**1.** Dada $f(x) = \dfrac{9}{x^2 - 9}$

a) Razonar cuál es su Dom (f)
b) Hallar su posible simetría.
c) Obtener los posibles cortes con los ejes.
d) Tabla de valores apropiada y representación gráfica.
e) A la vista de la gráfica indicar su Im (f)
f) ¿Es continua?
g) Hallar analíticamente para qué valor o valores de x se obtiene la imagen 1/3 (Comprobar a continuación lo obtenido en la gráfica)
h) Posibles M y m. Intervalos de crecimiento.
i) Hallar analíticamente $\lim\limits_{x \to 3} f(x)$, $\lim\limits_{x \to \infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$
(Comprobar a continuación lo obtenido en la gráfica)
j) Ecuación de las posibles asíntotas.

**2.** Dada $f(x) = \begin{cases} x^2 + 8x + 7 & \text{si } x < -3 \\ x - 5 & \text{si } -3 \leq x < 2 \\ \sqrt{x-2} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

a) Construir una tabla de valores apropiada para cada rama y obtener su representación gráfica.
b) Razonar cuál es su Dom (f) e Im (f)
c) ¿Es continua?
d) ¿ Para qué valor o valores de x se obtiene la imagen -5? (Comprobar a continuación lo obtenido y la gráfica)
e) Posibles M y m. Intervalos de crecimiento.
f) $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$, $\lim\limits_{x \to \infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

**3.** a) Calcular log 90 en función de log 3
b) Calcular $\log_3 \sqrt[4]{27}$
c) Calcular log 0,08 en función de log 2
d) Calcular $\log_3 \dfrac{\sqrt{243}}{3}$

**4.** Resolver $2^{x+1} = 3^{x-1} \cdot 4^x$ . <u>Comprobar el resultado</u>.

**5.** a) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2 + x - 6}{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}$ b) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}{x^2 + x - 6}$ c) $\lim\limits_{x \to \infty} \left( \dfrac{x^2 + 1}{x + 1} - \dfrac{x^2 - 1}{x - 1} \right)$

① $f(x) = \dfrac{9}{x^2-9}$

a) $x^2-9=0$ ; $x^2=9$ ; $x=\pm 3 \Rightarrow \boxed{Dom(f) = \mathbb{R} - \{\pm 3\}}$ 0.1

b) $f(-x) = \dfrac{9}{(-x)^2-9} = \dfrac{9}{x^2-9} = f(x) \Rightarrow \boxed{f(x) \text{ simétrica par}}$ 0.1

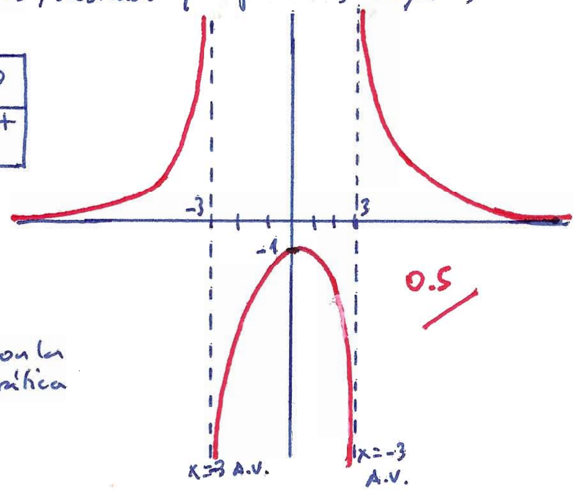
c) CORTE EJE X: $y=0 \rightarrow 0 = \dfrac{9}{x^2-9}$ ; $0=9$ FALSO $\Rightarrow$ $\boxed{\text{no corta al eje X}}$

CORTE EJE Y: $x=0 \rightarrow y = \dfrac{9}{-9} = -1 \Rightarrow \boxed{(0,-1)}$ 0.2

d) Como la f(x) es simétrica par, basta con hacer la tabla para las x positivos, sabiendo que para los negativos se obtendrá exactamente lo mismo:

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 2.9 | 3 | 3.1 | 4 | 5 | 6 | 7 | ....100 ....$\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)=\frac{9}{x^2-9}$ | -1 | -1,125 | -1,8 | -15,25 | $\nexists$ | 14,75 | 1,29 | 0,56 | 0,33 | 0,22 | 0,0009 ... $0^+$ |

$\Downarrow$ A.V.




0.5

e) $Im(f) = (-\infty,-1] \cup (0,\infty)$ 0.1

f) discontinua en $x=\pm 3$ 0.1

g) $y=\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{3} = \dfrac{9}{x^2-9} \Rightarrow x^2-9=27$; $x^2=36 \Rightarrow \boxed{x=\pm 6}$, lo cual coincide con la tabla y con la gráfica 0.2

h) $\left.\begin{array}{l} f(x) \nearrow \forall x \in (-\infty,-3)\cup(-3,0) \\ f(x) \searrow \forall x \in (0,3)\cup(3,\infty) \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{M(0,-1)}$ 0.2

i) $\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 3^-} f(x) = \infty \\ \lim\limits_{x\to 3^+} f(x) = +\infty \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\nexists \lim\limits_{x\to 3} f(x)}$ $\boxed{\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0^+}$ $\boxed{\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = 0^+}$ 0.3

j) $\boxed{x=\pm 3 \text{ A.V.}}$ 0.2 $\boxed{y=0 \text{ A.H.}}$

---

② $f(x) = \begin{cases} x^2+8x+7 & \text{si } x<-3 \\ x-5 & \text{si } -3\le x<2 \\ \sqrt{x-2} & \text{si } x\geq 2 \end{cases}$

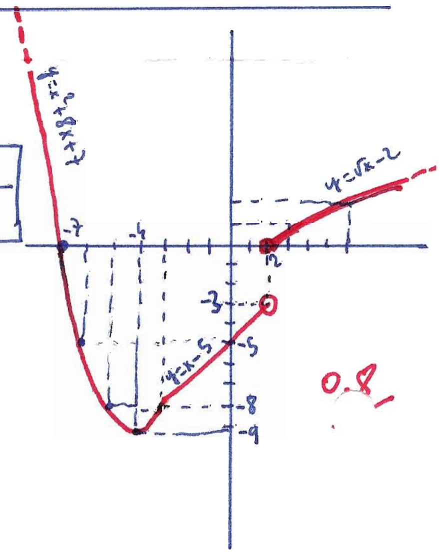
a)

| $x$ | -9 | -8 | -7 | -6 | -5 | -4 | -3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)=x^2+8x+7$ | 16 | 7 | 0 | -5 | -8 | -9 | -8 |

V

| $x$ | -3 | 2 |
|---|---|---|
| $y=x-5$ | -8 | -3 |

| $x$ | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 ... |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y=\sqrt{x-2}$ | 0 | 1 | 1.41 | 1.73 | 2 | 2.24 .. |




0.8

b) $Dom(f) = \mathbb{R}$ ; $Im(f) = [-9,\infty)$ 0.2

c) discontinua en $x=2$ 0.1

d) $y=-5 \xrightarrow{1^a \text{ rama}} -5 = x^2+8x+7$; $x^2+8x+12=0$ → $x_1=-2$ descartado pq. $\notin$ 1ª rama; $\boxed{x_2=-6}$ 0.4

$\xrightarrow{2^a \text{ rama}} -5 = x-5$ ; $\boxed{0=x}$ (ambas soluciones pueden comprobarse en la gráfica)

e) $\left.\begin{array}{l} f(x) \searrow \forall x \in (-\infty,-4) \\ f(x) \nearrow \forall x \in (-4,\infty) \end{array}\right\} \boxed{m(-4,-9)}$ 0.2

f) $\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = -3 \\ \lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\nexists \lim\limits_{x\to 2} f(x)}$ $\boxed{\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = \infty}$ $\boxed{\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty}$ 0.3

---

③ a) $\log 90 = \log(9\cdot 10) = \log 9 + \cancel{\log 10}^{\,1} = 1 + \log 3^2 = \boxed{1+2\log 3}$ 0.5

b) $\log_3 \sqrt[4]{27} = \frac{1}{4}\log_3 27 = \frac{1}{4}\log_3 3^3 = \frac{3}{4}\cancel{\log_3 3}^{\,1} = \boxed{\frac{3}{4}}$ 0.5

c) $\log 0{,}08 = \log\frac{8}{100} = \log 8 - \cancel{\log 100}^{\,2} = -2 + \log 2^3 = \boxed{-2+3\log 2}$ 0.5

d) $\log_3 \frac{\sqrt{243}}{3} = \log_3\sqrt{243} - \cancel{\log_3 3}^{\,1} = -1 + \frac{1}{2}\log_3 243 = -1 + \frac{1}{2}\log_3 3^5 = -1 + \frac{5}{2}\cancel{\log_3 3}^{\,1} = -1+\frac{5}{2} = \boxed{\frac{3}{2}}$ 0.5

0.25

4) a) $2^{x+1}=3^{x-1}\cdot 4^x$ ; $\log 2^{x+1}=\log(3^{x-1}\cdot 4^x)=\log 3^{x-1}+\log 4^x$ ; $(x+1)\log 2=(x-1)\log 3+x\log 4$ ;

$x\log 2+\log 2=x\log 3-\log 3+x\log 4$ ; $\log 2+\log 3=x\log 3+x\log 4-x\log 2=x(\log 3+\log 4-\log 2)$

0.25 0.25

$\Rightarrow \boxed{x=\dfrac{\log 2+\log 3}{\log 3+\log 4-\log 2}=1}$ 0.5

0.25

b) comprobación: sustituyendo en la ecuación del enunciado se obtiene

$2^2 \overset{?}{=} 3^0\cdot 4^1$ ; $4=4$ ¡verdadero! 0.5

---

5) a) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+x-6}{x^3-6x^2+12x-8}$ (raíces 2 y −3) $\overset{0/0}{=}\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(\cancel{x-2})(x+3)}{(\cancel{x-2})(x^2-4x+4)}$ (raíces 2 doble) $=\dfrac{5}{0}=\begin{cases}\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x+3}{(x-2)^2}=\dfrac{5}{(0^-)^2}=\dfrac{5}{0^+}=\infty\\[2mm] \lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x+3}{(x-2)^2}=\dfrac{5}{(0^+)^2}=\dfrac{5}{0^+}=\infty\end{cases}\Rightarrow \boxed{\lim\limits_{x\to 2}f(x)=\infty}$

0.75

| | 1 | −6 | 12 | −8 |
|---|---|---|---|---|
| 2 | | 2 | −8 | 8 |
| | 1 | −4 | 4 | $\boxed{0}$ |

b) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{x^3-6x^2+12x-8}{x^2+x-6}\sim\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{x^3}{x^2}=\lim\limits_{x\to -\infty}x=\boxed{-\infty}$ 0.5

c) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x+1}-\dfrac{x^2-1}{x-1}\right)\overset{\infty-\infty}{=}\lim\limits_{x\to\infty}\left[\dfrac{(x^2+1)(x-1)}{(x+1)(x-1)}-\dfrac{(x^2-1)(x+1)}{(x+1)(x-1)}\right]=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^3-x^2+x-1}{x^2-1}-\dfrac{x^3+x^2-x-1}{x^2-1}\right)=$

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{-2x^2+2x}{x^2-1}\sim\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{-2\cancel{x^2}}{\cancel{x^2}}=\boxed{-2}$ 0.75