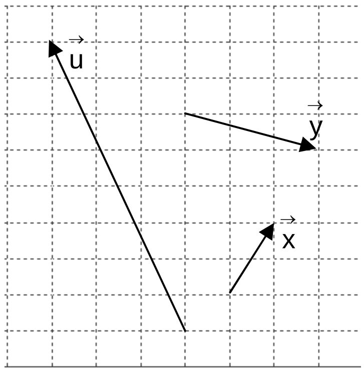
1.



a) ¿Los vectores $\vec{x}$ e $\vec{y}$ de la figura pueden ser base de V^2? Razonar la respuesta.

b) Expresar $\vec{u}$ como combinación lineal de $\vec{x}$ e $\vec{y}$

c) Comprobar gráficamente lo anterior. *(2 puntos)*

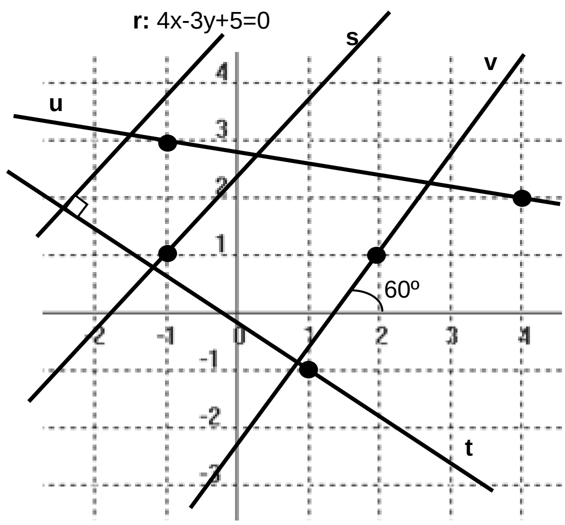
2. Considerar el triángulo de vértices A(1,1), B(2,2) y C(3,-1) **a)** Dibujarlo. **b)** Hallar el ángulo $\hat{A}$ **c)** Hallar las longitudes de los lados $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$ **d)** Con todo lo anterior, calcular su área. *(1,75 puntos)*

3. En la figura, $s//r$ y $t\perp r$. Hallar:

a) La ecuación general de las rectas s, t y u

b) La ecuación punto-pendiente de v

(2 puntos)



4. Dadas las rectas $r: 2x + ay + 30 = 0$

$$s: y - 2 = \frac{1}{3}(x - 1)$$

a) Hallar **a** para que r//s

b) En el caso anterior, hallar su distancia.

c) Hallar **a** para que $r\perp s$

d) Hallar **a** para que formen 45º *(2 puntos)*

5. **<u>CUESTIONES TEÓRICO-PRÁCTICAS</u>:**

a) Dado el vector $\vec{u} = (3,4)$, hallar un vector $\perp$ a él, otro con sentido opuesto y unitario, y un último $\perp$ y de módulo 10. Representar la situación.

b) ¿Cuánto vale el producto escalar de dos vectores de origen común construidos sobre dos lados cualesquiera de un triángulo equilátero de lado 6? Hacer un dibujo.

c) Dados $\vec{a} = (-1,2)$, $\vec{b} = (2,-3)$ y $\vec{c} = (1,4)$, hallar $\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)\vec{c}$ y $\left(\vec{a}-\vec{b}\right)\cdot\left(\vec{c}-\vec{b}\right)$

d) ¿Qué ángulo forma la recta $x + y + 5 = 0$ con OX^+?

e) ¿A simple vista, **sin necesidad de transformarlas**, podemos deducir que r: $y = 2x - 3$, y $s: y + 3 = -\frac{1}{2}(x-1)$ son perpendiculares? Razonar la respuesta. *(2 puntos)*

① a) son base de V^2 pq. son dos vectores no nulos y no paralelos 0.25 /

b) $\vec{x}=(1,2)$; $\vec{y}=(3,-1)$; $\vec{u}=(-3,8)$ } $\vec{u}=\lambda\vec{x}+\mu\vec{y} \Rightarrow (-3,8)=\lambda(1,2)+\mu(3,-1) \Rightarrow$ { (*) $-3=\lambda+3\mu$; $8=2\lambda-\mu$ } 0.25 /

$\xrightarrow{\cdot(-2)}$ $6=-2\lambda-6\mu$

$8=2\lambda-\mu$

$14=-7\mu$

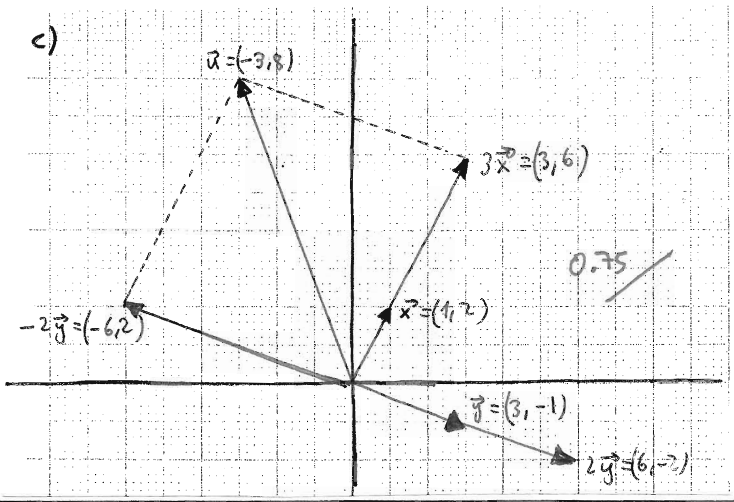
$\mu=-2 \xrightarrow[\text{en } (*)]{\text{sustituimos}} -3=\lambda-6$

$\lambda=3$

0,5 /

Soluc: $\boxed{\vec{u}=3\vec{x}-2\vec{y}}$ 0.25 /

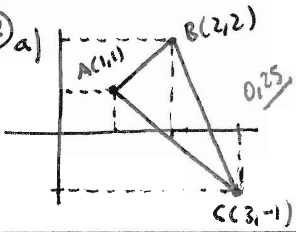
c)



0.75 /

TOTAL: 2

② a)



0,25 /

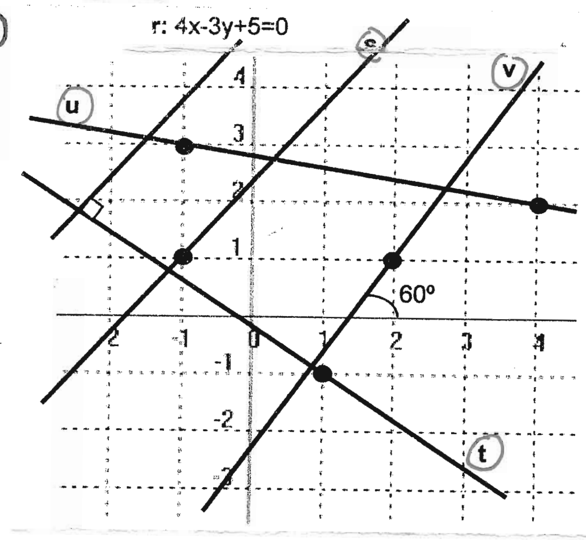
b) $\vec{AB}=B-A=(1,1)$; $\vec{AC}=C-A=(2,-2)$ } $\cos A=\frac{\vec{AB}\cdot\vec{AC}}{\|\vec{AB}\|\cdot\|\vec{AC}\|}=\frac{(1,1)(2,-2)}{\sqrt{2}\ \sqrt{8}}=\frac{2-2}{\sqrt{2}\sqrt{8}}=0 \Rightarrow \boxed{A=90}$ 0,75 /

c) $\|\vec{AB}\|=\sqrt{2}$; $\|\vec{AC}\|=\sqrt{8}$ 0,25 /

d) $S_{ABC}=\frac{1}{2}\|\vec{AB}\|\cdot\|\vec{AC}\|\cdot \operatorname{sen} A=\frac{1}{2}\sqrt{2}\cdot\sqrt{8}\ \cancel{\operatorname{sen} 90}^{\,1}=\frac{\sqrt{16}}{2}=\frac{4}{2}=\boxed{2u^2}$ 0,5 /

TOTAL: 1,75

③



a) ¿s?: $s\parallel r \Rightarrow \vec{u_s}=\vec{v_r}=(3,4)$; $P(-1,1)$ } $\frac{x+1}{3}=\frac{y-1}{4}$; $4x+4=3y-3$

s: $\boxed{4x-3y+7=0}$ 0,5 /

¿u?: $A(-1,3)$; $B(4,2)$ } $\vec{u_u}=\vec{AB}=B-A=(5,-1)$; $A(-1,3)$ } $\frac{x+1}{5}=\frac{y-3}{-1}$; $-x-1=5y-15$

u: $\boxed{0=x+5y-14}$ 0,5 /

¿t?: $t\perp r \Rightarrow \vec{v_r}=(3,4)\xrightarrow{\perp}\vec{u_t}=(-4,3)$; $P(1,-1)$ } $\frac{x-1}{-4}=\frac{y+1}{3}$; $3x-3=-4y-4$

t: $\boxed{3x+4y+1=0}$ 0,5 /

b) ¿v?: $m=\operatorname{tg}60°=\sqrt{3}$; $P(2,1)$ } $\boxed{y-1=\sqrt{3}(x-2)}$: v 0.5 /

TOTAL: 2

④ r: $2x+ay+30=0$ → $\vec{v_r}=(-a,2) \Rightarrow m_r=-\frac{2}{a}$

s: $y-2=\frac{1}{3}(x-1)$ → $m_s=\frac{1}{3} \Rightarrow \vec{u_s}=(3,1)$

$c=x-3y+5$

a) $r\parallel s \Rightarrow m_r=m_s \Rightarrow -\frac{2}{a}=\frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{a=-6}$ 0,25 /

b) r: $2x-6y+30=0 \to x-3y+15=0$; $P(1,2)\in s$ } $d(r,s)=d(P,r)=\frac{|1-6+15|}{\sqrt{1+9}}=\frac{10}{\sqrt{10}}=\frac{\cancel{10}\sqrt{10}}{\cancel{10}}=\boxed{\sqrt{10}\ u}$ 0,75 /

c) $r\perp s \Rightarrow m_s=-\frac{1}{m_r} \Rightarrow \frac{1}{3}=-\frac{1}{-2/a} \Rightarrow \frac{1}{3}=\frac{a}{2} \Rightarrow \boxed{a=2/3}$ 0,25 /

0,25

d) $\cos\alpha = \dfrac{|\vec{u_r}\cdot\vec{v_s}|}{\|\vec{v_r}\|\cdot\|\vec{v_s}\|} \Rightarrow \cos 45^\circ = \dfrac{|(-a,2)\cdot(3,1)|}{\sqrt{a^2+4}\cdot\sqrt{9+1}}$; $\dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{|-3a+2|}{\sqrt{a^2+4}\cdot\sqrt{10}} \Rightarrow \sqrt{2}\sqrt{10}\sqrt{a^2+4} = 2\cdot|2-3a|$

$\left(\sqrt{2}\cdot\sqrt{10}\sqrt{a^2+4}\right)^2 = \left[2\,(2-3a)\right]^2$; $2\cdot 10\cdot(a^2+4) = 4(4-12a+9a^2)$; $5(a^2+4) = 4-12a+9a^2$

$5a^2+20 = 4-12a+9a^2$; $0 = 4a^2-12a-16$; $a^2-3a-4=0 \nearrow \boxed{a=-1}$, $\searrow \boxed{a=4}$ 0,25 0,25

NOTA: los dos son, lógicamente solución, y corresponderían a sendas rectas r_1 y r_2, a ambos lados de S, formando 45°

TOTAL: $\boxed{2}$

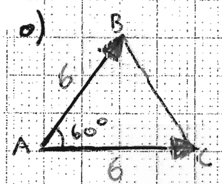
---

⑤ a) $\vec{u}=(3,4) \xrightarrow{\perp} \boxed{\vec{n}=(-4,3)}$ es $\perp$ al dado (también vale $(4,-3)$ y sus múltiplos...) 0,25

$\|\vec{u}\| = \sqrt{9+16} = 5$; $-\vec{u} = (-3,-4)$ es opuesto $\longrightarrow \boxed{-\dfrac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|} = \left(-\dfrac{3}{5}, -\dfrac{4}{5}\right)}$ es opuesto y unitario 0,25

$\vec{n}=(-4,3)$ es $\perp \vec{u}$, y tiene su mismo módulo, es decir, 5; por lo tanto para que tenga módulo 10 lo multiplicaremos por 2: $2\vec{n} = \boxed{(-8,6)}$ es $\perp$ y de módulo 10 0,25

b)



$\vec{AB}\cdot\vec{AC} = \|\vec{AB}\|\cdot\|\vec{AC}\|\cdot\cos 60^\circ = 6\cdot 6\cdot\dfrac{1}{2} = \boxed{18}$ 0,25

c) $\left.\begin{array}{l}\vec{a}=(-1,2)\\ \vec{b}=(2,-3)\\ \vec{c}=(1,4)\end{array}\right\}$ $(\vec{a}\cdot\vec{b})\,\vec{c} = [(-1,2)\cdot(2,-3)]\,(1,4) = (-2-6)\,(1,4) = -8\,(1,4) = \boxed{(-8,-32)}$ 0,25

$(\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{c}-\vec{b}) = [(-1,2)-(2,-3)]\cdot[(1,4)-(2,-3)] =$

$= (-3,5)\cdot(-1,7) = 3+35 = \boxed{38}$ 0,25

d) $x+y+5=0$; $\vec{u_r} = (-1,1) \Rightarrow m_r = -1 = \operatorname{tg}\alpha \Rightarrow \alpha = \operatorname{arctg}(-1) = \boxed{135^\circ}$ 0,25

(RECORDAR que la pendiente es el ángulo que la recta forma con OX^+)

e) $\left.\begin{array}{l} r: y = 2x-3 \\ s: y+3 = -\frac{1}{2}(x-1)\end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} m_r = 2 \\ m_s = -1/2\end{array}$ son $\perp$ pq. $m_r = -1/m_s$ 0,25

TOTAL: $\boxed{2}$

ORTOGRAFÍA, SINTAXIS, CALIGRAFÍA : 0,05
ORDEN, PLANTEAMIENTO, LIMPIEZA : 0,10
CORRECCIÓN LENGUAJE MATEMÁTICO : 0,10

TOTAL = $\boxed{0,25}$