text{Pend} = 2 \end{matrix}\right\} \longrightarrow y-6 = 2(x-0) \quad \boxed{y = 2x+6}$$

$$\left.\begin{matrix} y = (x-1)^2 \\ y = 2x+6 \end{matrix}\right\} \quad (x-1)^2 = 2x+6 \;; \quad x^2 - 2x + 1 = 2x+6 \;; \quad x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16+20}}{2} = \frac{4 \pm 6}{2} \begin{cases} 5 \\ -1 \end{cases}$$

$$\text{Area} = \int_{-1}^{5} \left[(2x+6) - (x-1)^2\right] dx =$$



$$= \int_{-1}^{5} (2x+6 - x^2 + 2x - 1)\,dx = \int_{-1}^{5} (-x^2 + 4x + 5)\,dx =$$

$$= \left(-\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 5x\right)\Big|_{-1}^{5} = \left(-\frac{125}{3} + 50 + 25\right) - \left(+\frac{1}{3} + 2 - 5\right) = -\frac{125}{3} + 50 + 25 - \frac{1}{3} - 2 + 5 = \boxed{36}$$

JUN 01

$$\int \sin^2(3x)\,dx = -\frac{1}{3}\sin 3x \cos 3x + \int \cancel{3}\cos 3x\, \frac{1}{\cancel{3}}\cos 3x\,dx = -\frac{1}{3}\sin 3x\cos 3x + \int \cos^2 3x\,dx =$$

$$\boxed{\begin{matrix} u = \sin 3x \longrightarrow u' = 3\cos 3x \\ v' = \sin 3x \longrightarrow v = -\frac{1}{3}\cos 3x \end{matrix}}$$

$$= -\frac{1}{3}\sin 3x\cos 3x + \int (1 - \sin^2 3x)\,dx = -\frac{1}{3}\sin 3x\cos 3x + x - \int \sin^2 3x\,dx$$

$$2\int \sin^2 3x\,dx = -\frac{1}{3}\sin 3x\cos 3x + x \Longrightarrow \boxed{\int \sin^2 3x\,dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{6}\sin 3x\cos 3x + K}$$

JUN 03

$$y = x \qquad y = x^2 \qquad y = \frac{x^2}{4}$$

$$\left.\begin{array}{l} y = x \\ y = x^2 \end{array}\right\} \to x^2 = x \;;\; x^2 - x = 0 \;,\; x(x-1) = 0 \to \boxed{\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}}$$

$$\left.\begin{array}{l} y = x \\ y = \frac{x^2}{4} \end{array}\right\} \to \frac{x^2}{4} = x \;;\; x^2 = 4x \;;\; x^2 - 4x = 0 \;;\; x(x-4) = 0 \to \boxed{\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 4 \end{array}}$$

$$\left.\begin{array}{l} y = x^2 \\ y = \frac{x^2}{4} \end{array}\right\} \to x^2 = \frac{x^2}{4} \;;\; 4x^2 = x^2 ;\; 3x^2 = 0 \;:\; \boxed{x = 0}$$

$y = x$

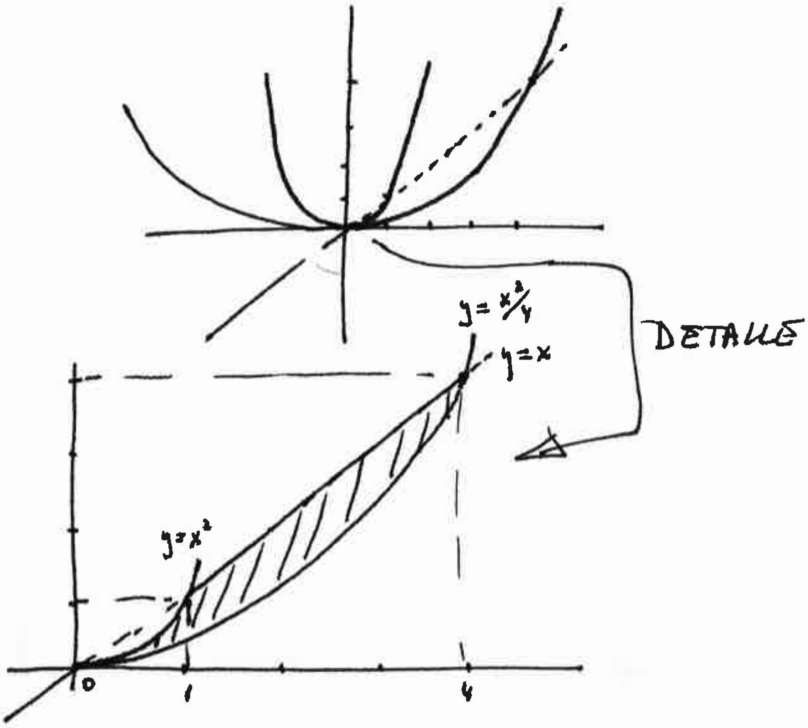
x	y
0	0
1	1
4	4

$y = x^2$

x	y
0	0
1	1

$y = \frac{x^2}{4}$

x	y
0	0
4	4



$$\text{Área} = \int_0^1 \left(x^2 - \frac{x^2}{4}\right) dx + \int_1^4 \left(x - \frac{x^2}{4}\right) dx =$$

$$= \int_0^1 \frac{3x^2}{4} dx + \int_1^4 \left(x - \frac{x^2}{4}\right) dx =$$

$$= \frac{\cancel{3}}{4} \frac{x^3}{\cancel{3}} \Big|_0^1 + \left(\frac{x^2}{2} - \frac{1}{4}\frac{x^3}{3}\right)\Big|_1^4 = \left(\frac{1}{4} - 0\right) + \left(\frac{16}{2} - \frac{64}{12}\right) - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{12}\right) = \boxed{\frac{5}{2}}$$

SEPT 03

$$f(x) = \begin{cases} x \ln x & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases} \qquad f'(x) = x \cdot \frac{1}{x} + 1 \cdot \ln x = 1 + \ln x \quad \text{si } x > 0$$

$$f'(x) = 0 \to 1 + \ln x = 0 \;;\; \ln x = -1 \;;\; x = e^{-1} = \frac{1}{e}$$

x	0		1/e		+∞
f(x)		↘		↗	
f'(x)		−	0	+	

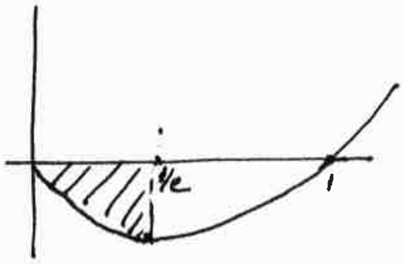
Mínimo en $x = 1/e$

$$\left.\begin{array}{l} y = x \ln x \\ y = 0 \end{array}\right\} \quad x \ln x = 0 \to \begin{array}{l} \boxed{x = 0} \\ \ln x = 0 \;;\; \boxed{x = 1} \end{array}$$

x	0		1		+∞
Signo x ln x	0	−	0	+	

$$\text{Area} = -\int_0^{1/e} x\ln x\,dx = -\ln x\cdot\frac{x^2}{2}\Big|_0^{1/e} + \int_0^{1/e}\frac{1}{x}\cdot\frac{x^2}{2}\,dx =$$

$$\boxed{\begin{array}{l} u=\ln x \longrightarrow u'=\frac{1}{x} \\ v'=x \longrightarrow v=x^2/2 \end{array}}$$



$$= \frac{-x^2\ln x}{2}\Big|_0^{1/e} + \int_0^{1/e}\frac{x}{2}\,dx = \left(\frac{-x^2\ln x}{2} + \frac{x^2}{4}\right)\Big|_0^{1/e} = \left(\frac{-(1/e)^2\ln(1/e)}{2} + \frac{(1/e)^2}{4}\right) - \left(\frac{0}{2}+0\right) =$$

$$= \frac{1}{2e^2} + \frac{1}{4e^2} = \boxed{\frac{3}{4e^2}}$$

JUN 04

$$\left.\begin{array}{l} y = 4-(x-2)^2 \\ y=0 \end{array}\right\} \quad 0 = 4-(x-2)^2 \;;\quad (x-2)^2=4 \;;\quad x-2=\pm 2 \;;\quad x = \begin{cases} 2+2=4 \\ 2-2=0 \end{cases}$$

$$\boxed{C(4,0)}$$

$$\text{Recta } r_4: \left.\begin{array}{l}(0,0)\\(-4,4)\end{array}\right| \longrightarrow \vec{v}=(-4,4) \longrightarrow m=-1 \qquad \boxed{y=-x}$$

$$\text{Recta } r_2: \left.\begin{array}{l}(-4,0)\\m=-1\end{array}\right| \longrightarrow y=-(x+4) \qquad \boxed{y=4-x} \qquad x=0 \longrightarrow y=-4 \qquad \boxed{D=(0,-4)}$$

$$\text{Recta } r_1: \left.\begin{array}{l}D(0,-4)\\C(4,0)\end{array}\right| \longrightarrow \vec{v}=(4,4) \longrightarrow m=1 \qquad y+4=x \;;\quad \boxed{y=x-4}$$

$$\text{Area} = \int_{-4}^{0}\left(-x-(4-x)\right)dx + \int_0^4\left(4-(x-2)^2-(x-4)\right)dx = \int_{-4}^{0}4\,dx + \int_0^4\left(4-x^2+4x-\cancel{4}-x+\cancel{4}\right)dx =$$

$$= \int_{-4}^{0}4\,dx + \int_0^4\left(-x^2+3x+4\right)dx = 4x\Big|_{-4}^{0} + \left(-\frac{x^3}{3}+\frac{3x^2}{2}+4x\right)\Big|_0^4 = 0+16+\left(\frac{-64}{3}+24+16\right)-0 =$$

$$= 16+24+16-\frac{64}{3} = 56-\frac{64}{3} = \boxed{\frac{104}{3}}$$

SEPT 04

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-2} \qquad f'(x) = \frac{2(x-2)-(2x+1)}{(x-2)^2} = \frac{-5}{(x-2)^2}$$

a) $x=3 \to f(3) = \frac{7}{1} = 7$; $\;\to f'(3) = -5$ $\qquad y-7 = -5(x-3)$ $\qquad \boxed{y=22-5x}$

b) $\lim_{x\to\infty}\frac{2x+1}{x-2} = \frac{\infty}{\infty} = \lim_{x\to\infty}\frac{2}{1} = 2$ $\qquad \boxed{y=2 \text{ A. Horizontal}}$

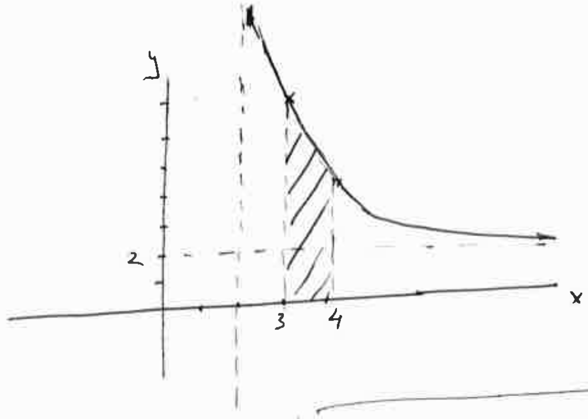
$$\left.\begin{array}{l} y=22-5x \\ y=2 \end{array}\right\} \quad 2=22-5x \;;\quad 5x=20 \;;\quad x=4 \qquad \boxed{P(4,2)}$$

$$f(x)=\frac{2x+1}{x-2} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \quad \frac{2x+1}{x-2}=0 \; ; \quad 2x+1=0 \; ; \quad x=-1/2$$

$$y=0$$

$$y=\frac{2x+1}{x-2}$$

x	y
$-1/2$	0
2	$\times$
3	7
4	$9/2$



$$\text{Area}=\int_3^4 \frac{2x+1}{x-2}\,dx=\int_3^4\left(2+\frac{5}{x-2}\right)dx=$$

$$\boxed{\begin{array}{l|l} 2x+1 & x-2 \\ \underline{-2x+4} & 2 \\ 5 & \end{array}}$$

$$=\left(2x+5\ln(x-2)\right)\Big|_3^4=(8+5\ln 2)-(6+5\ln 1)=\boxed{2+5\ln 2}$$

JUN 05

$$f(x)=\frac{\operatorname{sen}x}{2-\cos x}$$

a) $2-\cos x=0 \; , \; \cos x=2 \quad \times$

$\boxed{\text{Dominio}=\mathbb{R}}$ Periodo $=2\pi$ $\boxed{\text{Dominio Restringido}=[0,2\pi)}$

$$f'(x)=\frac{\cos x\,(2-\cos x)-\operatorname{sen}x\cdot\operatorname{sen}x}{(2-\cos x)^2}=\frac{2\cos x-\cos^2x-\operatorname{sen}^2x}{(2-\cos x)^2}=\frac{2\cos x-1}{(2-\cos x)^2}$$

$$f'(x)=0 \Longrightarrow 2\cos x-1=0 \; ; \quad \cos x=\frac{1}{2} \Longrightarrow \boxed{\begin{array}{l} x=\pi/3 \\ x=\frac{5\pi}{3}\end{array}}$$

x	0		$\pi/3$		$5\pi/3$		2π
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$f(x)$ tiene un máximo relativo en $x=\pi/3$
" " " mínimo " " $x=5\pi/3$

b) $$\int_0^{\pi/3}\frac{\operatorname{sen}x}{2-\cos x}\,dx=\ln(2-\cos x)\Big|_0^{\pi/3}=\ln\left(2-\tfrac{1}{2}\right)-\ln(2-1)=\ln\tfrac{3}{2}-\ln 1=\boxed{\ln\tfrac{3}{2}}$$

SEPT 05

$$f(x)=x\sqrt{4-x^2}$$

$\boxed{\text{Dominio}=[-2,2]}$

a) $$f'(x)=1\cdot\sqrt{4-x^2}+x\cdot\frac{-2x}{2\sqrt{4-x^2}}=\sqrt{4-x^2}-\frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}=\frac{4-x^2-x^2}{\sqrt{4-x^2}}=\frac{4-2x^2}{\sqrt{4-x^2}}$$

$x=0 \rightarrow y=0$
$\quad\;\; \rightarrow y'=\frac{4}{\sqrt{4}}=\frac{4}{2}=2$

$y-0=2(x-0)\; ; \quad \boxed{y=2x}$

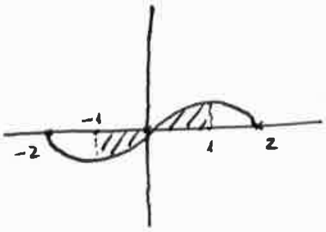
b) $\int_{-1}^{1} x\sqrt{4-x^2}\,dx = \frac{1}{-2}\int_{-1}^{1}(-2x)(4-x^2)^{1/2}\,dx = -\frac{1}{2}\left.\frac{(4-x^2)^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1}\right|_{-1}^{1} =$

$= -\frac{1}{2}\left.\frac{(4-x^2)^{3/2}}{3/2}\right|_{-1}^{1} = -\left.\frac{\sqrt{(4-x^2)^3}}{3}\right|_{-1}^{1} = -\frac{\sqrt{27}}{3}+\frac{\sqrt{27}}{3} = \boxed{0}$

c) $y = x\sqrt{4-x^2}$

$y=0 \rightarrow x\sqrt{4-x^2}=0 \rightarrow x=0,\ x=\pm 2$

x	-2		0		2
f(x)	0	-	0	+	0



$\text{Area} = 2\int_0^1 x\sqrt{4-x^2}\,dx = -\int_0^1(-2x)(4-x^2)^{1/2}\,dx = -\left.\frac{(4-x^2)^{3/2}}{3/2}\right|_0^1 =$

$= -\frac{2}{3}\left.\sqrt{(4-x^2)^3}\right|_0^1 = -\frac{2}{3}\sqrt{27}+\frac{2}{3}\sqrt{64} = \boxed{\frac{2}{3}(8-3\sqrt{3})}$

JUN 06 $\quad f(x) = \frac{3x^3}{x^2-4} \qquad D = \mathbb{R} - \{\pm 2\}$

a) $\lim_{x\to 2^-} f(x) = \frac{24}{-0} = -\infty$

$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \frac{24}{+0} = +\infty$ $\Rightarrow$ $\boxed{\text{A. Vertical } x=2}$

$\lim_{x\to -2^-} f(x) = \frac{24}{+0} = +\infty$

$\lim_{x\to -2^+} f(x) = \frac{24}{-0} = -\infty$ $\Rightarrow$ $\boxed{\text{A. Vertical } x=-2}$

$\lim_{x\to\infty} f(x) = \frac{\infty}{\infty} = \lim_{x\to\infty}\frac{9x^2}{2x} = \frac{\infty}{\infty} = \lim_{x\to\infty}\frac{18x}{2} = \infty \rightarrow$ No tiene A. Horizontal

$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty}\frac{3x^3}{x^3-4x} = \frac{\infty}{\infty} = \lim_{x\to\infty}\frac{9x^2}{3x^2-4} = \frac{\infty}{\infty} = \lim_{x\to\infty}\frac{18\cancel{x}}{6\cancel{x}} = 3 = m$

$\lim_{x\to\infty}(f(x)-mx) = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x^3}{x^2-4}-3x\right) = \lim_{x\to\infty}\frac{\cancel{3x^3}-\cancel{3x^3}+12x}{x^2-4} = \lim_{x\to\infty}\frac{12x}{x^2-4} = \frac{\infty}{\infty} =$

$= \lim_{x\to\infty}\frac{12}{2x} = 0 = n$ $\qquad \boxed{\text{A. Oblicua } y=3x}$

Otro procedimiento para hallar la Asíntota oblicua

$$\begin{array}{r|l} 3x^3 & x^2-4 \\ \hline -3x^3+12x & 3x \\ 12x & \end{array}$$

$f(x) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{A. Oblicua}}}{3x} + \frac{12x}{x^2-4}$

b) $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{3x^3}{x^2-4}\,dx = \boxed{0}$ Por ser $f(x)$ una función impar.

Otro procedimiento:

$$\int_{-1}^{1} \frac{3x^3}{x^2-4}\,dx = \int_{-1}^{1}\left(3x + \frac{12x}{x^2-4}\right)dx = \frac{3x^2}{2} + 6\ln|x^2-4|\,\Big|_{-1}^{1} = \left(\frac{3}{2}+6\ln 3\right) - \left(\frac{3}{2}+6\ln 3\right) = 0$$

SEPT 06

$y = x^2-2x+1$

$x=0 \rightarrow y=1$ $\quad P(0,1)$

$y=0 \rightarrow x^2-2x+1=0$

$x=1$ $\quad Q(1,0)$

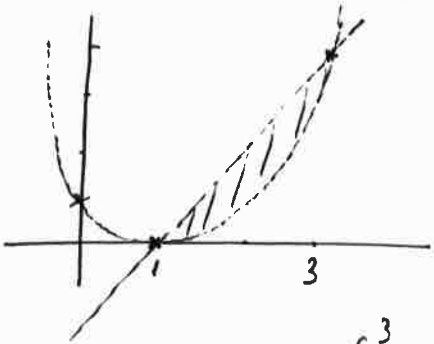
$y'=0 \rightarrow 2x-2=0$

$x=1$ $\quad V(1,0)$

$\left.\begin{array}{l} A(1,0) \\ B(3,4)\end{array}\right|$ $\vec{AB} = (2,4) \rightarrow m = \frac{4}{2} = 2$

$y-0 = 2\cdot(x-1)$

$y = 2x-2$



$\left.\begin{array}{l} y = x^2-2x+1 \\ y = 2x-2 \end{array}\right\}$ $\quad x^2-2x+1 = 2x-2$

$x^2-4x+3=0$

$x = 1,\ 3$

$$\text{Area} = \int_1^3 (2x-2)-(x^2-2x+1)\,dx = \int_1^3 (-x^2+4x-3)\,dx = -\frac{x^3}{3}+2x^2-3x\,\Big|_1^3 =$$

$$= \left(-\frac{27}{3}+18-9\right) - \left(-\frac{1}{3}+2-3\right) = 0 = \frac{1}{3}-2+3 = \frac{1-6+9}{3} = \boxed{\frac{4}{3}\ \text{u.a.}}$$

JUN 07

$f(x) = ax^2 + bx\cos x + c$; $f'(x) = 2ax + b\cos x - bx\,\text{sen}\,x$

$P(0,1) \rightarrow \boxed{1 = c}$

Recta tangente paralela a $y=x$ en $P(0,1)$ $\rightarrow \boxed{1 = b}$

$$\int_0^{\pi}(ax^2+bx\cos x+c)\,dx = \int_0^{\pi}(ax^2+c)\,dx + b\int_0^{\pi} x\cos x\,dx = \int_0^{\pi}(ax^2+c)\,dx + bx\,\text{sen}\,x\Big|_0^{\pi} - b\int_0^{\pi}\text{sen}\,x\,dx =$$

$$\boxed{\begin{array}{l|l} u = x & du = dx \\ dv = \cos x\,dx & v = \text{sen}\,x \end{array}}$$

$$= \frac{ax^3}{3} + cx + bx\,\text{sen}\,x + b\cos x\,\Big|_0^{\pi} = \left(\frac{a\pi^3}{3} + \pi c - b\right) - (b) =$$

$$= \frac{a\pi^3}{3} + \pi c - 2b = \boxed{\pi\left(\frac{a}{3}\pi^2 + c\right) - 2b} \rightarrow \boxed{a = 2}$$

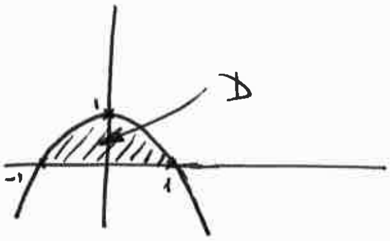
SEPT 07

$y = 1-x^2$

$x=0 \rightarrow y=1$ $\quad P(0,1)$

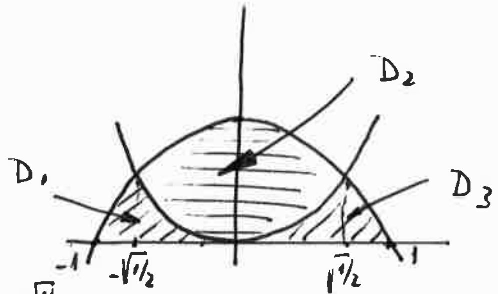
$y=0 \rightarrow x=\pm 1$ $\quad Q_1(1,0)$ $\quad Q_2(-1,0)$

$y'=0 \rightarrow x=0$ $\quad V(0,1)$



a) $\text{Area } D = \int_{-1}^{1}(1-x^2)\,dx = 2\int_0^1(1-x^2)\,dx = 2\left(x-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^1 = 2\left(1-\frac{1}{3}\right) = \boxed{\frac{4}{3} \text{ u.s.}}$

b) $\left.\begin{array}{l} y = 1-x^2 \\ y = x^2 \end{array}\right\}$ $\quad x^2 = 1-x^2 \; ; \quad 2x^2=1 \; ; \quad x=\pm\sqrt{1/2} \rightarrow R_1\left(\sqrt{1/2}, 1/2\right)$ $\quad R_2\left(-\sqrt{1/2}, 1/2\right)$



$\text{Area } D_2 = \int_{-\sqrt{1/2}}^{\sqrt{1/2}}\left[(1-x^2)-x^2\right]dx = 2\int_0^{\sqrt{1/2}}(1-2x^2)\,dx = 2\left(x-\frac{2x^3}{3}\right)\Big|_0^{\sqrt{1/2}} =$

$= 2x\left(1-\frac{2x^2}{3}\right)\Big|_0^{\sqrt{1/2}} = 2\sqrt{1/2}\left(1-\frac{2\cdot 1/2}{3}\right) = 2\sqrt{\frac{1}{2}}\;\frac{2}{3} = \boxed{\frac{4}{3\sqrt{2}} \text{ u.s}} = \boxed{\frac{2\sqrt{2}}{3} \text{ u.s}}$

$\simeq 0'943$ u.s.

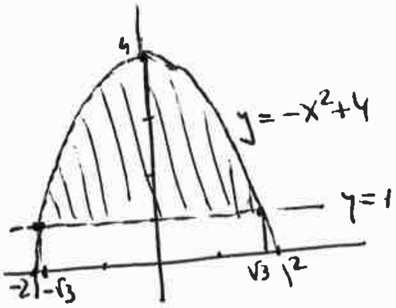
SEPT 08

$y=-x^2+4 \rightarrow y'=-2x$

$y'=0 \rightarrow x=0$

	x	y
	-2	0
	-1	3
V	0	4
	1	3
	2	0

$\left.\begin{array}{l} y=-x^2+4 \\ y=1 \end{array}\right\} \rightarrow 1=-x^2+4 \; ; \quad x^2=3 \; ; \quad x=\pm\sqrt{3}$



$\text{Area} = \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}}(-x^2+4)-1\,dx =$

$= 2\int_0^{\sqrt{3}}(-x^2+3)\,dx =$

$= 2\left[-\frac{x^3}{3}+3x\right]_0^{\sqrt{3}} = 2\left(-\sqrt{3}+3\sqrt{3}\right) = \boxed{4\sqrt{3}\; u^2} \simeq 6'93\; u^2$

JUN 08

$f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ $\quad$ dom f = $\mathbb{R}$

a) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \frac{\infty}{\infty} = \lim_{x\to-\infty} \frac{1}{2x} = 0$
$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \frac{\infty}{\infty} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{2x} = 0$ } Asíntota Horizontal $y=0$

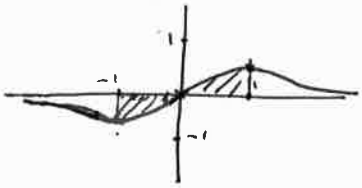
$f'(x) = \frac{1\cdot(x^2+1) - x\cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$

$f'(x)=0 \Rightarrow x=\pm 1$ Posibles Max/Min

		-1		1	
f'(x)	−		+		−
f(x)	↘		↗		↘

Mínimo Relativo en $x=-1$ $\boxed{(-1, -1/2)}$
Máximo Relativo en $x=1$ $\boxed{(1, 1/2)}$

b)



$f(-x) = \frac{-x}{(-x)^2+1} = \frac{-x}{x^2+1} = -f(x)$

f es simétrica respecto del origen $\Rightarrow$ Función IMPAR

c) Area $= 2\int_0^1 \frac{x}{x^2+1}\,dx = \int_0^1 \frac{2x}{x^2+1}\,dx = \left[\ln|x^2+1|\right]_0^1 = \ln 2 - \ln 1 = \boxed{\ln 2}$

SEPT 08

$f(x) = 2 - \frac{x}{x^2+1}$ $\quad$ dom f = $\mathbb{R}$

a) $f'(x) = -\frac{1\cdot(x^2+1) - x\cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{x^2-1}{(x^2+1)^2}$

$f'(x)=0 \Rightarrow x=\pm 1$ Posibles Max/Min

		-1		1	
f'	+		−		+
f	↗		↘		↗

Máximo Relativo en $x=-1$ $\boxed{(-1, 5/2)}$
Mínimo Relativo en $x=1$ $\boxed{(1, 3/2)}$

$f''(x) = \frac{2x(x^2+1)^{\cancel{2}} - (x^2-1)\cdot 2\cancel{(x^2+1)}\cdot 2x}{(x^2+1)^{\cancel{4}\,3}} = \frac{2x(x^2+1-2x^2+2)}{(x^2+1)^3} = \frac{2x(3-x^2)}{(x^2+1)^3}$

$f''(x)=0 \Rightarrow x = \begin{cases} 0 \\ \pm\sqrt{3} \end{cases}$ Posibles Puntos Inflexión

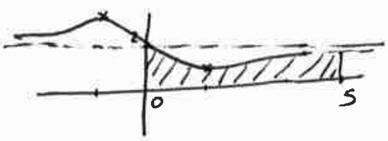
		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$	
f''	+		−		+		−
f	cónc		conv.		cónc		conv.

Punto Inflexión en $x=0$ $\boxed{(0,2)}$
" " " $x=-\sqrt{3}$ $\boxed{\left(-\sqrt{3}, \frac{8+\sqrt{3}}{4}\right)}$
" " " $x=\sqrt{3}$ $\boxed{\left(\sqrt{3}, \frac{8-\sqrt{3}}{4}\right)}$

b) $y=0 \rightarrow 0 = 2 - \frac{x}{x^2+1}$; $\frac{x}{x^2+1} = 2$; $x = 2x^2+2$; $2x^2-x+2=0$

$x = \frac{+1\pm\sqrt{1-16}}{4} = \cancel{\frac{1\pm\sqrt{-15}}{4}}$

$f(x) > 0$ para todo $x \in$ dom f.



Area $= \int_0^5 \left(2 - \frac{x}{x^2+1}\right)dx = \left[2x - \frac{1}{2}\ln|x^2+1|\right]_0^5 =$

$= \left(10 - \frac{1}{2}\ln 26\right) - \left(0 - \frac{1}{2}\ln 1\right) = \boxed{10 - \frac{\ln 26}{2}}$

JUN 09

$y = -x^2 + x + \frac{7}{4}$

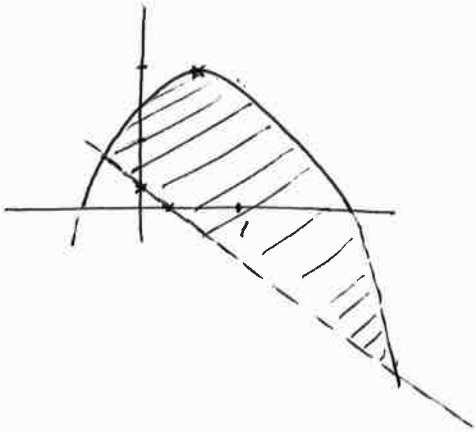
$y' = -2x + 1$

$y' = 0 \rightarrow x = 1/2 \rightarrow$ Mínimo en $x = \frac{1}{2}$ $\boxed{(1/2\ ,\ 2)}$

$x = 0 \rightarrow y = 7/4$

$y = 0 \rightarrow 0 = -x^2 + x + 7/4 \quad ; \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+7}}{-2} = \frac{-1 \pm \sqrt{8}}{-2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{2}$

$A(0, 1/4)$
$B(1/6, 0)$ | $\vec{AB} = (1/6, -1/4) \rightarrow m = \frac{-1/4}{1/6} = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$



$y - 0 = -\frac{3}{2}\left(x - \frac{1}{6}\right)$

$y = \frac{3}{12} - \frac{3x}{2}$

$\left.\begin{array}{l} y = -x^2 + x + \frac{7}{4} \\ y = \frac{3}{12} - \frac{3x}{2} \end{array}\right\}$ $\quad \frac{3}{12} - \frac{3x}{2} = -x^2 + x + \frac{7}{4}$

$3 - 18x = -12x^2 + 12x + 21$

$12x^2 - 30x - 18 = 0$

$2x^2 - 5x - 3 = 0$

$x = \frac{5 \pm \sqrt{25+24}}{4} = \frac{5 \pm 7}{4} \begin{cases} 3 \\ -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$

$$\text{Area} = \int_{-1/2}^{3} \left[\left(-x^2 + x + \frac{7}{4}\right) - \left(\frac{3}{12} - \frac{3x}{2}\right)\right] dx = \int_{-1/2}^{3} \left(-x^2 + \frac{5x}{2} + \frac{18}{12}\right) dx =$$

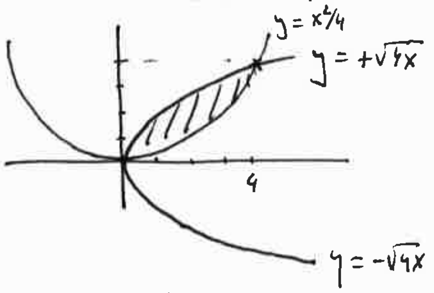
$$= \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{5x^2}{4} + \frac{18x}{12}\right]_{-1/2}^{3} = \frac{1}{12}\left[-4x^3 + 15x^2 + 18x\right]_{-1/2}^{3} =$$

$$= \frac{1}{12}(-108 + 135 + 54) - \frac{1}{12}\left(\frac{1}{2} + \frac{15}{4} - 9\right) = \frac{-108 + 135 + 54 - \frac{1}{2} - \frac{15}{4} + 9}{12} = \boxed{\frac{343}{48}} = 7'14583$$

SEPT 09

$y^2 = 4x \longrightarrow \left(\frac{x^2}{4}\right)^2 = 4x \quad ; \quad x^4 = 64x \rightarrow x(x^3 - 64) = 0 \rightarrow \boxed{\begin{array}{l} x = 0 \rightarrow y = 0 \\ x = 4 \rightarrow y = 4 \end{array}}$

$x^2 = 4y \longrightarrow y = x^2/4$



$$\text{Area} = \int_0^4 \left(\sqrt{4x} - \frac{x^2}{4}\right) dx = \int_0^4 \left(2 \cdot x^{1/2} - \frac{1}{4}x^2\right) dx = \left[\frac{2x^{3/2}}{3/2} - \frac{1}{4}\frac{x^3}{3}\right]_0^4 = \left[\frac{4\sqrt{x^3}}{3} - \frac{x^3}{12}\right]_0^4 =$$

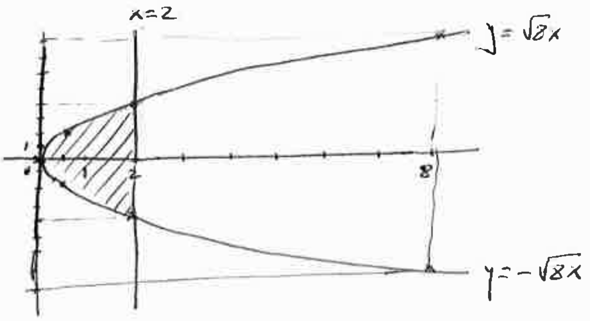
$$= \frac{32}{3} - \frac{16}{3} = \boxed{\frac{16}{3}}$$

JUNIO fase E

a) $y^2=8x$; $y=\pm\sqrt{8x}$

dominio $=[0,+\infty)$

x	y
0	0
1/2	± 2
2	± 4
8	± 8



b) $$\text{Area} = 2\int_0^2 \sqrt{8x}\,dx =$$

$$= 2\sqrt{8}\int_0^2 \sqrt{x}\,dx = 4\sqrt{2}\int_0^2 x^{1/2}\,dx = 4\sqrt{2}\cdot\left(\frac{x^{3/2}}{3/2}\right)_0^2 = \frac{8\sqrt{2}}{3}\left(\sqrt{x^3}\right)_0^2 = \frac{8\sqrt{2}}{3}\left(\sqrt{8}-0\right) =$$

$$= \frac{8\sqrt{16}}{3} = \boxed{\frac{32}{3}\ \text{u.s.}}$$

JUNIO fase E

$y=\frac{4}{2-x}$, $y=4$ } $4=\frac{4}{2-x}$; $2-x=1$; $x=1$ $P(1,4)$

$y=\frac{4}{2-x}$, $x=0$ } $y=\frac{4}{2}=2$ $P(0,2)$

$f(x)=\frac{4}{2-x}$

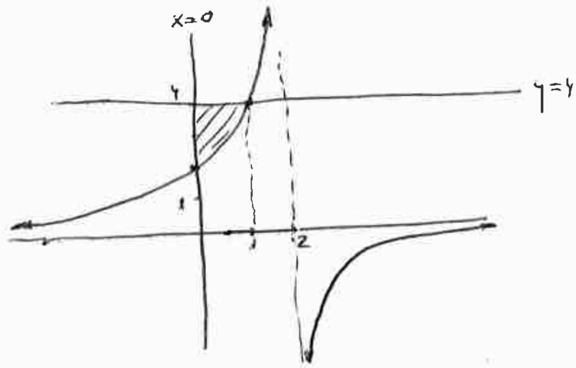
dominio $=\mathbb{R}-\{2\}$

$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \frac{4}{0^+} = +\infty$

$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \frac{4}{0^-} = -\infty$

$\lim_{x\to -\infty} f(x) = \frac{4}{+\infty} = 0$

$\lim_{x\to +\infty} f(x) = \frac{4}{-\infty} = 0$



$$\text{Area} = \int_0^1\left(4-\frac{4}{2-x}\right)dx = \int_0^1 4\,dx + 4\int_0^1 \frac{-1}{2-x}\,dx = \Big[4x + 4\ln|2-x|\Big]_0^1 =$$

$$= (4+4\overset{0}{\ln 1}) - (0+4\ln 2) = \boxed{4-4\ln 2} = 1'2274\ \text{u.s.}$$

JUNIO fase G

$$F(x)=\int x(1-\ln x)\,dx = (1-\ln x)\cdot\frac{x^2}{2} - \int\frac{-1}{x}\cdot\frac{x^2}{2}\,dx = (1-\ln x)\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2}\int x\,dx = (1-\ln x)\frac{x^2}{2}+\frac{1}{2}\,\frac{x^2}{2} =$$

$$\boxed{\begin{array}{l|l} u=1-\ln x & du=-\frac{1}{x}dx \\ dv=x\,dx & v=\frac{x^2}{2}\end{array}}$$

$$= \frac{x^2}{2}\left[1-\ln x+\frac{1}{2}\right] = \frac{x^2}{2}\cdot\frac{3-2\ln x}{2} = \boxed{\frac{(3-2\ln x)x^2}{4}+k}$$

$P(1,3) \Rightarrow$ $3=\frac{(3-2\overset{0}{\ln 1})\cdot 1^2}{4}+k$; $3=\frac{3}{4}+k$; $k=\frac{9}{4}$

$$F(x)=\frac{(3-2\ln x)x^2}{4}+\frac{9}{4} = \boxed{\frac{(3-2\ln x)x^2+9}{4}}$$

JUN 10 fase G

$$\int \frac{e^x - 4e^{2x}}{1+e^x}\,dx = \int \frac{t-4t^2}{1+t}\cdot\frac{1}{t}\,dt = \int \frac{\cancel{t}(1-4t)}{(1+t)\cdot\cancel{t}}\,dt = \int \frac{1-4t}{1+t}\,dt =$$

$$\boxed{\begin{array}{l} t=e^x \\ x=\ln t \\ dx=\frac{1}{t}\,dt \end{array}}$$

$$\begin{array}{rr|l} -4t & +1 & t+1 \\ +4t & +4 & -4 \\ \hline & 5 & \end{array}$$

$$= \int\left(-4+\frac{5}{t+1}\right)dt = -4t+5\ln(t+1) = \boxed{-4e^x+5\ln(1+e^x)+K}$$

SEPT 10 fase E

$$\left.\begin{array}{l} y=6x-x^2 \\ y=0 \end{array}\right\} \quad 0=6x-x^2 \ ; \quad 0=x(6-x) \ ; \quad x=\begin{cases}0\\6\end{cases} \quad \begin{array}{l}(0,0)\\(6,0)\end{array}$$

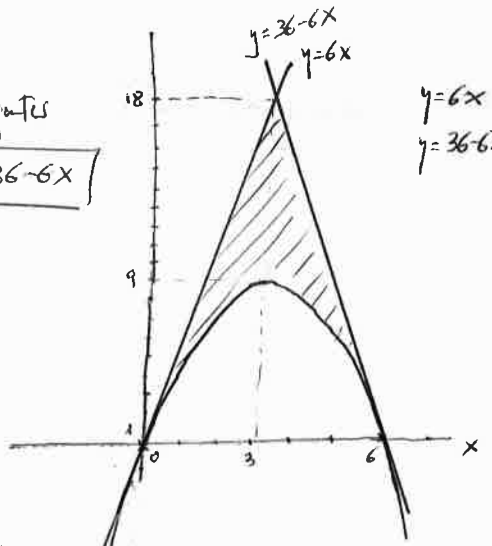
$y'=6-2x$

$x=0 \to y=0$, $\to y'=6$ $\qquad y-0=6(x-0) \ ; \ \boxed{y=6x}$

Rectas Tangentes

$x=6 \to y=0$, $\to y'=6-12=-6$ $\qquad y-0=-6(x-6) \ ; \ \boxed{y=36-6x}$

$$\left.\begin{array}{l} y=6x \\ y=36-6x \end{array}\right\} \to \begin{array}{l} x=3 \\ y=18 \end{array}$$



$y=6x-x^2$

$y'=0 \to 6-2x=0 \ ; \ x=3 \Rightarrow$ Vértice en $x=3$

x	y
0	0
3	9
6	0

a) $$\text{Área} = \int_0^3 \left(6x-(6x-x^2)\right)dx + \int_3^6 \left((36-6x)-(6x-x^2)\right)dx =$$

$$= \int_0^3 x^2\,dx + \int_3^6 (36-12x+x^2)\,dx = \left(\frac{x^3}{3}\right)_0^3 + \left(36x-6x^2+\frac{x^3}{3}\right)_3^6 =$$

$$= \frac{27}{3} - 0 + (2\cancel{16}-2\cancel{16}+72)-(108-54+9) = \cancel{9}+72-108+54-\cancel{9} = \boxed{18\ u^2}$$

También. Por la simetría del recinto, $\text{Área} = 2\int_0^3 \left(6x-(6x-x^2)\right)dx = 2\int_0^3 x^2\,dx =$

$$= 2\left(\frac{x^3}{3}\right)_0^3 = 2\cdot\frac{27}{3} = 18$$

SEPT 10 fase E

$$f(x)=\begin{cases} 2x-2 & \text{si } x<2 \\ e^{x-2}+k^2 & \text{si } x\geq 2 \end{cases}$$

- $2x-2$ está definida y es continua en $\mathbb{R}$ por ser polinómica (lineal)
- $e^{x-2}+k^2$ " " " " " $\mathbb{R}$ " " exponencial.

Por lo tanto está asegurada la continuidad en $(-\infty,2)\cup(2,+\infty)$. Veamos la continuidad en $x=2$:

$$\left.\begin{array}{l} \lim_{x\to 2^-} f(x) = 2\cdot 2-2 = 2 \\ f(2) = e^{2-2}+k^2 = e^0+k^2 = k^2+1 \\ \lim_{x\to 2^+} f(x) = e^{2-2}+k^2 = e^0+k^2 = k^2+1 \end{array}\right\} \quad k^2+1=2 \ ; \ k^2=1 \ ; \ \boxed{k=\pm 1}$$

Para cualquiera de estos valores, $f(x)$ será continua en $\mathbb{R}$, y por lo tanto en $[0,4]$.

b) $K=1 \longrightarrow f(x) = \begin{cases} 2x-2 & \text{si } x<2 \\ e^{x-2}+1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases} \longrightarrow f'(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x<2 \\ e^{x-2} & \text{si } x>2 \end{cases}$

$x=3 \rightarrow f(3) = e^{3-2}+1 = e+1$

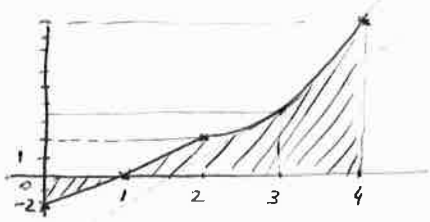
$\rightarrow f'(3) = e^{3-2} = e$

$y-(e+1) = e(x-3) \; ; \quad y = ex-3e+e+1$

$\boxed{y = ex+(1-2e)}$ Recta Tangente en $x=3$

c)

x	$f(x)$
0	-2
1	0
2^-	2
2	2
3	$e+1$
4	e^2+1



$$\text{Area} = -\int_0^1 (2x-2)dx + \int_1^2 (2x-2)dx + \int_2^4 (e^{x-2}+1)dx = -(x^2-2x)\Big|_0^1 + (x^2-2x)\Big|_1^2 + (e^{x-2}+x)\Big|_2^4 =$$

$$= -(1-2)+0+(4-4)-(1-2)+(e^2+4)-(e^0+2) = \cancel{2}+e^2+4-1-\cancel{2} = \boxed{e^2+3} = 10'3891 \text{ us}$$

SEPT 10 fase G

$$I = \int e^x \cos 3x \, dx = e^x \cos 3x + 3\int e^x \sin 3x \, dx = e^x \cos 3x + 3\left(e^x \sin 3x - 3\int e^x \cos 3x \, dx\right) =$$

$u = \cos 3x$	$du = -3\sin 3x \, dx$
$dv = e^x dx$	$v = e^x$

$u = \sin 3x$	$du = 3\cos 3x \, dx$
$dv = e^x dx$	$v = e^x$

$$= e^x \cos 3x + 3e^x \sin 3x - 9\int e^x \cos 3x \, dx$$

$$I = e^x(\cos 3x + 3\sin 3x) - 9I \implies 10I = e^x(\cos 3x + 3\sin 3x) \; ; \quad I = \frac{1}{10}e^x(\cos 3x + 3\sin 3x)$$

$$\int e^x \cos 3x \, dx = \boxed{\frac{e^x(\cos 3x + 3\sin 3x)}{10} + K}$$

SEPT 10 fase G

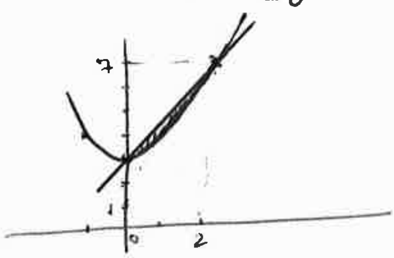
$\left.\begin{array}{l} y = x^2+3 \\ y = 2x+3 \end{array}\right\} \quad x^2+\cancel{3} = 2x+\cancel{3} \; ; \quad x^2-2x=0 \; ; \quad x = 2, \; 0$

$y = x^2+3$

x	y
-1	4
0	3
1	4
2	7

$y = 2x+3$

x	y
0	3
2	7



$$\text{Area} = \int_0^2 \left((2x+3)-(x^2+3)\right)dx = \int_0^2 (2x-x^2)dx = \left(x^2-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^2 = \left(4-\frac{8}{3}\right)-0 = \boxed{\frac{4}{3} \text{ us}}$$

JUN 11 fase E

$\left.\begin{array}{l} y = x^3-3x \\ y = x \end{array}\right\}$ $x^3-3x = x$; $x^3-4x=0$; $x(x^2-4)=0$; $x = \begin{cases} 0 \\ \pm 2 \end{cases}$

$y = x^3-3x$

$y' = 3x^2-3$; $y'=0 \Rightarrow x=\pm 1$

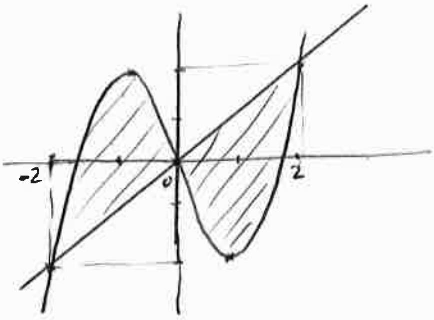
		-1		1	
y'	+		−		+
y	↗	MAX	↘	MIN	↗

$y = x^3-3x$

	x	y
	-2	-2
MAX	-1	2
	0	0
MIN	1	-2
	2	2

$y = x$

x	y
-2	-2
0	0
2	2



Por simetría:

$$\text{Area} = 2 \cdot \int_0^2 x-(x^3-3x)\, dx = 2\int_0^2 (4x-x^3)\,dx = 2\left(2x^2-\frac{x^4}{4}\right)_0^2 = 2(8-4) = \boxed{8 \text{ u.s}}$$

JUN 11 fase E

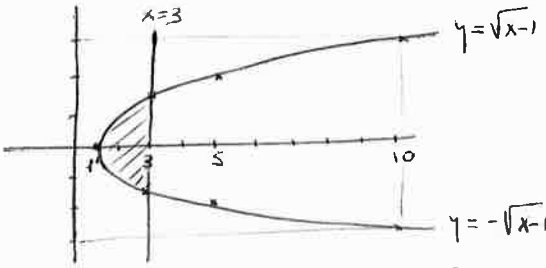
$\left.\begin{array}{l} x = y^2+1 \\ x = 3 \end{array}\right\}$ $y^2+1=3$; $y^2=2$; $y=\pm\sqrt{2}$

$x = y^2+1 \rightarrow y^2 = x-1$; $y = \pm\sqrt{x-1}$

dominio $= [1,+\infty)$

$y = \pm\sqrt{x-1}$

x	y
1	0
3	$\pm\sqrt{2}$
5	± 2
10	± 3



b) $$\text{Area} = 2\int_1^3 \sqrt{x-1}\,dx = 2\int_1^3 (x-1)^{1/2}dx = 2\left[\frac{(x-1)^{3/2}}{3/2}\right]_1^3 = \left(\frac{4}{3}\sqrt{(x-1)^3}\right)_1^3 =$$

$$= \frac{4}{3}\sqrt{8} - 0 = \boxed{\frac{8\sqrt{2}}{3}} = 3'7712 \text{ u.s.}$$

JUN 11 fase G

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x<0 \\ mx+n & \text{si } 0\le x<1 \\ 2 & \text{si } x\ge 1 \end{cases}$$

x^2, $mx+n$, 2 son funciones continuas en $\mathbb{R}$, por lo que está asegurada la continuidad en $(-\infty,0)\cup(0,1)\cup(1,+\infty)$. Veamos ahora en $x=0$, y en $x=1$:

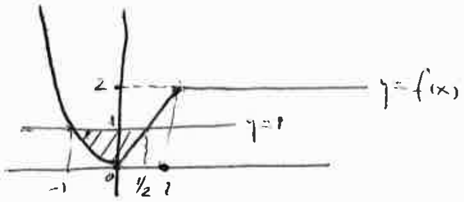
$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = 0^2 = 0 \\ f(0) = m\cdot 0+n = n \\ \lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = m\cdot 0+n = n \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{n=0}$

$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = m\cdot 1+n = m+n \\ f(1) = 2 \\ \lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow m+n=2$; $\boxed{m=2}$

Para que f(x) sea continua en $\mathbb{R}$

b) $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x<0 \\ 2x & \text{si } 0 \le x < 1 \\ 2 & \text{si } x \ge 1 \end{cases}$; $y=1 \to \begin{cases} x^2=1 \;;\; x = \begin{cases} -1 \\ \cancel{1} \end{cases} \text{ porque } 1 \not< 0 \\ 2x=1 \;;\; x=1/2 \\ 2=1 \text{ Absurdo} \end{cases}$

x	y
$-\infty$	$+\infty$
-1	1
0^-	0
0	0
$1/2$	1
1^-	2
1	2
$+\infty$	2



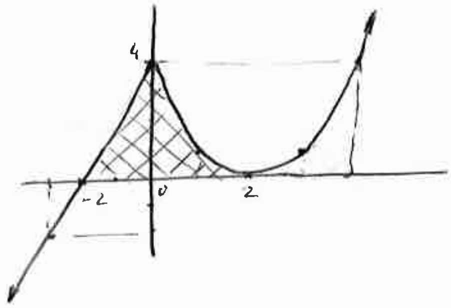
$$\text{Area} = \int_{-1}^{0} (1-x^2)\,dx + \int_{0}^{1/2} (1-2x)\,dx = \left(x-\frac{x^3}{3}\right)_{-1}^{0} + \left(x-x^2\right)_{0}^{1/2} =$$

$$= 0 - \left(-1+\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right) - 0 = \frac{2}{3}+\frac{1}{4} = \boxed{\frac{11}{12} \text{ u.s}}$$

JUN 11 fase G

$f(x) = \begin{cases} 2x+4 & \text{si } x \le 0 \\ (x-2)^2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$ $\quad y=0 \to \begin{cases} 2x+4=0 \;;\; x=-2 \\ (x-2)^2=0 \;;\; x=2 \end{cases}$

x	y
-3	-2
-2	0
0	4
0^+	4
1	1
2	0
3	1
4	4



$$\text{Area} = \int_{-2}^{0} (2x+4)\,dx + \int_{0}^{2} (x-2)^2\,dx =$$

$$= \left(x^2+4x\right)_{-2}^{0} + \left[\frac{(x-2)^3}{3}\right]_{0}^{2} =$$

$$= 0-(4-8) + 0 - \left(\frac{-8}{3}\right) = \boxed{\frac{20}{3} \text{ u s}}$$

JUL 11 fase E

$$\int \operatorname{arcTg}(3x)\,dx = x\operatorname{arcTg}3x - \int \frac{3x}{1+9x^2}\,dx = x\operatorname{arctg}x - \frac{1}{6}\int \frac{18x}{1+9x^2}\,dx = \boxed{x\operatorname{arcTg}x - \frac{1}{6}\ln(1+9x^2)+K}$$

$$\boxed{\begin{array}{l|l} u = \operatorname{arcTg}(3x) & du = \dfrac{3}{1+(3x)^2}\,dx \\ dv = dx & v = x \end{array}}$$

JUL 11 fase G

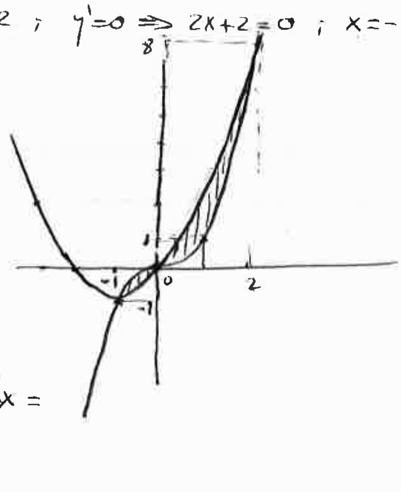
$\begin{cases} y = x^3 \\ y = x^2+2x \end{cases} \to x^3 = x^2+2x \;;\; x^3-x^2-2x=0 \;;\; x(x^2-x-2)=0 \begin{cases} x=0 \\ x^2-x-2=0 \;;\; x = \begin{cases} -1 \\ 2 \end{cases} \end{cases}$

$y = x^3$

x	y
$-\infty$	$-\infty$
-1	-1
0	0
1	1
2	8
$+\infty$	$+\infty$

$y = x^2+2x \to y' = 2x+2$; $y'=0 \Rightarrow 2x+2=0$; $x=-1$ (vértice)

x	y
-3	2
-2	0
-1	-1
0	0
1	3
2	8



$$\text{Area} = \int_{-1}^{0} [x^3-(x^2+2x)]\,dx + \int_{0}^{2} [(x^2+2x)-x^3]\,dx =$$

$$= \int_{-1}^{0} (x^3-x^2-2x)\,dx + \int_{0}^{2} (x^2+2x-x^3)\,dx = \left(\frac{x^4}{4}-\frac{x^3}{3}-x^2\right)_{-1}^{0} + \left(\frac{x^3}{3}+x^2-\frac{x^4}{4}\right)_{0}^{2} =$$

$$= 0 - \left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-1\right) + \left(\frac{8}{3}+\cancel{4}-\cancel{4}\right) - 0 = \boxed{\frac{37}{12} \text{ us}}$$

JUN 12 fase E

$$\int \frac{e^x}{e^{2x}-1}\,dx \underset{\uparrow}{=} \int \frac{\cancel{t}}{t^2-1}\cdot\frac{1}{\cancel{t}}\,dt = \int \frac{1}{t^2-1}\,dt \underset{\uparrow}{=}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} t=e^x \\ x=\ln t \\ dx=\frac{1}{t}dt \end{array}}$$

$$\boxed{\begin{array}{c} \frac{1}{t^2-1} = \frac{1}{(t+1)(t-1)} = \frac{A}{t+1} + \frac{B}{t-1} = \frac{A(t-1)+B(t+1)}{(t+1)(t-1)} \\ 1 = A(t-1)+B(t+1) \\ t=1 \Rightarrow 1 = 2B\ ;\quad B=1/2 \\ t=-1 \Rightarrow 1=-2A\ ;\quad A=-1/2 \end{array}}$$

$$= \int \frac{-1/2}{t+1}\,dt + \int \frac{1/2}{t-1}\,dt = -\frac{1}{2}\ln|t+1| + \frac{1}{2}\ln|t-1| = \frac{1}{2}\left[\ln|t-1| - \ln|t+1|\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\ln\left|\frac{t-1}{t+1}\right| = \boxed{\frac{1}{2}\ln\left|\frac{e^x-1}{e^x+1}\right| + K}$$

JUN 12 fase E

$$\int_0^{\pi/2} (e^{2x} + x\cos x)\,dx = (*)$$

- $\int e^{2x} = \frac{1}{2}\int 2e^{2x}\,dx = \frac{1}{2}e^{2x} + K$

- $\int x\cos x\,dx \underset{\uparrow}{=} x\,\text{sen}\,x - \int \text{sen}\,x\,dx = x\,\text{sen}\,x - (-\cos x) = x\,\text{sen}\,x + \cos x + K$

$$\boxed{\begin{array}{l|l} u=x & du=dx \\ dv=\cos x\,dx & v=\text{sen}\,x \end{array}}$$

$$(*) = \left[\frac{1}{2}e^{2x} + x\,\text{sen}\,x + \cos x\right]_0^{\pi/2} = \left(\frac{1}{2}e^{\pi} + \frac{\pi}{2}\,\text{sen}\,\overset{1}{\frac{\pi}{2}} + \cos\overset{0}{\frac{\pi}{2}}\right) - \left(\frac{1}{2}e^{\overset{1}{0}} + 0\,\text{sen}\,\overset{0}{0} + \cos\overset{1}{0}\right) =$$

$$= \boxed{\frac{1}{2}e^{\pi} + \frac{\pi}{2} - \frac{3}{2}} = \boxed{\frac{e^{\pi}+\pi-3}{2}}$$

JUN 12 fase G

$$\int_1^2 \frac{dx}{x^2+3x} = \int_1^2 \left(\frac{1/3}{x} - \frac{1/3}{x+3}\right)dx = \left[\frac{1}{3}\ln|x| - \frac{1}{3}\ln|x+3|\right]_1^2 = \left(\frac{1}{3}\ln 2 - \frac{1}{3}\ln 5\right) - \left(\frac{1}{3}\ln\overset{0}{1} - \frac{1}{3}\ln 4\right)$$

$$\boxed{\begin{array}{c} \frac{1}{x^2+3x} = \frac{1}{x(x+3)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+3} = \frac{A(x+3)+Bx}{x(x+3)} \\ 1 = A(x+3)+Bx \\ x=-3 \Rightarrow 1=-3B\ ;\quad B=-1/3 \\ x=0 \Rightarrow 1=3A\ ;\quad A=1/3 \end{array}}$$

$$= \frac{1}{3}\left[\ln 2 - \ln 5 + \ln 4\right] = \frac{1}{3}\ln\frac{2\cdot 4}{5} = \frac{1}{3}\ln\frac{8}{5} = \boxed{\ln\sqrt[3]{8/5}} = 0'1567$$

JUN 12 fase G

$\left.\begin{array}{l} y=\ln^2 x \\ y=0 \end{array}\right\} \rightarrow \ln^2 x = 0\ ;\ \ln x = 0\ ;\ x=1\ ;\ P(1,0)$

$\left.\begin{array}{l} y=\ln^2 x \\ x=1 \end{array}\right\} \rightarrow y=\ln^2 1 = 0 \quad P(1,0)$

$\left.\begin{array}{l} y=\ln^2 x \\ x=e \end{array}\right\} \rightarrow y=\ln^2 e = 1 \quad P(e,1)$

$y=\ln^2 x$ $\quad\boxed{\text{dominio} = (0,+\infty)}$

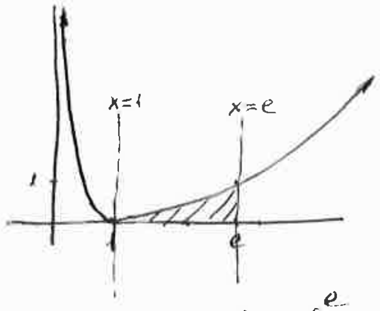
$y' = 2\ln x\cdot\frac{1}{x} = \frac{2\ln x}{x}$

$y'=0 \Rightarrow \frac{2\ln x}{x} = 0\ ;\ 2\ln x = 0\ ;\ x=1$

	0		1	
y'		$-$		$+$
y		$\searrow$	min	$\nearrow$

$y = \ln^2 x$

x	y
0^+	$+\infty$
MIN 1	0
e	1
$+\infty$	$+\infty$



$$\text{Area} = \int_1^e \ln^2 x\, dx = \left(x \ln^2 x\right)_1^e - \int_1^e 2\ln x \cdot \frac{1}{\cancel{x}} \cdot \cancel{x}\, dx = \left(x \ln^2 x\right)_1^e - \int_1^e 2\ln x\, dx =$$

$$\boxed{\begin{array}{l|l} u = \ln^2 x & du = 2\ln x \cdot \frac{1}{x}\, dx \\ dv = dx & v = x \end{array}} \qquad \boxed{\begin{array}{l|l} u = 2\ln x & du = 2 \cdot \frac{1}{x}\, dx \\ dv = dx & v = x \end{array}}$$

$$= \left(x \ln^2 x\right)_1^e - \left(2\ln x \cdot x\right)_1^e + \int_1^e 2 \cdot \frac{1}{\cancel{x}} \cdot \cancel{x}\, dx = \left(x \ln^2 x - 2x \ln x\right)_1^e + \int_1^e 2dx =$$

$$= \left(x \cdot \ln^2 x - 2x \ln x + 2x\right)_1^e = \left(e \ln^2 e - 2e \ln e + 2e\right) - \left(\ln^2 1 - 2\ln 1 + 2\right) =$$

$$= e - \cancel{2e} + \cancel{2e} - 2 = \boxed{e - 2} \text{ u.s.}$$

JUL 12 fase E

$f'(x) = (x+2)(x^2-9)$

a) $f'(x) = 0 \Rightarrow (x+2)(x^2-9) = 0$ → $x+2=0$; $x=-2$; → $x^2-9=0$; $x = \pm 3$

	$-\infty$	-3		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$	$-$		$+$		$-$		$+$	
$f(x)$	↘		↗		↘		↗	
		MIN		MAX		MIN		

$f(x)$ es creciente en $(-3,-2) \cup (3,+\infty)$
$f(x)$ es decreciente en $(-\infty,-3) \cup (-2,3)$
$f(x)$ tiene un máximo relativo en $x=-2$
$f(x)$ tiene mínimos relativos en $x=-3$, $x=3$

b) $f(x) = \int f'(x)\, dx = \int (x+2)(x^2-9)\, dx = \int (x^3 - 9x + 2x^2 - 18)\, dx = \frac{x^4}{4} - \frac{9x^2}{2} + \frac{2x^3}{3} - 18x + K$

$f(0) = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{1}{5} = 0 - 0 + 0 - 0 + K$; $K = \frac{1}{5}$ $\qquad \boxed{f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{9x^2}{2} + \frac{2x^3}{3} + 18x + \frac{1}{5}}$

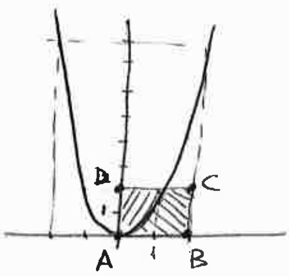
JUL 12 fase E

$y = 2x^2$

$y = 0 \rightarrow 0 = 2x^2$; $x = 0$

$y = 2 \rightarrow 2 = 2x^2$; $x^2 = 1$; $x = \pm 1$

x	y
-2	8
-1	2
0	0
1	2
2	8



$\text{Area}_1 = \int_0^1 (2 - 2x^2)\, dx = \left(2x - \frac{2x^3}{3}\right)_0^1 = \left(2 - \frac{2}{3}\right) - 0 = \boxed{\frac{4}{3}}$ u.s.

$\text{Area}_2 = 2^2 - \frac{4}{3} = \boxed{\frac{8}{3}}$ u.s.

JUL 12 fase 6

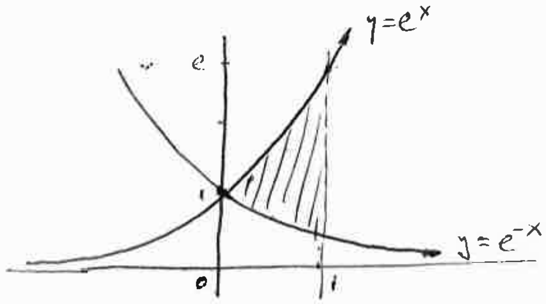
$$\left.\begin{array}{l} y=e^x \\ y=e^{-x}\end{array}\right\} \quad e^x=e^{-x} \;;\; e^x=\frac{1}{e^x} \;;\; e^{2x}=1 \;;\; 2x=0 \;;\; x=0 \qquad P(0,1)$$

$y=e^x$

x	y
$-\infty$	0
0	1
1	e
$+\infty$	$+\infty$

$y=e^{-x}$

x	y
$-\infty$	$+\infty$
0	1
1	$e^{-1}=1/e$
$+\infty$	0



$$\text{Area} = \int_0^1 (e^x-e^{-x})\,dx = \left(e^x+e^{-x}\right)_0^1 = (e+e^{-1})-(1+1) = \boxed{e+\frac{1}{e}-2} \text{ u.s.}$$

JUL 12 fase 6

$y=x^3-2x^2+x$

$y'=3x^2-4x+1$

$x=0 \to y=0$, $y'=1$ $\qquad y-0=1\cdot(x-0) \;;\; \boxed{y=x}$ Recta Tangente en $x=0$

$$\left.\begin{array}{l} y=x^3-2x^2+x \\ y=x\end{array}\right\} \to x^3-2x^2+x=x \;;\; x^3-2x^2=0 \;;\; x^2(x-2)=0 \;;\; x=\begin{cases}0\\2\end{cases} \qquad \begin{array}{l}P(0,0)\\P(2,2)\end{array}$$

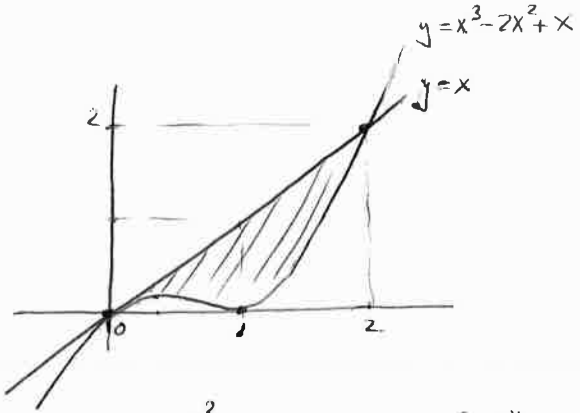
$y=3x^2-4x+1$

$y'=0 \to 3x^2-4x+1=0 \;;\; x=\frac{4\pm\sqrt{16-12}}{6}=\frac{4\pm2}{6}=\begin{cases}1\\1/3\end{cases}$

		1/3		1	
y'	+		−		+
y	↗	MAX	↘	MIN	↗

$y=x^3-2x^2+x$

	x	y
	$-\infty$	$-\infty$
	0	0
MAX	1/3	4/27
MIN	1	0
	2	2
	$+\infty$	$+\infty$



$$\text{Area} = \int_0^2 \left[x-(x^3-2x^2+x)\right]dx = \int_0^2 (-x^3+2x^2)\,dx = \left(-\frac{x^4}{4}+\frac{2x^3}{3}\right)_0^2 =$$

$$= \left(-\frac{16}{4}+\frac{16}{3}\right)-0 = \boxed{\frac{4}{3} \text{ u.s}}$$

JUN 13
fase General

$$f(x)=\begin{cases} 4x+12 & \text{si } x\le -1 \\ x^2-4x+3 & \text{si } x>-1 \end{cases}$$

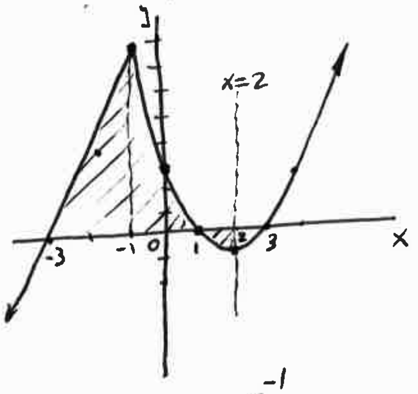
a) $y=4x+12$

x	y
-2	4
-1	8
-3	0

$4x+12=0$
$x=-3$

$y=x^2-4x+3$
$y'=2x-4$
$y'=0 \rightarrow x=2$
$x^2-4x+3=0$
$x=\frac{4\pm\sqrt{16-12}}{2}=\frac{4\pm 2}{2}$ ↗ 3, ↘ 1

x	y
-1	8
0	3
1	0
V 2	-1
3	0
4	3



b) $\text{Area}=\int_{-3}^{-1}(4x+12)\,dx+\int_{-1}^{1}(x^2-4x+3)\,dx-\int_{1}^{2}(x^2-4x+3)\,dx=$

$=\left(2x^2+12x\right)_{-3}^{-1}+\left(\frac{x^3}{3}-2x^2+3x\right)_{-1}^{1}-\left(\frac{x^3}{3}-2x^2+3x\right)_{1}^{2}=$

$=(2-12)-(18-36)+\left(\frac{1}{3}-2+3\right)-\left(-\frac{1}{3}-2-3\right)-\left(\frac{8}{3}-8+6\right)+\left(\frac{1}{3}-2+3\right)=$

$=-10+18+\frac{1}{3}+1+\frac{1}{3}+5-\frac{8}{3}+2+\frac{1}{3}+1=\boxed{14\ u^2}$

JUN 13
fase General

$y=x^2-3x+6$
$y'=2x-3$
$y'=0 \rightarrow x=3/2$
$x^2-3x+6=0$; $x=\frac{3\pm\sqrt{9-24}}{2}$ Absurdo

$y=x^2-3x+6$

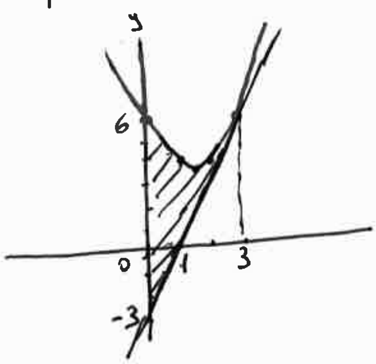
x	y
0	6
1	4
V 3/2	15/4
2	4
3	6

a) $x=3$ → $y=3^2-3\cdot 3+6=6$
→ $y'=2\cdot 3-3=3$

$y-6=3(x-3)$; $\boxed{y=3x-3}$

x	y
0	-3
1	0
3	6

b)



$\text{Area}=\int_0^3 (x^2-3x+6)-(2x-3)\,dx-\int_0^1(2x-3)\,dx=$

$=\int_0^3(x^2-5x+9)\,dx-\int_0^1(2x-3)\,dx=$

$=\left[\frac{x^3}{3}-\frac{5x^2}{2}+9x\right]_0^3-\left[x^2-3x\right]_0^1=$

$=\left(\frac{27}{3}-\frac{45}{2}+27\right)-(1-2)=\boxed{14'5\ u^2}$

JUN 13
fase Específica

$$\int_0^{\pi/2} (x-a)\cos x\,dx = \Big[(x-a)\operatorname{sen} x\Big]_0^{\pi/2} - \int_0^{\pi/2} \operatorname{sen} x\,dx = \Big[(x-a)\operatorname{sen} x + \cos x\Big]_0^{\pi/2} =$$

$$\boxed{\begin{array}{l|l} u = x-a & du = dx \\ dv = \cos x\,dx & v = \operatorname{sen} x \end{array}}$$

$$= \left[\left(\frac{\pi}{2}-a\right)\cdot 1 + 0\right] - \left[-a\cdot 0 + 1\right] = \frac{\pi}{2} - a - 1$$

$$\frac{\pi}{2} - a - 1 = \frac{\pi}{2} - 2 \Rightarrow \boxed{a = 1}$$

JUN 13
fase Específica

a) $\left.\begin{array}{l} y = x^3 - 3x - 2 \\ y = x^2 - x - 2 \end{array}\right\}$ $x^3 - 3x - 2 = x^2 - x - 2$; $x^3 - x^2 - 2x = 0$;

$x(x^2 - x - 2) = 0 \to x = 0$

$\to x^2 - x - 2 = 0$

$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} \begin{cases} 2 \\ -1 \end{cases}$

b) $f(x) = x^3 - 3x - 2$

$f'(x) = 3x^2 - 3$

$f'(x) = 0 \to 3x^2 = 3$; $x = \pm 1$

		-1		1	
f'	+		−		+
f	↗	MAX	↘	MIN	↗

$y = x^3 - 3x - 2$

	x	y
	$-\infty$	$-\infty$
MAX	-1	0
	0	-2
MIN	1	-4
	2	0
	$+\infty$	$+\infty$

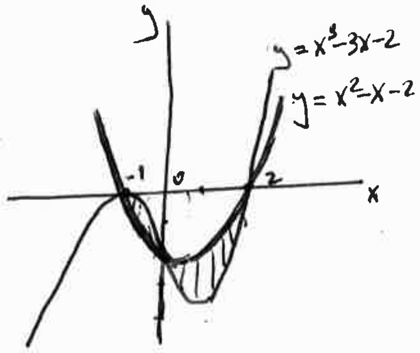
$g(x) = x^2 - x - 2$

$g'(x) = 2x - 1$

$g'(x) = 0 \to 2x = 1$; $x = 1/2$

		1/2	
g'	−		+
g	↘	MIN	↗

	x	y
	-1	0
	0	-2
MIN	1/2	-9/4
	2	0



$$\text{Area} = \int_{-1}^{0} (x^3 - 3x - 2) - (x^2 - x - 2)\,dx + \int_0^2 (x^2 - x - 2) - (x^3 - 3x - 2)\,dx =$$

$$= \int_{-1}^{0} (x^3 - x^2 - 2x)\,dx + \int_0^2 (-x^3 + x^2 + 2x)\,dx = \left[\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - x^2\right]_{-1}^{0} + \left[-\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + x^2\right]_0^2 =$$

$$= -\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3} - 1\right) + \left(-\frac{16}{4} + \frac{8}{3} + 4\right) = \boxed{\frac{37}{12}\ u^2} = \boxed{3'08\overline{3}\ u^2}$$

JUL 13
fase General

$$\int_0^{\pi/2} (\sin(2x) + x\sin x)\,dx = \left[-\frac{1}{2}\cos 2x\right]_0^{\pi/2} + \int_0^{\pi/2} x\sin x\,dx =$$

$u = x$	$du = dx$
$dv = \sin x\,dx$	$v = -\cos x$

$$= \left[-\frac{1}{2}\cos 2x\right]_0^{\pi/2} + \left[-x\cos x\right]_0^{\pi/2} + \int_0^{\pi/2}\cos x\,dx =$$

$$= \left[-\frac{1}{2}\cos 2x - x\cos x + \sin x\right]_0^{\pi/2} = \left[+\frac{1}{2} - \frac{\pi}{2}\cdot 0 + 1\right] - \left[-\frac{1}{2} - 0 + 0\right] =$$

$$= \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} = \boxed{2}$$

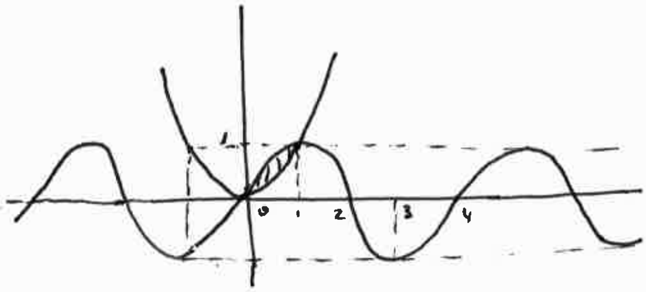
JUL 13
fase General

$y = \sin(\frac{\pi}{2}x)$ $\qquad$ $y = x^2$

a) Periodo = 4

x	y
0	0
1	1
2	0
3	-1
4	0

x	y
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4



b) $$\text{Area} = \int_0^1 (x^2 - \sin(2x))\,dx = \left[\frac{x^3}{3} + \frac{1}{2}\cos(2x)\right]_0^1 = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) - \left(0 + \frac{1}{2}\right) = \boxed{\frac{1}{3}\ u^2}$$

JUL 13
fase Específica

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & \text{si } x \le 1 \\ \ln x & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$y = (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$

$y' = 2x - 2$

$y' = 0 \rightarrow x = 1$

$(x-1)^2 = 0 \rightarrow x = 1$

	x	y
	-1	4
	0	1
V	1	0
	~~2~~	~~1~~
	~~3~~	~~4~~

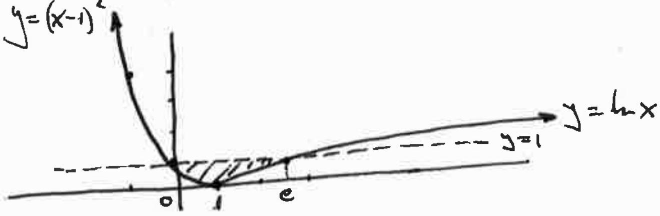
$y = \ln x$

$y' = \frac{1}{x}$

$y' = 0 \rightarrow \frac{1}{x} = 0$ Absurdo

$\ln x = 0 \rightarrow \cancel{x = 1}$ No pertenece al segundo Trozo

x	y
~~0^+~~	~~$-\infty$~~
~~1~~	~~0~~
e	1
e^2	2



$$\text{Area} = \int_0^1 [1 - (x-1)^2]\,dx + \int_1^e (1 - \ln x)\,dx = (*)$$

Hagamos primero la integral no inmediata:

$\int \ln x$

$$\int \ln x\,dx = x\ln x - \int x\cdot\frac{1}{x}\,dx = x\ln x - \int 1\,dx = x\ln x - x$$

$$\boxed{\begin{array}{l|l} u=\ln x & du=\frac{1}{x}dx \\ dv=dx & v=x \end{array}}$$

$$(*) = \left[x - \frac{(x-1)^3}{3}\right]_0^1 + \Big[x - x\ln x + x\Big]_1^e = (1-0) - \left(0+\frac{1}{3}\right) + (2e-e) - (1-0+1) =$$

$$= 1 - \frac{1}{3} + e - 2 = \boxed{e - \frac{4}{3}\ u^2}$$

JUN 14 fase General

$$\int \frac{2x^3-3x^2-2x-1}{x^2-x-2}\,dx = \int\left(2x-1 + \frac{x-3}{x^2-x-2}\right)dx =$$

$$= \int\left(2x-1 + \frac{x-3}{(x-2)(x+1)}\right)dx = (*)$$

$$\begin{array}{rl} 2x^3-3x^2-2x-1 & \underline{|\ x^2-x-2} \\ \underline{-2x^3+2x^2+4x} & 2x-1 \\ -x^2+2x-1 & \\ \underline{x^2-x-2} & \\ x-3 & \end{array}$$

$$x^2-x-2=0$$

$$x = \frac{1\pm\sqrt{1+8}}{2} = \frac{1\pm 3}{2} \begin{array}{l} \nearrow 2 \\ \searrow -1 \end{array}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \dfrac{x-3}{(x-2)(x+1)} = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{x+1} = \dfrac{A(x+1)+B(x-2)}{(x-2)(x+1)} \\ x-3 = A(x+1)+B(x-2) \\ x=-1 \rightarrow -4=-3B;\quad B=4/3 \\ x=2 \rightarrow -1 = 3A;\quad A=-1/3 \end{array}}$$

$$(*) = \int\left(2x-1 - \frac{1/3}{x-2} + \frac{4/3}{x+1}\right)dx = x^2-x-\frac{1}{3}\ln(x-2) + \frac{4}{3}\ln(x+1) =$$

$$= \boxed{x^2-x+\frac{1}{3}\ln\frac{(x+1)^4}{x-2} + C}$$

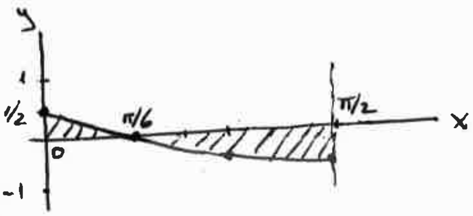
JUN 14 fase General

$$f(x) = \frac{1}{2} - \operatorname{sen} x$$

$$y=0 \rightarrow \frac{1}{2} - \operatorname{sen} x = 0;$$

$$\operatorname{sen} x = 1/2 \Rightarrow x = \pi/6$$

	x	y
	0	1/2
	π/6	0
MIN	π/2	−1/2



$$\text{Área} = \int_0^{\pi/6}\left(\frac{1}{2}-\operatorname{sen} x\right)dx - \int_{\pi/6}^{\pi/2}\left(\frac{1}{2}-\operatorname{sen} x\right)dx = \left[\frac{x}{2}+\cos x\right]_0^{\pi/6} - \left[\frac{x}{2}+\cos x\right]_{\pi/6}^{\pi/2} =$$

$$= \left(\frac{\pi}{12}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - (0+1) - \left(\frac{\pi}{4}+0\right) + \left(\frac{\pi}{12}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right) =$$

$$= \boxed{\sqrt{3}-1-\frac{\pi}{12}\ u^2} \simeq 0'470\ u^2$$

JUN 14 fase Específica

$$\int \sqrt{x}\ln^2 x\,dx = \int x^{1/2}\ln^2 x\,dx = \frac{2}{3}x^{3/2}\ln^2 x - \frac{4}{3}\int \ln x\cdot\frac{x^{3/2}}{x}\,dx =$$

$$\boxed{\begin{array}{l|l} u=\ln^2 x & du = 2\ln x\cdot\frac{1}{x}dx \\ dv = x^{1/2}dx & v = \frac{x^{3/2}}{3/2} = \frac{2}{3}x^{3/2} \end{array}}$$

$$= \frac{2}{3}\sqrt{x^3}\ln^2 x - \frac{4}{3}\int \ln x\cdot x^{1/2}\,dx = \frac{2}{3}\sqrt{x^3}\ln^2 x - \frac{4}{3}\left(\frac{2}{3}x^{3/2}\ln x - \frac{2}{3}\int\frac{x^{3/2}}{x}dx\right)$$

$$\boxed{\begin{array}{l|l} u=\ln x & du = \frac{1}{x}dx \\ dv = x^{1/2}dx & v = \frac{2}{3}x^{3/2} \end{array}}$$

JUN 14
fase Específica

$$\int \sqrt{x}\,\ln^2 x\,dx = \int x^{1/2}\cdot \ln^2 x\,dx = \frac{2}{3}x^{3/2}\ln^2 x - \frac{4}{3}\int \ln x \cdot \frac{x^{3/2}}{x}\,dx =$$

$$\boxed{\begin{array}{l|l} u=\ln^2 x & du = 2\ln x\cdot \frac{1}{x}dx \\ dv = x^{1/2}dx & v = \frac{x^{3/2}}{3/2} = \frac{2}{3}x^{3/2} \end{array}}$$

$$= \frac{2}{3}\sqrt{x^3}\ln^2 x - \frac{4}{3}\int \ln x\cdot x^{1/2}dx =$$

$$\boxed{\begin{array}{l|l} u=\ln x & du = \frac{1}{x}dx \\ dv = x^{1/2}dx & v = \frac{2}{3}x^{3/2} \end{array}}$$

$$= \frac{2}{3}\sqrt{x^3}\ln^2 x - \frac{4}{3}\left(\frac{2}{3}x^{3/2}\ln x - \frac{2}{3}\int \frac{x^{3/2}}{x}dx\right) =$$

$$= \frac{2}{3}\sqrt{x^3}\ln^2 x - \frac{8}{9}\sqrt{x^3}\ln x + \frac{8}{9}\int x^{1/2}dx =$$

$$= \frac{2}{3}\sqrt{x^3}\ln^2 x - \frac{8}{9}\sqrt{x^3}\ln x + \frac{8}{9}\cdot\frac{x^{3/2}}{3/2} =$$

$$= \frac{2}{3}\sqrt{x^3}\ln^2 x - \frac{8}{9}\sqrt{x^3}\ln x + \frac{16}{27}\sqrt{x^3} =$$

$$= \boxed{\frac{2}{27}\sqrt{x^3}\cdot\left(9\ln^2 x - 12\ln x + 8\right) + C}$$

JUL 14
fase General

$$\int \frac{x^3-3x+5}{\sqrt[3]{x}}dx = \int\left(x^{3-1/3} - 3x^{1-1/3} + 5x^{-1/3}\right)dx = \int\left(x^{8/3} - 3x^{2/3} + 5x^{-1/3}\right)dx =$$

$$= \frac{x^{11/3}}{11/3} - 3\frac{x^{5/3}}{5/3} + 5\frac{x^{2/3}}{2/3} =$$

$$= \frac{3}{11}\sqrt[3]{x^{11}} - \frac{9}{5}\sqrt[3]{x^5} + \frac{15}{2}\sqrt[3]{x^2} =$$

$$= \frac{3x^3}{11}\sqrt[3]{x^2} - \frac{9x}{5}\sqrt[3]{x^2} + \frac{15}{2}\sqrt[3]{x^2} = \boxed{\left(\frac{3x^3}{11} - \frac{9x}{5} + \frac{15}{2}\right)\sqrt[3]{x^2} + C}$$

JUL 14
fase General

$$f''(x) = xe^x \to f'(x) = \int xe^x dx = xe^x - \int e^x dx = xe^x - e^x + C_1 \to$$

$$\boxed{\begin{array}{l|l} u=x & du=dx \\ dv=e^x dx & v=e^x \end{array}}$$

integral hecha para f'

$$\to f(x) = \int(xe^x - e^x + C_1)\,dx = xe^x - e^x - e^x + C_1 x + C_2 =$$

$$= \boxed{(x-2)e^x + C_1 x + C_2}$$

$A(0,2) \to 2 = -2 + C_2 \to C_2 = 4$

$B(2,0) \to 0 = 2C_1 + C_2 \to C_1 = -2$

$$\boxed{f(x) = (x-2)e^x - 2x + 4}$$

JUN 13
fase General

$y = x^3 - 3x^2 + 1 \to y' = 3x^2 - 6x$

$y' = 0 \Rightarrow 3x^2 - 6x = 0$; $3x(x-2) = 0$; $x = \begin{cases} 0 \\ 2 \end{cases}$

		0		2	
y'	+		−		+
y	↗	MAX	↘	MIN	↗

$x = 0 \to y = 1$, $\to y' = 0$

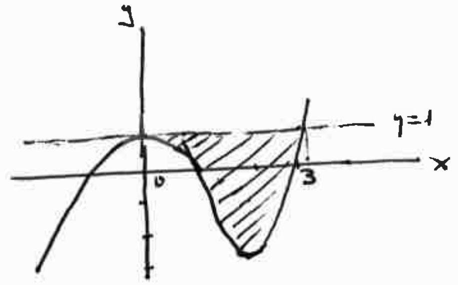
$y - 1 = 0\cdot(x - 0)$; $\boxed{y = 1}$

Recta Tangente

$$\left.\begin{array}{l} y = x^3 - 3x^2 + 1 \\ y = 1 \end{array}\right\} \quad x^3 - 3x^2 + 1 = 1 \ ; \quad x^3 - 3x^2 = 0 \ ; \quad x^2 \cdot (x-3) = 0 \ ; \quad x = \begin{cases} 0 \\ 3 \end{cases}$$

$y = x^3 - 3x^2 + 1$

	x	y
	$-\infty$	$-\infty$
MAX	0	1
MIN	2	-3
	3	1
	$+\infty$	$+\infty$



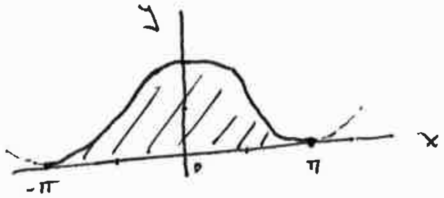
$$\text{Area} = \int_0^3 1 - (x^3 - 3x^2 + 1)\, dx = \int_0^3 (-x^3 + 3x^2)\, dx = \left[-\frac{x^4}{4} + x^3 \right]_0^3 = -\frac{81}{4} + 27 = \boxed{\frac{27}{4}\ u^2}$$

JUL 14
fase Específica

$$\left.\begin{array}{l} y = 1 + \cos x \\ y = 0 \end{array}\right\} \quad 1 + \cos x = 0 \ ; \quad \cos x = -1 \ ; \quad x = \pi$$

Como $\cos x \geq -1 \quad \forall x \in \mathbb{R} \longrightarrow 1 + \cos x \geq 0$

$$\text{Area} = \int_{-\pi}^{\pi} (1 + \cos x)\, dx =$$



$$= 2 \int_0^{\pi} (1 + \cos x)\, dx =$$

$$= \Big[2(x + \operatorname{sen} x) \Big]_0^{\pi} = \quad 2(\pi + 0) - 2(0 + 0) = \boxed{2\pi\ u^2}$$

JUN 15
fase General

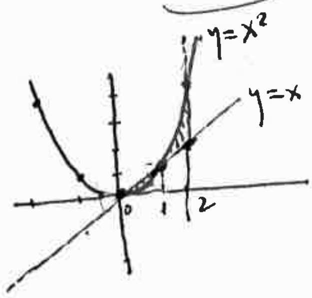
$$\left.\begin{array}{l} y = x^2 \\ y = x \end{array}\right\} \quad x^2 = x \ ; \quad x^2 - x = 0 \ ; \quad x(x-1) = 0 \ ; \quad x = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$$

$y = x$

x	y
-1	-1
0	0
1	1
2	2

$y = x^2$

x	y
-1	1
0	0
1	1
2	4



$$\text{Area} = \int_0^1 (x - x^2)\, dx + \int_1^2 (x^2 - x)\, dx = \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^1 + \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} \right]_1^2 =$$

$$= \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{8}{3} - 2\right) - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) = \boxed{1\ u^2}$$

JUN 15 fase General

$$I=\int e^{2x+1}\cdot\cos x\,dx = e^{2x+1}\cdot\sin x - \int 2e^{2x+1}\cdot\sin x\,dx = e^{2x+1}\sin x + 2e^{2x+1}\cos x - 4\int e^{2x+1}\cos x\,dx$$

$$\boxed{\begin{array}{l|l} u=e^{2x+1} & du = 2e^{2x+1}dx \\ dv=\cos x\,dx & v=\sin x \end{array}} \qquad \boxed{\begin{array}{l|l} u=2e^{2x+1} & du = 4e^{2x+1}dx \\ dv=\sin x\,dx & v=-\cos x \end{array}}$$

$$I = e^{2x+1}\cdot\sin x + 2e^{2x+1}\cos x - 4I$$

$$5I = e^{2x+1}(\sin x + 2\cos x) \Rightarrow I = \boxed{\frac{1}{5}e^{2x+1}(\sin x + 2\cos x)}$$

JUN 15 fase General

$$\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}}dx = \int \ln x\cdot x^{-1/2}dx = 2\ln x\cdot x^{1/2} - 2\int\frac{x^{1/2}}{x}dx = 2\ln x\sqrt{x} - 2\int x^{-1/2}dx =$$

$$\boxed{\begin{array}{l|l} u=\ln x & du=\frac{1}{x}dx \\ dv = x^{-1/2}dx & v=\dfrac{x^{-1/2+1}}{-\frac{1}{2}+1} = 2x^{1/2} \end{array}}$$

$$= 2\ln x\sqrt{x} - 2\,\frac{x^{-1/2+1}}{-1/2+1} = 2\ln x\sqrt{x} - 4x^{1/2} = \boxed{2\sqrt{x}\,(\ln x - 2) + C}$$

JUL 15 fase General

$$\left.\begin{array}{l} y=4x-x^2 \\ y=x^2-6 \end{array}\right\} \quad x^2-6=4x-x^2\ ; \quad 2x^2-4x-6=0\ ; \quad x^2-2x-3=0$$

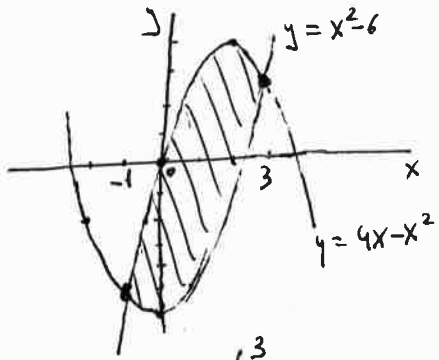
$$x=\frac{2\pm\sqrt{4+12}}{2} = \frac{2\pm4}{2} = \begin{cases}3\\-1\end{cases}$$

$y=4x-x^2 \rightarrow y'=4-2x$; $y'=0 \rightarrow x=2$

$y=x^2-6 \rightarrow y'=2x$; $y'=0 \rightarrow x=0$

x	y
-1	-5
0	0
2	4
3	3
4	0

x	y
-2	-2
-1	-5
0	-6
1	-5
3	3



$$\text{Area} = \int_{-1}^{3}(4x-x^2)-(x^2-6)\,dx = \int_{-1}^{3}(-2x^2+4x+6)\,dx = \left[-\frac{2x^3}{3}+2x^2+6x\right]_{-1}^{3} =$$

$$= (-18+18+18)-\left(\frac{2}{3}+2-6\right) = \boxed{\frac{64}{3}\,u^2} \simeq 21'3\,u^2$$

JUL 15
fase General

$$f'(x) = (x+1)(x^2-4) = x^3+x^2-4x-4$$

a) $$f(x) = \int (x^3+x^2-4x-4)\,dx = \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - 2x^2 - 4x + C$$

$$f(0) = \frac{1}{7} \Rightarrow C = 1/7 \longrightarrow \boxed{f(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - 2x^2 - 4x + \frac{1}{7}} \quad \text{dom} f = \mathbb{R}$$

b) $$f'(x)=0 \Rightarrow (x+1)(x^2-4)=0 \begin{cases} x+1=0 \ ; \ x=-1 \\ x^2-4=0 \ ; \ x=\pm 2 \end{cases}$$

		-2		-1		2	
f'	$-$		$+$		$-$		$+$
f	↘	MIN	↗	MAX	↘	MIN	↗

f es creciente en $(-2,-1) \cup (2,+\infty)$

f es decreciente en $(-\infty,-2) \cup (-1,2)$

f tiene mínimos locales en $x=-2$, $x=2$

f tiene máximo local en $x=-1$

NOTA: Como $\left.\begin{array}{l}\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty \\ \lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty\end{array}\right\} \to$ los extremos locales no son absolutos.

JUL 15
fase Específica

$$\left.\begin{array}{l} y = x^2-4x+13 \\ y = 2x^2-8x+16 \end{array}\right\} \to 2x^2-8x+16 = x^2-4x+13 \ ; \ x^2-4x+3=0$$

$$x = \frac{4\pm\sqrt{16-12}}{2} = \frac{4\pm 2}{2} = \begin{cases} 3 \\ 1 \end{cases}$$

$y = x^2-4x+13 \to y' = 2x-4$
$y'=0 \to x=2$

x	y
0	13
1	10
2	9
3	10
4	13

V

$y = 2x^2-8x+16 \to y' = 4x-8$
$y'=0 \to x=2$

x	y
0	16
1	10
2	8
3	10
4	16

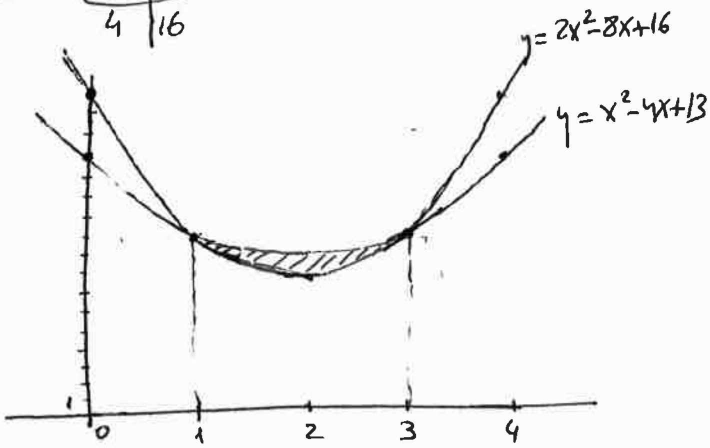
V

$$\text{Area} = \int_1^3 (x^2-4x+13) - (2x^2-8x+16)\,dx =$$

$$= \int_1^3 (-x^2+4x-3)\,dx =$$

$$= \left[-\frac{x^3}{3} + 2x^2 - 3x\right]_1^3 =$$

$$= (-9+18-9) - \left(-\frac{1}{3}+2-3\right) = \boxed{\frac{4}{3}\,u^2}$$



JUN 16
fase General

$$\left.\begin{array}{l} f(x)=e^x \\ g(x)=e^{-x}\end{array}\right\} \rightarrow e^x=e^{-x} \;;\; e^x=\frac{1}{e^x} \;;\; (e^x)^2=1 \;;\; e^{2x}=1 \;;\; 2x=0 \;;\; x=0$$

$$\left.\begin{array}{l} f(x)=e^x \\ h(x)=e^2\end{array}\right\} \rightarrow e^x=e^2 \;:\; x=2$$

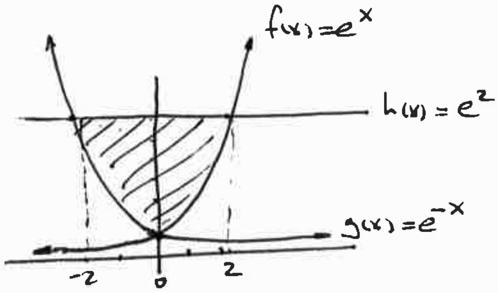
$$\left.\begin{array}{l} g(x)=e^{-x} \\ h(x)=e^2\end{array}\right\} \rightarrow e^{-x}=e^2 \;:\; x=-2$$

$f(x)=e^x$

x	y
$-\infty$	0
0	1
2	e^2
$+\infty$	$+\infty$

$g(x)=e^{-x}$

x	y
$-\infty$	$+\infty$
0	1
-2	e^2
$+\infty$	0



$$\text{Area} = \int_{-2}^{0}(e^2-e^{-x})\,dx + \int_0^2 (e^2-e^x)\,dx \underset{\text{por simetría}}{=} 2\int_0^2 (e^2-e^x)\,dx =$$

$$= 2\left[e^2x-e^x\right]_0^2 = 2(2e^2-e^2)-2(0-1) = \boxed{2e^2+2}$$

JUN 16
fase General

$$f''(x)=e^x-\frac{1}{x^2}=e^x-x^{-2}$$

$$f'(x)=\int(e^x-x^{-2})\,dx = e^x-\frac{x^{-1}}{-1}=e^x+\frac{1}{x}+C$$

$$f'(1)=e+2 \Rightarrow \cancel{e}+2=\cancel{e}^1+\frac{1}{1}+C \;;\; C=1 \rightarrow f'(x)=e^x+\frac{1}{x}+1$$

$$f(x)=\int\left(e^x+\frac{1}{x}+1\right)dx = e^x+\ln x+x+C$$

$$f(1)=e+2 \Rightarrow \cancel{e}+2=\cancel{e}^1+\ln 1+1+C \;;\; C=1 \rightarrow \boxed{f(x)=e^x+\ln x+x+1}$$

JUN 16
fase Específica

$$\int_0^2 \frac{x^2+15x-16}{1-x^2}\,dx =$$

$$\begin{array}{r|l} x^2+15x-16 & -x^2+1 \\ \hline -x^2 \quad\quad +1 & -1 \\ 15x-15 & \end{array}$$

$$= \int_0^2\left[-1+\frac{15x-15}{1-x^2}\right]dx = \int_0^2\left[-1+\frac{15\cancel{(x-1)}}{-\cancel{(x-1)}(x+1)}\right]dx = \int_0^2\left(-1-\frac{15}{x+1}\right)dx =$$

$$= \left[-x-15\ln(x+1)\right]_0^2 = (-2-15\ln 3)-(-0-15\ln 1) = \boxed{-2-15\ln 3}$$

JUN 16
fase Específica

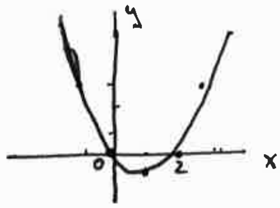
a) $f'(x)=2x \rightarrow f(x)=\int 2x\,dx = x^2+C$

$f(-3)=7 \Rightarrow 7=(-3)^2+C \;;\; C=-2 \rightarrow \boxed{f(x)=x^2-2x}$

b)
$y=x^2-2x$
$y'=2x-2$
$y'=0 \rightarrow x=1$

		1	
y'	$-$		$+$
y	$\searrow$	MIN	$\nearrow$

$y''=2$
$y''>0 \Rightarrow$ Cóncava



x	y
-1	3
0	0
1	-1
2	0
3	3

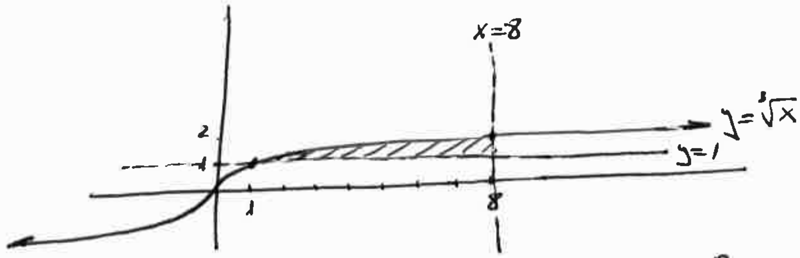
JUL 16
fase Específica

$$\begin{cases} y=\sqrt[3]{x} \\ x=8 \end{cases} \quad y=\sqrt[3]{8}=2 \qquad P(8,2)$$

$$\begin{cases} y=\sqrt[3]{x} \\ y=1 \end{cases} \quad 1=\sqrt[3]{x}\ ;\ x=1^3=1 \qquad Q(1,1)$$

$y=\sqrt[3]{x}$

x	y
$-\infty$	$-\infty$
0	0
1	1
8	2
$+\infty$	$+\infty$



$$\text{Area}=\int_1^8(\sqrt[3]{x}-1)\,dx=\int_1^8(x^{1/3}-1)\,dx=\left[\frac{x^{4/3}}{4/3}-x\right]_1^8=\left[\frac{3\sqrt[3]{x^4}}{4}-x\right]_1^8=$$

$$=\left(\frac{3\sqrt[3]{8^4}}{4}-8\right)-\left(\frac{3\sqrt[3]{1^4}}{4}-1\right)=(12-8)-\left(\frac{3}{4}-1\right)=5-\frac{3}{4}=\boxed{\frac{17}{4}\,u^2}$$

JUL 16
fase General

$$\int_1^2\frac{4x^2+8x+1}{x^2+2x}\,dx=\int_1^2\left(4+\frac{1}{x^2+2x}\right)dx=(*)$$

$$\begin{array}{l|l} 4x^2+8x+1 & x^2+2x \\ \hline -4x^2-8x & 4 \\ \quad 1 & \end{array}$$

$$\frac{1}{x^2+2x}=\frac{1}{x(x+2)}=\frac{A}{x}+\frac{B}{x+2}$$

$$1=A(x+2)+Bx$$

$x=0$: $1=2A+0$; $A=1/2$

$x=-2$: $1=0-2B$; $B=-1/2$

$$(*)=\int_1^2\left(4+\frac{1/2}{x}-\frac{1/2}{x+2}\right)dx=\left[4x+\frac{1}{2}\ln x-\frac{1}{2}\ln(x+2)\right]_1^2=$$

$$=\left(8+\frac{1}{2}\ln 2-\frac{1}{2}\ln 4\right)-\left(4+\frac{1}{2}\ln 1-\frac{1}{2}\ln 3\right)=4+\frac{1}{2}(\ln 2-\ln 4+\ln 3)=$$

$$=4+\frac{1}{2}\ln\frac{2\cdot 3}{4}=\boxed{4+\frac{1}{2}\ln\left(\frac{3}{2}\right)}=\boxed{4+\ln\sqrt{\frac{3}{2}}}$$

JUL 16
fase Específica

$$\int(x+1)^2\ln(3x)\,dx=\frac{(x+1)^3\ln(3x)}{3}-\int\frac{1}{x}\frac{(x+1)^3}{3}\,dx=\frac{1}{3}(x+1)^3\ln(3x)-\frac{1}{3}\int\frac{x^3+3x^2+3x+1}{x}\,dx$$

$$\begin{array}{l|l} u=\ln(3x) & du=3\cdot\frac{1}{3x}\,dx \\ dv=(x+1)^2dx & v=\frac{(x+1)^3}{3} \end{array}$$

$$=\frac{1}{3}(x+1)^3\ln(3x)-\frac{1}{3}\int\left(x^2+3x+3+\frac{1}{x}\right)dx=$$

$$=\frac{1}{3}(x+1)^3\ln(3x)-\frac{1}{3}\left(\frac{x^3}{3}+\frac{3x^2}{2}+3x+\ln x\right)=$$

$$=\boxed{\frac{1}{18}\left[6(x+1)^3\ln(3x)-2x^3-27x^2-54x+18\ln x\right]+C}$$

JUL 16
fase Específica

$$\begin{cases} y=\sqrt{x} \\ y=x^2 \end{cases} \quad \sqrt{x}=x^2 \ ; \ x=x^4 \ ; \ 0=x^4-x \ ; \ 0=x(x^3-1) \to x=0$$

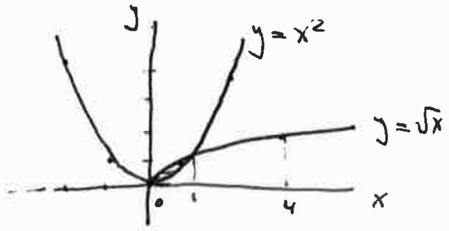
$$\to x^3-1=0; \ x=1$$

$y=\sqrt{x}$

x	y
0	0
1	1
4	2

$y=x^2$

x	y
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4



$$\text{Area} = \int_0^1 (\sqrt{x}-x^2)\,dx = \int_0^1 (x^{1/2}-x^2)\,dx = \left[\frac{x^{3/2}}{3/2} - \frac{x^3}{3}\right]_0^1 =$$

$$= \left[\frac{2\sqrt{x^3}}{3} - \frac{x^3}{3}\right]_0^1 = \left(\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\right)-(0-0) = \boxed{\frac{1}{3}\ u^2}$$

Modelo 17

a)

$y=x^3-3x$ dominio $=\mathbb{R}$

$y'=3x^2-3$

$y'=0 \to 3x^2-3=0 \ ; \ x^2=1 \ ; \ x=\pm 1$

		-1		1	
y'	$+$		$-$		$+$
y	$\nearrow$	MAX	$\searrow$	MIN	$\nearrow$

$y(x)$ es creciente en $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

$y(x)$ " decreciente en $(-1,1)$

$y(x)$ tiene un máximo local en $x=-1$

$y(x)$ " " mínimo " " $x=1$

b)

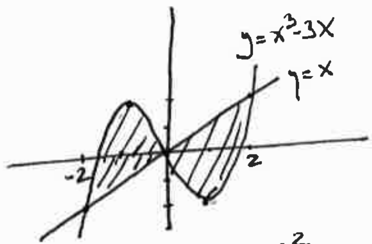
$$\begin{cases} y=x^3-3x \\ y=x \end{cases} \quad x^3-3x=x \ ; \ x^3-4x=0 \ ; \ x(x^2-4)=0 \ ; \ x= 0, \ \pm 2$$

$y=x^3-3x$

x	y
-2	-2
-1	2
0	0
1	-2
2	2

$y=x$

x	y
-2	-2
0	0
2	2



$$\text{Area} = \int_{-2}^{0} (x^3-3x)-x\ dx + \int_0^2 x-(x^3-3x)\ dx \underset{\substack{\uparrow \\ \text{por simetría}}}{=} 2\int_0^2 x-(x^3-3x)\ dx =$$

$$= 2\int_0^2 (x-x^3+3x)\,dx = 2\int_0^2 (4x-x^3)\,dx = 2\left[2x^2-\frac{x^4}{4}\right]_0^2 =$$

$$= 2\left(8-\frac{16}{4}\right) - 2(0-0) = \boxed{8\ u^2}$$