

LIMITES DE SUCESIONES.

1. Halla el límite de las siguientes sucesiones:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } a_n = \frac{1-2n}{n} & \text{b) } a_n = \frac{n+3}{n-1} & \text{c) } a_n = \frac{1+n}{1-2n} & \text{d) } a_n = \frac{n-2}{n+4} \\ \text{e) } a_n = \frac{3+8n}{2n+5} & \text{f) } a_n = \frac{3n+5}{12n+1} & \text{g) } a_n = \frac{6n-1}{3n+3} & \text{h) } a_n = \frac{3-2n}{n-2} \end{array}$$

Sol: a) -2; b) 1; c) -1/2; d) 1; e) 4; f) 1/4; g) 2; h) -2

2. Halla los siguientes límites cuando n tiende a infinito:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } a_n = \left(\frac{4}{3}\right)^n & \text{b) } a_n = 0,5^n & \text{c) } a_n = 2^{n+1} & \text{d) } a_n = 3^{n-1} \\ \text{e) } a_n = \sqrt[n]{2} & \text{f) } a_n = \frac{3}{n^2} & \text{g) } a_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n & \text{h) } a_n = \sqrt[n]{\frac{1}{2}} \end{array}$$

$$\text{i) } a_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{n}}$$

Sol: a) ∞ ; b) 0; c) ∞ ; d) ∞ ; e) 0; f) 0; g) 0; h) 1; i) 1

3. Halla los límites siguientes:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+3} - \sqrt{n-3}}{2} & \text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 2n + 1}{n-3} & \text{c) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+2}{n^2-1} \\ \text{d) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-4}{n+2} & \text{e) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2+5}{6n^2-2} & \text{f) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-2)^2}{n^2+1} \end{array}$$

Sol: a) 0; b) ∞ ; c) 0; d) 1; e) 1/2; f) 1

4. Halla los límites siguientes:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)(n-2)}{(n-1)^2} & \text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^2}{n} - (n-3) & \text{c) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-2\sqrt{n}}{n} \\ \text{d) } \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2} & \text{e) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{\sqrt{n} - \sqrt{n+1}} & \text{f) } \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{4n+5}{2n-3}} \\ \text{g) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2+1}{n+1}\right)^{-n^2+3} & \text{h) } \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n-2]{\left(\frac{2n-5}{2n+1}\right)^n} \end{array}$$

Sol: a) 1; b) 5; c) 1; d) 0; e) $-\infty$; f) ∞ ; g) 0; h) e^{-6}

5. Calcula los siguientes límites:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n+3}\right)^{\frac{n^2-1}{n+1}} & \text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+4}{3n-2}\right)^{4n+7} & \text{c) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-2}{n+3}\right)^{2n+1} \\ \text{d) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2+2}{n^2-1}\right)^{\frac{n+2}{3}} & \text{e) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+2}{2n-1}\right)^{\frac{n^2+n}{n-2}} & \text{f) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2+2n-1}{n^2-20n}\right)^{\frac{2n}{n-1}} \end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
 \text{g) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{n^2+1}}{\sqrt{n^2-2}} \right)^n & \text{h) } \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{4n+1}{4n}} & \text{i) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} \sqrt[n]{\frac{3n^2-2n+1}{3n^2-1}} \\
 \text{j) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-1}{n^2} \sqrt[n^2]{\frac{4n^2+1}{n(4n+3)}} & \text{k) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+1}{3n-4} \right)^{\frac{n^2+5}{n}} & \text{l) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3n+4}{n^2-1} \right)^{n+2}
 \end{array}$$

Sol: a) e^{-2} ; b) e^8 ; c) e^{-10} ; d) 1; e) $e^{3/2}$; f) 1; g) 1; h) 1; i) 1; j) $e^{-3/4}$; k) $e^{5/3}$; l) e^3

6. Calcula el valor de los límites cuando n tiende a infinito de las siguientes expresiones:

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } n^3 - n^2 + 2n - 1 & \text{b) } n^2 \left(n - 4 + \frac{1}{n} - \frac{2}{n^2} \right) & \text{c) } n - 2n^2 \quad \text{d) } \frac{n^2 - n}{n - 2} \\
 \text{e) } n^2 - 2n + 1 & \text{f) } \frac{3n^2 + n}{n^2 - 1} & \text{g) } \frac{n^2 + 2}{3n^2 - 3n} \quad \text{h) } \frac{3n^2 + 2}{n^3 - 1}
 \end{array}$$

Sol: a) ∞ ; b) ∞ c) $-\infty$; d) ∞ ; e) ∞ ; f) 3; g) 1/3; h) 0

7. Calcula el valor de los límites cuando n tiende a infinito de las siguientes expresiones:

$$\begin{array}{llll}
 \text{a) } \frac{n^4 - n}{2n^4 + 3n^2} & \text{b) } \sqrt{n} - \sqrt{n+1} & \text{c) } \sqrt{3n^2} - \sqrt{n^2} & \text{d) } \sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2+2} \\
 \text{e) } \frac{3n}{\sqrt{n^3+2}} & \text{f) } n - \sqrt{n^2+1} & \text{g) } 2n - \sqrt{n+1} & \text{h) } \frac{n - \sqrt{n-1}}{n - \sqrt{n-2}} \\
 \text{i) } \frac{n - \sqrt{n}}{\sqrt{n+1} - n} & \text{j) } \frac{n - \sqrt{n^2+n}}{n - \sqrt{n^2+1}} & &
 \end{array}$$

Sol: a) 1/2; b) 0; c) ∞ ; d) 0; e) 0; f) 0; g) ∞ ; h) 1; i) -1; j) ∞

8. Calcula el valor de los límites de las siguientes funciones si n tiende a infinito:

$$\begin{array}{llll}
 \text{a) } \sqrt{n^2+1} - n & \text{b) } \frac{\sqrt{4n^2+1} - 2n}{\sqrt{n^2+2} - n} & \text{c) } \frac{2}{n - \sqrt{n^2+1}} & \text{d) } \frac{n+1}{n^2 - \sqrt{n^4-n}} \\
 \text{e) } \frac{n}{\sqrt{n^4+n^2} - n^2} & \text{f) } \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^{n+2} & \text{g) } \left(\frac{n+2}{n} \right)^{\frac{n^2}{n+1}} & \text{h) } \left(\frac{2n+3}{2n-1} \right)^{\frac{n^2}{n-1}}
 \end{array}$$

Sol: a) 0; b) 1/4; c) $-\infty$; d) ∞ ; e) ∞ ; f) e^{-2} ; g) e^2 ; h) e^2

9. Calcula el valor de los límites de las siguientes funciones si n tiende a infinito:

$$\begin{array}{llll}
 \text{a) } \left(\frac{n}{n+3} \right)^{n^2+1} & \text{b) } \left(\frac{n+5}{n-3} \right)^{n+1} & \text{c) } \left(\frac{2n+3}{2n} \right)^n & \text{d) } \left(\frac{n^2+4}{n^2-n} \right)^{\frac{n^2}{n+1}}
 \end{array}$$

$$e) \left(\frac{2n+1}{2n} \right)^{\frac{n^2}{2n^2+n}} \quad f) \left(\frac{3n}{3n+2} \right)^{\frac{n^2}{3}} \quad g) \sqrt{n^2+2} - n \quad h) \left(\frac{n+1}{n-2} \right)^{\frac{2n}{5}}$$

$$i) n - \sqrt{n^2+3} \quad j) \sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-3}$$

Sol: a) 0; b) e^8 ; c) $e^{3/2}$; d) e; e) 1; f) 0; g) 0; h) $e^{6/5}$; i) 0; j) 0

10. Resuelve los siguientes límites cuando n tiende a infinito:

$$a) \frac{n^3 - n^2 + 8}{3n^3 + 2n^2 + 2n} \quad b) \frac{3n^2 - 4n - 1}{-n^3 + 3n^2 + n + 7} \quad c) \sqrt{\frac{2n^2 - 2}{n^2 + 3}} \quad d) \frac{\sqrt{n^3 + n}}{n^2 + n}$$

$$e) \frac{2n + \sqrt{n^3 - 1}}{3n + 3} \quad f) \frac{\sqrt{n}}{n} \quad g) \sqrt{\frac{n+1}{n^2+4}} \quad h) \frac{n \sqrt{n}}{3n+4}$$

Sol: a) 1/3; b) 0; c) $2^{1/2}$; d) 0; e) ∞ ; f) 0; g) 0; h) ∞

11. Resuelve los siguientes límites cuando n tiende a infinito:

$$a) \frac{2n}{\sqrt{n^2-1} + n} \quad b) \frac{1000}{\sqrt{n+1000} + \sqrt{n}} \quad c) \frac{2n^2 - 3n + 4}{n+2} - 2n \quad d) \frac{n^2 - 3n + 5}{n+5} - \frac{n^2 - 5}{n+3}$$

$$e) n - \frac{2n^2 + n}{n+4} \quad f) \frac{n+1}{2} - \frac{n^2 + 2n}{n-1} \quad g) \sqrt{n^2+5} - n \quad h) \sqrt{n+4} - \sqrt{n}$$

$$i) \sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1} \quad j) \sqrt{n^2+3n} - n$$

Sol: a) 1; b) 0; c) -7; d) -5; e) $-\infty$; f) $-\infty$; g) 0; h) 0; i) 0; j) 3/2

12. Resuelve los siguientes límites cuando n tiende a infinito:

$$a) \frac{1}{\sqrt{n+1}} - n \quad b) \frac{1}{\sqrt{n-1} - \sqrt{n+1}} \quad c) \frac{1}{\sqrt{n^2+n} - n} \quad d) 2^n - 3^n$$

$$e) \frac{2^n}{2^{n+1} - n} \quad f) \frac{2^{n+1} + 3}{3 \cdot 2^n - 4} \quad g) \frac{2^n + 1}{3^n + 8} \quad h) \left(\frac{3}{2} \right)^n - n^3$$

Sol: a) $-\infty$; b) $-\infty$; c) 2; d) $-\infty$; e) 1/2; f) 2/3; g) 0; h) ∞

13. Resuelve los siguientes límites cuando n tiende a infinito:

$$a) \left(1 + \frac{1}{3n} \right)^{3n} \quad b) \left(\frac{n+4}{n} \right)^{\frac{3n+2}{5}} \quad c) \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{2n+1} \quad d) \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{\frac{n^2-2n}{3n}}$$

$$e) \left(\frac{n+1}{n} \right)^{n-3} \quad f) \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{3n} \quad g) \left(\frac{n^2-1}{n^2+n} \right)^{n-3} \quad h) \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{3+5n}$$

$$i) \left(\frac{2n+1}{2+2n} \right)^{\frac{4n^2-1}{2n}} \quad j) \left(\frac{n-3}{n} \right)^{\frac{n^2}{2}} \quad k) \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{n-4} \quad l) \left(1 + \frac{1}{n^2} \right)^{\frac{1}{n}}$$

Sol: a) e; b) $e^{12/5}$; c) e^2 ; d) $e^{1/3}$; e) e; f) e^3 ; g) 1/e; h) e^5 ; i) 1/e; j) 0; k) e; l) 1

14. Resuelve los siguientes límites cuando n tiende a infinito:

$$\text{a)} \left(2 - \frac{1}{n} \right)^n$$

$$\text{b)} \left(\frac{2n+3}{4+2n} \right)^{5n}$$

$$\text{c)} \left(2 + \frac{2}{n} \right)^n$$

$$\text{d)} \left(1 + \frac{2n-3}{5+n} \right)^{\frac{n^2}{1+n}}$$

$$\text{e)} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{\frac{3n+2}{5}}$$

$$\text{f)} \left(\frac{n^2-1}{n^2+1} \right)^{n-1}$$

$$\text{g)} \left(1 + \frac{1}{n} + 2n \right)^n$$

$$\text{h)} \left(\frac{n^2+3n}{n^2-3} \right)^{10n}$$

$$\text{i)} \left(\frac{2n-3}{2n+3} \right)^{\frac{n^2+3}{3n}}$$

$$\text{j)} \left(\frac{n^3-1}{n^3+1} \right)^{n^3-1}$$

$$\text{k)} \left(\frac{n^2+3}{n^2} \right)^{\frac{n^2+1}{n}}$$

$$\text{l)} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}}{2n}$$

Sol: a) ∞ ; b) $e^{-5/2}$; c) ∞ ; d) ∞ ; e) $e^{3/5}$; f) 1; g) ∞ ; h) e^{30} ; i) $1/e$; j) e^{-2} ; k) 1; l) 0