Comprueba que *r* y *s* se cruzan y halla su perpendicular común.

$$r:\begin{cases} x = 2\lambda + 2 \\ y = \lambda - 1 \\ z = \lambda \end{cases} \qquad s: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$$

Las ecuaciones paramétricas *r* y *s* son: $r:\begin{cases} x = 2\lambda + 2 \\ y = \lambda - 1 \\ z = \lambda \end{cases}$ $\quad s:\begin{cases} x = 1 + 2\mu \\ y = -1 - \mu \\ z = 2\mu \end{cases}$

El vector $(-1 + 2\mu - 2\lambda, -\mu - \lambda, 2\mu - \lambda)$ debe ser perpendicular a $\vec{u}_r$ y $\vec{u}_s$:

$$\begin{cases} -2 + 4\mu - 4\lambda - \mu - \lambda + 2\mu - \lambda = 0 \\ -2 + 4\mu - 4\lambda + \mu + \lambda + 4\mu - 2\lambda = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6\lambda + 5\mu = 2 \\ -5\lambda + 9\mu = 2 \end{cases} \Rightarrow \lambda = -\frac{8}{29},\ \mu = \frac{2}{29}$$

La perpendicular común será la recta que pasa por $A\left(\frac{42}{29}, -\frac{37}{29}, -\frac{8}{29}\right)$ y $B\left(\frac{33}{29}, -\frac{31}{29}, \frac{4}{29}\right)$ es

$$t: \frac{x - \frac{42}{29}}{-9} = \frac{y + \frac{37}{29}}{6} = \frac{z + \frac{8}{29}}{12}.$$

Determina si las siguientes rectas se cruzan y, en su caso, halla su perpendicular común.

$$r:\begin{cases} x - y + 2z = 0 \\ 2x + y + z = 6 \end{cases} \qquad s: x = y = \frac{z-1}{-1}$$

Las ecuaciones paramétricas *r* y *s* son: $r:\begin{cases} x = 2 - \mu \\ y = 2 + \mu \\ z = \mu \end{cases}$ $\quad s:\begin{cases} x = \lambda \\ y = \lambda \\ z = 1 - \lambda \end{cases}$

El vector $(\lambda + \mu - 2, \lambda - \mu - 2, 1 - \lambda - \mu)$ debe ser perpendicular a $\vec{u}_r$ y $\vec{u}_s$:

$$\begin{cases} -\lambda - \mu + 2 + \lambda - \mu - 2 + 1 - \lambda - \mu = 0 \\ \lambda + \mu - 2 + \lambda - \mu - 2 - 1 + \lambda + \mu = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\lambda - 3\mu = -1 \\ 3\lambda + \mu = 5 \end{cases} \Rightarrow \lambda = \frac{7}{4},\ \mu = -\frac{1}{4}$$

La perpendicular común será la recta que pasa por $A\left(\frac{9}{4}, \frac{7}{4}, -\frac{1}{4}\right)$ y $B\left(\frac{7}{4}, \frac{7}{4}, -\frac{3}{4}\right)$:

$$t: \frac{x - \frac{9}{4}}{1} = \frac{y - \frac{7}{4}}{0} = \frac{z + \frac{1}{4}}{1}$$