1. Dada $f(x)=\frac{8x}{x^2+1}$ a) Razonar cuál es su Dom (f)
b) Estudiar su posible simetría.
c) Obtener los posibles cortes con los ejes.
d) Intervalos de crecimiento y posibles M y m a partir de f '(x)
e) Ecuación de las posibles asíntotas.
f) $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to \infty} f(x)$
g) Con la información anterior, representarla gráficamente.

2. a) Hallar $\log_2 \frac{\sqrt[5]{64}}{8}$ b) Hallar log 0,32 en función de log 2 c) Resolver $2^{2x}=4^{x^2}$ y comprobar.

3. Calcular: a) $\lim\limits_{x\to -1} \frac{x^3+3x^2+3x+1}{x^3+x^2-x-1}$ b) $\lim\limits_{x\to \infty}\left(\sqrt{x^2+3x}-\sqrt{x^2+1}\right)$

4. Hallar la derivada de $f(x)=x^2-3x$ en $x_0=1$ mediante la definición de derivada (es decir, mediante un límite)

5. Derivar y simplificar: a) $y=\frac{2x^2+1}{x^2-4}$ b) $y=2(3x^2-2)^3$ (Dar el resultado como un polinomio)
c) $y=\frac{x+2}{\sqrt{x+1}}$ d) $y=\frac{3}{x^3}-\frac{2}{x^2}+\frac{4}{x}$ (Dar el resultado como una fracción)

1) $f(x)=\dfrac{8x}{x^2+1}$

a) $\boxed{Dom(f)=\mathbb{R}}$ pq. $x^2+1\neq 0\ \forall \mathbb{R}$ **0.25/**

b) $f(-x)=\dfrac{8\cdot(-x)}{(-x)^2+1}=\dfrac{-8x}{x^2+1}=-\dfrac{8x}{x^2+1}=-f(x)\Rightarrow$ $\boxed{f(x)\ \text{simétrica impar}}$ **0.25/**

c) corte eje x: $y=0\Rightarrow 0=\dfrac{8x}{x^2+1};\ 0=8x;\ x=0\to \boxed{(0,0)}$ **0.25/**

d) $f'(x)=\dfrac{8(x^2+1)-8x\cdot 2x}{(x^2+1)^2}=\dfrac{8x^2+8-16x^2}{(x^2+1)^2}=\dfrac{8-8x^2}{(x^2+1)^2}=0\Rightarrow 8-8x^2=0;\ 8=8x^2;\ 1=x^2 \begin{cases} x=-1 \\ x=1 \end{cases}$ posibles Mom **0.25/**

	$(-\infty,-1)$	$(-1,1)$	$(1,\infty)$
signo $f'(x)=\dfrac{8-8x^2}{+}$	$-$	$+$	$-$
$f(x)$	↘	↗	↘

$x=-1$ m ; $x=1$ M

$\Rightarrow$ $f(x)$ ↘ $\forall x\in(-\infty,-1)\cup(1,\infty)$; $f(x)$ ↗ $\forall x\in(-1,1)$ $\Rightarrow$ $\boxed{m(-1,-4)\quad M(1,4)}$ **0.25/**

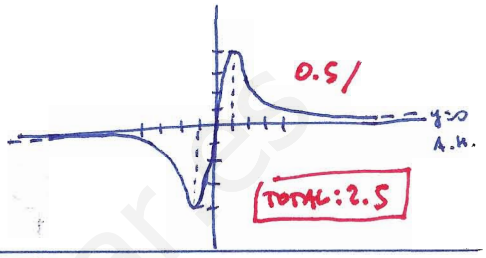
0.25/

e) ¿A.H.? $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x}{x^2+1}\sim\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x}{x^2}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8}{x}=0^+$ $\Rightarrow$ $\boxed{y=0\ \text{A.H.}}$

(el otro lim es análogo y se obtiene 0^-) **0.5/**

¿A.V.? no tiene pq. $x^2+1\neq 0\ \forall\mathbb{R}$

f) **0.5/**



TOTAL: 2.5

2) a) $\log_2\dfrac{\sqrt[5]{64}}{8}=\log_2\sqrt[5]{64}-\log_2 8=\dfrac{1}{5}\log_2 64-\log_2 8=\dfrac{6}{5}-3=\boxed{-\dfrac{9}{5}}$ **0.5/**

b) $\log 0{,}32=\log\dfrac{32}{100}=\log 32-\log 100=\log 2^5-2=\boxed{-2+5\log 2}$ **0.5/**

c) $2^{2x}=4^{x^2};\ 2^{2x}=(2^2)^{x^2};\ 2^{2x}=2^{2x^2}\Rightarrow 2x=2x^2;\ 2x^2-2x=0;\ 2x(x-1)=0 \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$ posibles soluciones **0.5/**

comprobación: $x=0\to 2^0\overset{?}{=}4^0;\ 1=1\Rightarrow \boxed{x=0}$ es soluc. **0.5**

$x=1\to 2^2\overset{?}{=}4^1;\ 4=4\Rightarrow\boxed{x=1}$ es soluc.

TOTAL: 2

3) a) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^3+3x^2+3x+1}{x^3+x^2-x-1}=\dfrac{0}{0}=\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{(x+1)(x^2+2x+1)}{(x+1)(x^2-1)}=\dfrac{0}{0}=\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{(x+1)^2}{(x+1)(x-1)}=\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x+1}{x-1}=\dfrac{0}{-2}=\boxed{0}$ **0.5/**

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 3 & 3 & 1 \\ -1 & & & & \\ \hline & 1 & 2 & 1 & \boxed{0} \end{array} \qquad \begin{array}{r|rrrr} & 1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & & & & \\ \hline & 1 & 0 & -1 & \boxed{0} \end{array}$$

0.25/ **0.25/**

b) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+3x}-\sqrt{x^2+1}\right)=\infty-\infty=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\left(\sqrt{x^2+3x}-\sqrt{x^2+1}\right)\left(\sqrt{x^2+3x}+\sqrt{x^2+1}\right)}{\sqrt{x^2+3x}+\sqrt{x^2+1}}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(\cancel{x^2}+3x)-(\cancel{x^2}+1)}{\sqrt{x^2+3x}+\sqrt{x^2+1}}=$ **0.25/**

$=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x-1}{\sqrt{x^2+3x}+\sqrt{x^2+1}}=\dfrac{\infty}{\infty}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\frac{3x}{x}-\frac{1}{x}}{\sqrt{\frac{x^2}{x^2}+\frac{3x}{x^2}}+\sqrt{\frac{x^2}{x^2}+\frac{1}{x^2}}}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-\cancel{\frac{1}{x}}^{\,0}}{\sqrt{1+\cancel{\frac{3}{x}}^{\,0}}+\sqrt{1+\cancel{\frac{1}{x^2}}^{\,0}}}=\boxed{\dfrac{3}{2}}$ **0.25/** **0.5/**

TOTAL: 2

4) $f(x)=x^2-3x$ en $x_0=1$ **0.25/**

$f'(1)=\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}=\lim\limits_{h\to0}\dfrac{(1+h)^2-3(1+h)-(-2)}{h}=\lim\limits_{h\to0}\dfrac{1+2h+h^2-3-3h+2}{h}=\lim\limits_{h\to0}\dfrac{h^2-h}{h}=\lim\limits_{h\to0}(h-1)=\boxed{-1}$ **0.25/** **0.5/**

TOTAL: 1

5) a) $y=\dfrac{2x^2+1}{x^2-4}\xrightarrow{y=u/v} y'=\dfrac{4x(x^2-4)-2x(2x^2+1)}{(x^2-4)^2}=\dfrac{\cancel{4x^3}-16x-\cancel{4x^3}-2x}{(x^2-4)^2}=\boxed{\dfrac{-18x}{(x^2-4)^2}}$ **0.625/**

b) $y=2(3x^2-2)^3\longrightarrow y'=2\cdot3\cdot(3x^2-2)^2\cdot6x=36x\cdot(9x^4-12x^2+4)=\boxed{324x^5-432x^3+144x}$ **0.625**

c) $y=\dfrac{x+2}{\sqrt{x+1}}\xrightarrow{y=u/v} y'=\dfrac{\sqrt{x+1}-(x+2)\cdot\frac{1}{2\sqrt{x+1}}}{x+1}=\dfrac{\frac{2(x+1)-(x+2)}{2\sqrt{x+1}}}{x+1}=\dfrac{\frac{x}{2\sqrt{x+1}}}{x+1}=\boxed{\dfrac{x}{2(x+1)\sqrt{x+1}}}$ **0.625**

d) $y=3\cdot\dfrac{1}{x^3}-2\cdot\dfrac{1}{x^2}+4\cdot\dfrac{1}{x}\longrightarrow y'=3\cdot\dfrac{-3x^2}{x^6}-2\cdot\dfrac{-2x}{x^4}+4\cdot\dfrac{-1}{x^2}=\dfrac{-9}{x^4}+\dfrac{4}{x^3}-\dfrac{4}{x^2}=\boxed{\dfrac{-9+4x-4x^2}{x^4}}$ **0.625**

TOTAL: 2,5