Ejercicio 1. *Resolver la ecuación:*

$$x^4 + 2x^3 - x - 2 = 0$$

Solución:

Para resolver la ecuación es preciso factorizar el polinomio. Buscamos raíces enteras entre los divisores de 2. Así encontramos que:

	1	2	0	–1	–2
–2		–2	0	0	2
	1	0	0	–1	0

Entoncess, podemos escribir la ecuación como

$$(x+2)(x^3-1) = 0$$

que tiene como soluciones:

$$\begin{cases} x+2=0 & \Longrightarrow \quad x_1 = -2 \\ x^3-1=0 & \Longrightarrow \quad x_2 = 1 \end{cases}$$

Ejercicio 2. *Factorizar el polinomio* $4x^3 + 8x^2 - 11x + 3$

Solución:

Buscamos raíces enteras entre los divisores de 3. Así encontramos:

	4	8	–11	3
–3		-12	12	-3
	4	-4	1	0

Entonces:

$$4x^3 + 8x^2 - 11x + 3 = (x+3)\cdot(4x^2 - 4x + 1)$$

Para factorizar el polinomio de segundo grado calculamos sus raíces:

$$4x^2 - 4x + 1 = 0 \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4\cdot 4\cdot 1}}{2\cdot 4} = \frac{4 \pm \sqrt{16-16}}{8} = \frac{1}{2}$$

El polinomio tiene una única raíz (doble). La factorización es:

$$4x^3 + 8x^2 - 11x + 3 = (x+3)\cdot(4x^2 - 4x + 1) = (x+3)\cdot 4\cdot\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = (x+3)\cdot(2x-1)^2$$

Ejercicio 3. *El polinomio* $x^3 + ax^2 + bx - 5$ *da de resto* 11 *cuando se divide por* $x-2$ *y resto* 1 *si se divide por* $x+3$*. Calcular* a *y* b*.*

Solución:

Llamemos $P(x) = x^3 + ax^2 + bx - 5$. Según el teorema del resto, si al dividir por $x - 2$ da de resto 11, el valor numérico del polinomio para $x = 2$ es igual a 11:

$$p(2) = 2^3 + a \cdot 2^2 + b \cdot 2 - 5 = 8 + 4a + 2b - 5 = 11 \quad \Longrightarrow \quad 4a + 2b = 8$$

Por la misma razón el valor numérico del polinomio para $x = -3$ debe ser 1:

$$p(-3) = (-3)^3 + a \cdot (-3)^2 + b \cdot (-3) - 5 = -27 + 9a - 3b - 5 = 1 \quad \Longrightarrow \quad 9a - 3b = 33$$

resolvemos el sistema

$$\begin{cases} 4a + 2b = 8 \\ 9a - 3b = 33 \end{cases} \quad \Longrightarrow \quad \begin{cases} 2a + b = 4 \\ 3a - b = 11 \end{cases} \quad \Longrightarrow \quad \begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \end{cases}$$

Ejercicio 4. *Raíz de un polinomio. Propiedad de las raíces enteras de los polinomios con coeficientes enteros.*

Solución:

Ver teoría.

Ejercicio 5. *Teoremas del factor y del resto.*

Solución:

Ver teoría.
