PREGUNTA 1.- Expresa la división $(6x^3 + 5x^2 - 9x):(3x-2)$ de la forma:
$$\frac{D(x)}{d(x)} = C(x) + \frac{R(x)}{d(x)}$$

PREGUNTA 2.- Utilizando la Regla de Ruffini calcula P(3) y Q(-5), siendo:
$P(x) = 2x^3 - 5x^2 + 7x + 3$ y $Q(x) = x^4 - 3x^2 + 7$

PREGUNTA 3.- Calcula *m* para que el polinomio $P(x) = x^3 - mx^2 + 5x - 2$ sea divisible por $x+1$.

PREGUNTA 4.- Simplifica al máximo las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\dfrac{x^2 + 25 - 10x}{x^2 - 25}$ b) $\dfrac{x-2}{x^2 + x - 6}$

PREGUNTA 5.- Opera y simplifica:

a) $\left[\left(x + \dfrac{1}{x}\right) : \left(x - \dfrac{1}{x}\right)\right] \cdot (x-1)$ b) $\dfrac{x^2}{x^2 - 2x + 1} + \dfrac{2x+3}{x-1} - 3$

PREGUNTA 6.- Resuelve:

a) $\dfrac{x+3}{5} - \dfrac{(x-1)^2}{4} = -\dfrac{1}{4}x^2 - \left(\dfrac{x}{2} + 2\right)$ b) $\dfrac{x^2+2}{3} - \dfrac{x^2+1}{4} = 1 - \dfrac{x+7}{12}$

c) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$ d) $\sqrt{3x+4} = 4 - 2x$

e) $\dfrac{x+4}{8} \leq \dfrac{x-4}{4} + 1$ f) $\dfrac{x^2-9}{5} - \dfrac{(x+2)(x-2)}{15} < \dfrac{1-2x}{3}$

PREGUNTA 1:

$D(x) = 6x^3 + 5x^2 - 9x$

$d(x) = 3x - 2$

¿$C(x)$, $R(x)$?

$$
\begin{array}{rrrr|l}
6x^3 & +5x^2 & -9x & & 3x-2 \\
\cline{5-5}
-6x^3 & +4x^2 & & & \underbrace{2x^2+3x-1}_{C(x)} \\
\cline{1-3}
 & 9x^2 & -9x & & \\
 & -9x^2 & +6x & & \\
\cline{2-3}
 & & -3x & & \\
 & & +3x & -2 & \\
\cline{3-4}
 & & & -2 \leftarrow R &
\end{array}
$$

Luego:

$$\frac{6x^3+5x^2-9x}{3x-2} = 2x^2+3x-1 - \frac{2}{3x-2}$$

PREGUNTA 2: En virtud del TEOREMA DEL RESTO, el valor numérico de un polinomio $P(x)$, para $x=a$, coincide con el resto de la división $P(x):(x-a)$. Por lo tanto:

- $P(3) = R_1$, donde R_1 es el resto de dividir $P(x):(x-3)$
- $Q(-5) = R_2$, donde R_2 es el resto de dividir $Q(x):(x+5)$

$\boxed{P(x):(x-3)}$

$$
\begin{array}{r|rrrr}
 & 2 & -5 & 7 & 3 \\
3 & & 6 & 3 & 30 \\
\hline
 & 2 & 1 & 10 & \boxed{33}
\end{array}
$$

$\Downarrow$

$P(3) = 33$

$\boxed{Q(x):(x+5)}$

$$
\begin{array}{r|rrrrr}
 & 1 & 0 & -3 & 0 & 7 \\
-5 & & -5 & 25 & -110 & 550 \\
\hline
 & 1 & -5 & 22 & -110 & \boxed{557}
\end{array}
$$

$\Downarrow$

$Q(-5) = 557$

PREGUNTA 3: Dos modos de resolverlo:

A) $P(-1) = 0 \Leftrightarrow (-1)^3 - m(-1)^2 + 5(-1) - 2 = 0$; $-1 - m - 5 - 7 = 0 \Rightarrow m = 8$

B) $P(-1) = 0$: Aplicando el TEOREMA DEL RESTO, imponemos que $R=0$ en la división $P(x):(x+1)$

$$
\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & -m & 5 & -2 \\
-1 & & -1 & m+1 & -m-6 \\
\hline
 & 1 & -m-1 & m+6 & \boxed{-m-8}
\end{array}
$$

$R = -m-8 = 0 \Leftrightarrow m = 8$

PREGUNTA 4:

a) $\dfrac{x^2+25-10x}{x^2-25} = \dfrac{(x-5)^{\cancel{2}}}{(x+5)\cancel{(x-5)}} = \dfrac{x-5}{x+5}$

b) $\dfrac{x-2}{x^2+x-6} = \dfrac{\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}(x+3)} = \dfrac{1}{x+3}$

Raíces del denominador: $x^2+x-6=0 \Leftrightarrow x_{1,2} = \dfrac{-1\pm\sqrt{1-4(-6)}}{2} = \dfrac{-1\pm 5}{2} = 2; -3$

PREGUNTA 5:

a) $\left[\left(x+\dfrac{1}{x}\right):\left(x-\dfrac{1}{x}\right)\right]\cdot(x-1) = \left[\dfrac{x^2+1}{x}:\dfrac{x^2-1}{x}\right]\cdot(x-1) =$

$= \dfrac{(x^2+1)\cdot\cancel{x}}{(x+1)\cancel{(x-1)}\cdot\cancel{x}}\cdot\cancel{(x-1)} = \dfrac{x^2+1}{x+1}$

b) $\dfrac{x^2}{x^2-2x+1}+\dfrac{2x+3}{x-1}-3 = \dfrac{x^2}{(x-1)^2}+\dfrac{2x+3}{x-1}-3 = \dfrac{x^2+(2x+3)(x-1)-3(x-1)^2}{(x-1)^2} =$

$= \dfrac{x^2+2x^2-2x+3x-3-3(x^2+1-2x)}{(x-1)^2} = \dfrac{\cancel{x^2}+\cancel{2x^2}-2x+3x-3-\cancel{3x^2}-3+6x}{(x-1)^2} = \dfrac{7x-6}{(x-1)^2}$

PREGUNTA 6:

a) $\dfrac{x+3}{5}-\dfrac{(x-1)^2}{4} = -\dfrac{1}{4}x^2-\left(\dfrac{x}{2}+2\right)$; $\dfrac{x+3}{5}-\dfrac{x^2+1-2x}{4} = -\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{x}{2}-2$;

$\dfrac{4x+12}{\cancel{20}}-\dfrac{5x^2+5-10x}{\cancel{20}} = -\dfrac{5x^2}{\cancel{20}}-\dfrac{10x}{\cancel{20}}-\dfrac{40}{\cancel{20}}$; $4x+12-\cancel{5x^2}-5+10x = -\cancel{5x^2}-10x-40$;

$4x+10x+10x = -12+5-40$; $24x = -47 \Rightarrow x = -\dfrac{47}{24}$

b) $\dfrac{x^2+2}{3}-\dfrac{x^2+1}{4} = 1-\dfrac{x+7}{12}$; $\dfrac{4x^2+8}{\cancel{12}}-\dfrac{3x^2+3}{\cancel{12}} = \dfrac{12}{\cancel{12}}-\dfrac{x+7}{\cancel{12}}$;

$4x^2+8-3x^2-3-12+x+7=0$; $x^2+x=0$; $x(x+1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-1 \end{cases}$

c) $x^4-5x^2-36=0 \xrightarrow[\text{(BICUADRADA)}]{z=x^2} z^2-5z-36=0 \Leftrightarrow z_{1,2}=\dfrac{5\pm\sqrt{25-4(-36)}}{2}=\dfrac{5\pm 13}{2}=9;-4$

$*$ Si $z=9 \Rightarrow x=\pm\sqrt{9}=\pm 3$

$*$ Si $z=-4 \Rightarrow x=\pm\sqrt{-4}\notin \mathbb{R}$

d) $\sqrt{3x+4}=4-2x$; $\left(\sqrt{3x+4}\right)^2=(4-2x)^2$; $3x+4=16+4x^2-16x$; $4x^2-19x+12=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x_{1,2}=\dfrac{19\pm\sqrt{361-192}}{8}=\dfrac{19\pm\sqrt{169}}{8}=\dfrac{19\pm 13}{8}=4;\dfrac{3}{4}$

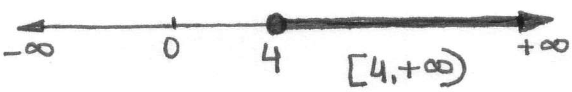
Comprobación:

$*$ Si $x=4$: $\sqrt{12+4}\neq 4-8$: $x=4$ es una solución falsa introducida al elevar la ecuación al cuadrado.

$*$ Si $x=\dfrac{3}{4}$: $\sqrt{\dfrac{9}{4}+4}=4-\dfrac{6}{4}$; $\sqrt{\dfrac{25}{4}}=\dfrac{10}{4}$; $\dfrac{5}{2}=\dfrac{10}{4}$ ✓

e) $\dfrac{x+4}{8}\leq\dfrac{x-4}{4}+1$; $\dfrac{x+4}{\cancel{8}}\leq\dfrac{2(x-4)}{\cancel{8}}+\dfrac{8}{\cancel{8}}$; $x+4\leq 2x\cancel{-8}\cancel{+8}$;

$x-2x\leq -4$; $-x\leq -4 \Leftrightarrow x\geq 4$

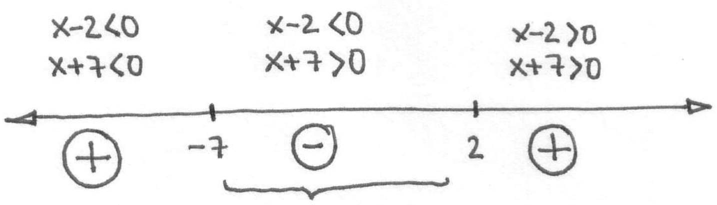


f) $\dfrac{x^2-9}{5}-\dfrac{(x+2)(x-2)}{15}<\dfrac{1-2x}{3}$; $\dfrac{3(x^2-9)}{\cancel{15}}-\dfrac{(x+2)(x-2)}{\cancel{15}}<\dfrac{5-10x}{\cancel{15}}$;

$3x^2-27-x^2+4<5-10x$; $2x^2+10x-28<0$; $x^2+5x-14<0$;

(Factorizamos: $x^2+5x-14=0 \Leftrightarrow x_{1,2}=\dfrac{-5\pm\sqrt{25-4(-14)}}{2}=\dfrac{-5\pm 9}{2}=2;-7$)

$(x-2)(x+7)<0 \Leftrightarrow x\in(-7,2)$



$x\in(-7,2)$