

Ejercicios propuestos

- 1) En una urna hay 15 bolas numeradas de 2 al 16. Extraemos una bola al azar y observamos el número que tiene.
 - a) Describe los sucesos: $A = \text{"Obtener par"}$, $B = \text{"Obtener impar"}$,
 $C = \text{"Obtener primo"}$, $D = \text{"Obtener impar menor que 9"}$
escribiendo todos sus elementos.
 - b) ¿Qué relación hay entre A y B ? ¿Y entre C y D ?
 - c) ¿Cuál es el suceso $A \cap B$? ¿y $C \cap D$?

- 2) Sean A y B los sucesos tales que: $P(A) = 0,4$ $P(A' \cap B) = 0,4$ $P(A \cap B) = 0,1$
Calcular $P(A \cup B)$ y $P(B)$. Sol: 0,8; 0,5

- 3) Sabiendo que: $P(A \cap B) = 0,2$ $P(\bar{B}) = 0,7$ $P(A \cap \bar{B}) = 0,5$
Calcular: $P(A \cup B)$ y $P(A)$ Sol: 0,8; 0,7

- 4) Dos personas eligen al azar, cada una de ellas, un número del 0 al 9. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos personas no piensen el mismo número? Sol: 0,9

- 5) Extraemos dos cartas de una baraja española (de cuarenta cartas). Calcular la probabilidad de que sean:
 - a) Las dos de oros. Sol: 3/52
 - b) Una de copas u otra de oros. Sol: 5/39
 - c) Al menos una de oros. Sol: 23/52
 - d) La primera de copas y la segunda de oro. Sol: 5/78

- 6) Tenemos dos bolsas, A y B . En la bolsa A hay 3 bolas blancas y 7 rojas. En la bolsa B hay 6 bolas blancas y 2 rojas. Sacamos una bola de A y la pasamos a B . Después extraemos una bola de B .
 - a) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída de B sea blanca? Sol: 7/10
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolas sean blancas? Sol: 7/30

- 7) En unas oposiciones, el temario consta de 85 temas. Se eligen tres temas al azar de entre los 85. Si un opositor sabe 35 de los 85 temas, ¿cuál es la probabilidad de que sepa al menos uno de los tres temas? Sol: 0,802

- 8) Tenemos para enviar tres cartas con sus tres sobres correspondientes. Si metemos al zar cada carta en uno de los sobres, ¿cuál es la probabilidad de que al menos una de las cartas vaya en el sobre que le corresponde? Sol: $2/3$
- 9) En un viaje organizado por Europa para 120 personas, 48 de los que van saben hablar inglés, 36 saben hablar francés, y 12 de ellos hablan los dos idiomas. Escogemos uno de los viajeros al azar.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que hable alguno de los dos idiomas? Sol: $0,6$
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que hable francés, sabiendo que habla inglés? Sol: $0,25$
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que solo hable francés? Sol: $0,2$
- 10) Una urna, A, contiene 7 bolas numeradas del 1 al 7. En otra urna, B, hay 5 bolas numeradas del 1 al 5. Lanzamos una moneda equilibrada, de forma que, si sale cara, extraemos una bola de la urna A y, si sale cruz, la extraemos de B.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número par? Sol: $29/70$
- b) Sabiendo que salió un número par, ¿cuál es la probabilidad de que fuera de la urna A? Sol: $15/29$
- 11) Se hace una encuesta en un grupo de 120 personas, preguntando si les gusta leer y ver la televisión. Los resultados son:
- ”a 32 personas les gusta leer y ver la tele”
- “a 92 personas les gusta leer”
- “a 47 personas les gusta ver la tele”.
- Si elegimos al azar una de esas personas:
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que no le guste ver la tele? Sol: $73/120$
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que le guste leer, sabiendo que le gusta ver la tele? Sol: $32/47$
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que le guste leer? Sol: $23/30$
- 12) El 1% de la población de un determinado lugar padece una enfermedad. Para detectar esta enfermedad se realiza una prueba de diagnóstico. Esta prueba da positiva en el 97% de los pacientes que padecen la enfermedad; en el 98% de los individuos que no la padecen da negativa. Si elegimos al azar un individuo de esa población:
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que el individuo dé positivo y padezca la enfermedad? Sol: $0,0097$
- b) Si sabemos que ha dado positiva, ¿cuál es la probabilidad de que padezca la enfermedad?
Sol: $0,33$

13) En una clase de 30 alumnos hay 18 que han aprobado matemáticas, 16 que han aprobado inglés y 6 que no han aprobado ninguna de las dos. Elegimos al azar un alumno de esa clase:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que haya aprobado inglés y matemáticas? Sol: $1/3$
- b) Sabiendo que ha aprobado matemáticas, ¿cuál es la probabilidad de que haya aprobado inglés? Sol: $5/9$
- c) ¿Son independientes los sucesos "Aprobar matemáticas" y "Aprobar inglés"? Sol: dependientes.

14) En un pueblo hay 100 jóvenes; 40 de los chicos y 35 de las chicas juegan al tenis. El total de chicas en el pueblo es de 45. Si elegimos un joven de esa localidad al azar:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea chico? Sol: $11/20$
- b) Si sabemos que juega al tenis, ¿cuál es la probabilidad de que sea chica? Sol: $7/15$
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que sea un chico que no juegue al tenis? Sol: $3/20$

15) Una bolsa, A, contiene 3 bolas rojas y 5 verdes. Otra bolsa, B, contiene 6 bolas rojas y 4 verdes. Lanzamos un dado: si sale un uno, extraemos una bola de la bolsa A; y si no sale un uno, la extraemos de B.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener una bola roja? Sol: $9/16$
- b) Sabiendo que salió roja, ¿cuál es la probabilidad de que fuera de A? Sol: $1/9$

16) En una cadena de televisión se hizo una encuesta a 2 500 personas para saber la audiencia de un debate y de una película que se emitieron en horas distintas: 2 100 vieron la película, 1 500 vieron el debate y 350 no vieron ninguno de los dos programas. Si elegimos al azar a uno de los encuestados:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que viera la película y el debate? Sol: $29/50$
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que viera la película, sabiendo que no vio el debate? Sol: $29/30$
- c) Sabiendo que vio la película, ¿cuál es la probabilidad de que viera el debate? Sol: $29/42$

17) Tenemos dos urnas: la primera tiene 3 bolas rojas, 3 blancas y 4 negras; la segunda tiene 4 bolas rojas, 3 blancas y 1 negra. Elegimos una urna al azar y extraemos una bola.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea blanca? Sol: $27/80$
- b) Sabiendo que la bola extraída fue blanca, ¿cuál es la probabilidad de que fuera de la primera urna? Sol: $4/9$

Soluciones

1) En una urna hay 15 bolas numeradas de 2 al 16. Extraemos una bola al azar y observamos el número que tiene.

a) Describe los sucesos: $A = \text{"Obtener par"}$, $B = \text{"Obtener impar"}$,
 $C = \text{"Obtener primo"}$, $D = \text{"Obtener impar menor que 9"}$
 escribiendo todos sus elementos.

b) ¿Qué relación hay entre A y B? ¿Y entre C y D?

c) ¿Cuál es el suceso $A \cap B$? ¿y $C \cap D$?

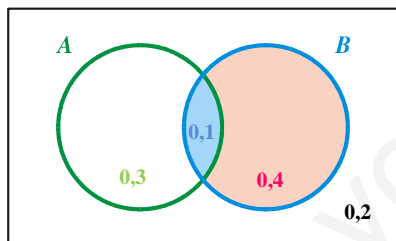
Solución:

a) $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$
 $B = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$
 $C = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$
 $D = \{3, 5, 7\}$

b) $B = A'$; $D \subset C$

c) $A \cup B = E$ (Espacio muestral); $C \cap D = D$

2) Sean A y B los sucesos tales que: $P(A) = 0,4$ $P(A' \cap B) = 0,4$ $P(A \cap B) = 0,1$
 Calcular $P(A \cup B)$ y $P(B)$.



$A' \cap B$ $A \cap B$

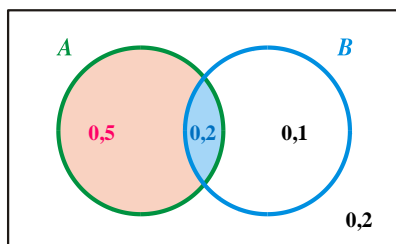
Solución:

Calculamos en primer lugar $P(B)$

$$P(B) = P(A' \cap B) + P(A \cap B) = 0,4 + 0,1 = 0,5$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,4 + 0,5 - 0,1 = 0,8$$

3) Sabiendo que: $P(A \cap B) = 0,2$ $P(\bar{B}) = 0,7$ $P(A \cap \bar{B}) = 0,5$
 Calcular: $P(A \cup B)$ y $P(A)$



$A \cap B'$ $A \cap B$

Solución:

$$P(A) = P(A \cap B') + P(A \cap B) = 0,5 + 0,2 = 0,7$$

$$P(B) = 1 - P(B') = 1 - 0,7 = 0,3$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,7 + 0,3 - 0,2 = 0,8$$

Mirando el diagrama:

$$P(A \cup B) = 0,5 + 0,2 + 0,1 = 0,8$$

- 4) Dos personas eligen al azar, cada una de ellas, un número del 0 al 9. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos personas no piensen el mismo número?

Solución:

Para calcular la probabilidad, suponemos que el primero ya ha elegido número. La pregunta es: ¿cuál es la probabilidad de que el segundo elija el mismo número?

$$P = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0,1$$

Por tanto, la probabilidad de que no piensen el mismo número será:

$$P(\text{no piensen el mismo número}) = 1 - P = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10} = 0,9$$

- 5) Extraemos dos cartas de una baraja española (de cuarenta cartas). Calcular la probabilidad de que sean:

- Las dos de oros.
- Una de copas u otra de oros.
- Al menos una de oros.
- La primera de copas y la segunda de oro.

Solución:

$$\text{a) } P(\text{las dos de oros}) = \frac{10}{40} \cdot \frac{9}{39} = \frac{3}{52} \approx 0,058$$

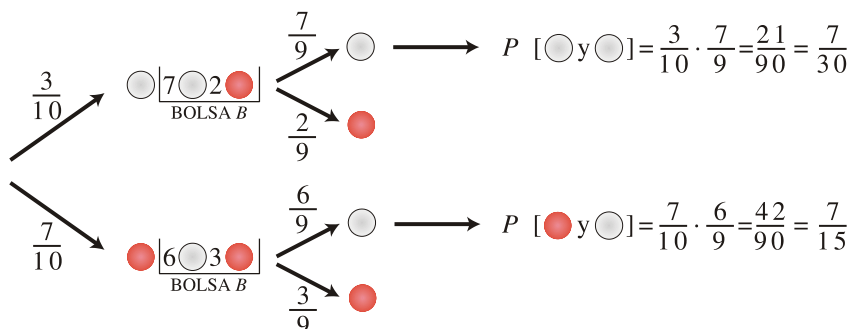
$$\text{b) } P(\text{una de copas y otra de oros}) = 2 \cdot \frac{10}{40} \cdot \frac{10}{39} = \frac{5}{39} \approx 0,128$$

$$\text{c) } P(\text{al menos 1 de oros}) = 1 - P(\text{ninguna de oros}) = 1 - \frac{30}{40} \cdot \frac{29}{39} = \frac{23}{52} \approx 0,442$$

$$\text{d) } P(\text{la 1ª de copas y la 2ª de oros}) = \frac{10}{40} \cdot \frac{10}{39} = \frac{5}{78} \approx 0,064$$

- 6) Tenemos dos bolsas, A y B. En la bolsa A hay 3 bolas blancas y 7 rojas. En la bolsa B hay 6 bolas blancas y 2 rojas. Sacamos una bola de A y la pasamos a B. Después extraemos una bola de B.

- ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída de B sea blanca?
- ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolas sean blancas?



Solución:

Hacemos un diagrama en árbol:

$$\text{a) } P[2^{\text{a}} BI] = \frac{7}{30} + \frac{7}{15} = \frac{7}{10}$$

$$\text{b) } P[BI \text{ y } BI] = \frac{7}{30}$$

- 7) En unas oposiciones, el temario consta de 85 temas. Se eligen tres temas al azar de entre los 85. Si un opositor sabe 35 de los 85 temas, ¿cuál es la probabilidad de que sepa al menos uno de los tres temas?

Solución:

Tenemos que hallar la probabilidad de que ocurra el siguiente suceso:

$A =$ "el opositor conoce, al menos, uno de los tres temas"

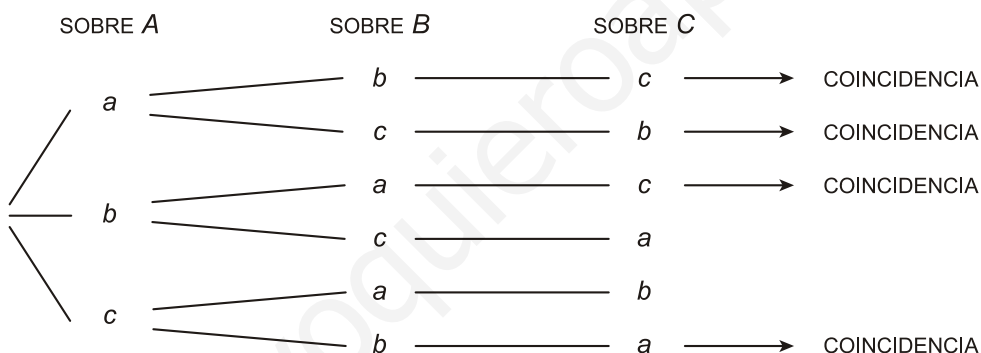
Para calcularla, utilizaremos el complementario. Si sabe 35 temas, hay $85 - 35 = 50$ temas que no sabe; entonces:

$$P[A] = 1 - P[A'] = 1 - P["no sabe ninguno de los tres"] = 1 - \frac{50 \cdot 49 \cdot 48}{85 \cdot 84 \cdot 83} = 1 - 0,198 = 0,802$$

- 8) Tenemos para enviar tres cartas con sus tres sobres correspondientes. Si metemos al zar cada carta en uno de los sobres, ¿cuál es la probabilidad de que al menos una de las cartas vaya en el sobre que le corresponde?

Solución:

Hacemos un diagrama que refleje la situación. Llamamos a los sobres A , B y C ; y a las cartas correspondientes a , b y c . Así, tenemos las siguientes posibilidades:



Vemos que hay seis posibles ordenaciones y que en cuatro de ellas hay al menos una coincidencia. Por tanto, la probabilidad pedida será:

$$P = \frac{4}{6} \approx 0,67$$

- 9) En un viaje organizado por Europa para 120 personas, 48 de los que van saben hablar inglés, 36 saben hablar francés, y 12 de ellos hablan los dos idiomas. Escogemos uno de los viajeros al azar.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que hable alguno de los dos idiomas?
 b) ¿Cuál es la probabilidad de que hable francés, sabiendo que habla inglés?
 c) ¿Cuál es la probabilidad de que solo hable francés?

Solución:

Organizamos los datos en una tabla:

	HABLAN FRANCÉS	NO HABLAN FRANCÉS	
HABLAN INGLÉS	12	36	48
NO HABLAN INGLÉS	24	48	72
	36	84	120

Llamamos $I = \text{"Habla inglés"}$, $F = \text{"Habla francés"}$.

a) Tenemos que hallar $P(I \cup F)$:

$$P[I \cup F] = P[I] + P[F] - P[I \cap F] = \frac{48 + 36 - 12}{120} = \frac{72}{120} = \frac{3}{5} = 0,6$$

b) $P[F/I] = \frac{12}{48} = \frac{1}{4} = 0,25$

c) $P[F \cap \text{no } I] = \frac{24}{120} = \frac{1}{5} = 0,2$

10) Una urna, A, contiene 7 bolas numeradas del 1 al 7. En otra urna, B, hay 5 bolas numeradas del 1 al 5. Lanzamos una moneda equilibrada, de forma que, si sale cara, extraemos una bola de la urna A y, si sale cruz, la extraemos de B.

a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número par?

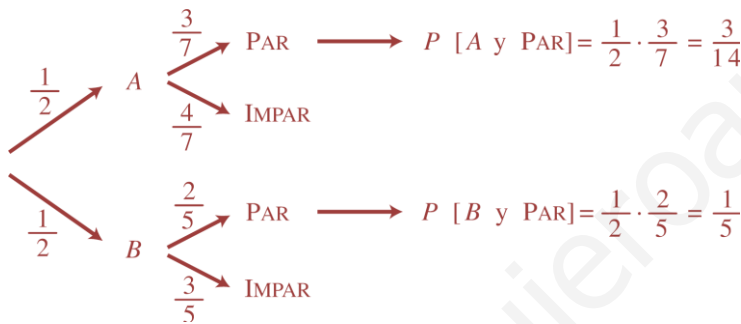
b) Sabiendo que salió un número par, ¿cuál es la probabilidad de que fuera de la urna A?

Solución:

Hacemos un diagrama en árbol

o

una tabla de contingencia



	PAR	IMPARE	TOTAL
A	$1/2 \cdot 3/7$	$1/2 \cdot 4/7$	$1/2$
B	$1/2 \cdot 2/5$	$1/2 \cdot 3/5$	$1/2$
TOTAL	$29/70$	$41/70$	1

a) $P[\text{PAR}] = \frac{3}{14} + \frac{1}{5} = \frac{29}{70}$

b) $P[A/\text{PAR}] = \frac{P[A \text{ y PAR}]}{P[\text{PAR}]} = \frac{3/14}{29/70} = \frac{15}{29}$

11) Se hace una encuesta en un grupo de 120 personas, preguntando si les gusta leer y ver la televisión. Los resultados son:

”a 32 personas les gusta leer y ver la tele”

“a 92 personas les gusta leer”

“a 47 personas les gusta ver la tele”.

Si elegimos al azar una de esas personas:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que no le guste ver la tele?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que le guste leer, sabiendo que le gusta ver la tele?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que le guste leer?

Solución:

Vamos a organizar la información en una tabla de doble entrada, completando los datos que faltan:

	VEN LA TELE	NO VEN LA TELE	
LEEN	32	60	92
NO LEEN	15	13	28
	47	73	120

Llamemos L = "Le gusta leer" y T = "Le gusta ver la tele".

$$a) P[\text{no } T] = \frac{73}{120} = 0,61$$

$$b) P[L/T] = \frac{32}{47} = 0,68$$

$$c) P[L] = \frac{92}{120} = \frac{23}{30} = 0,77$$

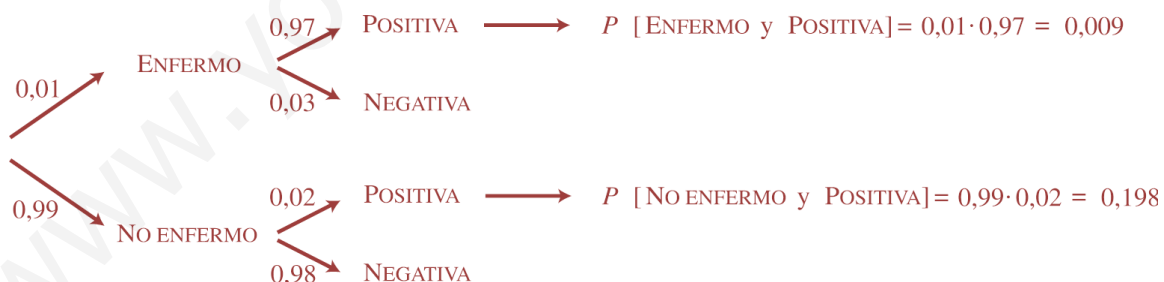
12) El 1% de la población de un determinado lugar padece una enfermedad. Para detectar esta enfermedad se realiza una prueba de diagnóstico. Esta prueba da positiva en el 97% de los pacientes que padecen la enfermedad; en el 98% de los individuos que no la padecen da negativa. Si elegimos al azar un individuo de esa población:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el individuo dé positivo y padezca la enfermedad?

b) Si sabemos que ha dado positiva, ¿cuál es la probabilidad de que padezca la enfermedad?

Solución:

Hacemos un diagrama en árbol:



$$a) P(\text{Enfermo y Positiva}) = 0,0097$$

$$b) P[\text{ENFERMO} / \text{POSITIVA}] = \frac{P[\text{ENFERMO y POSITIVA}]}{P[\text{POSITIVA}]} = \frac{0,0097}{0,0097 + 0,0198} = \frac{0,0097}{0,0295} = 0,33$$

También se hace muy fácil con una tabla de contingencia:

	Positivo	Negativo	TOTALES
Enfermo	0,01·0,97	0,01·0,03	0,01
No enfermo	0,99·0,02	0,99·0,98	0,98
TOTALES	0,0295	0,9705	1

13) En una clase de 30 alumnos hay 18 que han aprobado matemáticas, 16 que han aprobado inglés y 6 que no han aprobado ninguna de las dos. Elegimos al azar un alumno de esa clase:

- ¿Cuál es la probabilidad de que haya aprobado inglés y matemáticas?
- Sabiendo que ha aprobado matemáticas, ¿cuál es la probabilidad de que haya aprobado inglés?
- ¿Son independientes los sucesos "Aprobar matemáticas" y "Aprobar inglés"?

	APRUEBAN MATEMÁTICAS	NO APRUEBAN MATEMÁTICAS	
APRUEBAN INGLÉS	10	6	16
NO APRUEBAN INGLÉS	8	6	14
	18	12	30

Solución:

Organizamos los datos en una tabla de doble entrada.

M = "Aprueba matemáticas",
 I = "Aprueba inglés".

$$a) P[M \cap I] = \frac{10}{30} = \frac{1}{3} = 0,33$$

$$b) P[I / M] = \frac{10}{18} = \frac{5}{9} = 0,56$$

$$c) P[M] \cdot P[I] = \frac{18}{30} \cdot \frac{16}{30} = \frac{3}{5} \cdot \frac{8}{15} = \frac{24}{75} = \frac{8}{25}$$

$$P[M \cap I] = \frac{1}{3} \neq \frac{8}{25}$$

Como $P[M \cap I] \neq P[M] \cdot P[I]$, los dos sucesos no son independientes.

14) En un pueblo hay 100 jóvenes; 40 de los chicos y 35 de las chicas juegan al tenis. El total de chicas en el pueblo es de 45. Si elegimos un joven de esa localidad al azar:

- ¿Cuál es la probabilidad de que sea chico?
- Si sabemos que juega al tenis, ¿cuál es la probabilidad de que sea chica?
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea un chico que no juegue al tenis?

	CHICOS	CHICAS	
JUEGAN AL TENIS	40	35	75
NO JUEGAN AL TENIS	15	10	25
	55	45	100

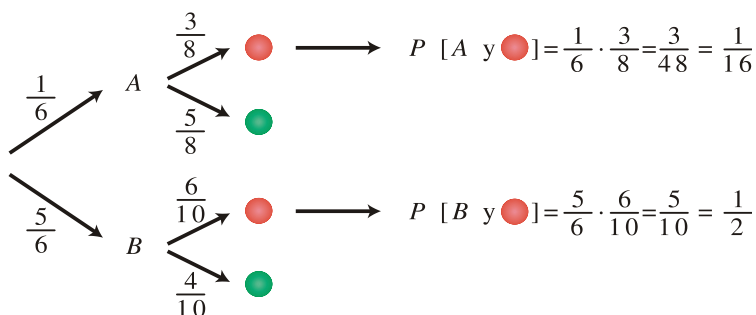
$$a) P[Chico] = \frac{55}{100} = \frac{11}{20} = 0,55$$

$$b) P[Chica / Tenis] = \frac{35}{75} = \frac{7}{15} = 0,47$$

$$c) P[Chico \cap No tenis] = \frac{15}{100} = \frac{3}{20} = 0,15$$

15) Una bolsa, A, contiene 3 bolas rojas y 5 verdes. Otra bolsa, B, contiene 6 bolas rojas y 4 verdes. Lanzamos un dado: si sale un uno, extraemos una bola de la bolsa A; y si no sale un uno, la extraemos de B.

- ¿Cuál es la probabilidad de obtener una bola roja?
- Sabiendo que salió roja, ¿cuál es la probabilidad de que fuera de A?



Hacemos un diagrama en árbol:

$$a) P[R] = \frac{1}{16} + \frac{1}{2} = \frac{9}{16}$$

$$b) P[A / R] = \frac{P[A \text{ y } R]}{P[R]} = \frac{1/16}{9/16} = \frac{1}{9}$$

16) En una cadena de televisión se hizo una encuesta a 2 500 personas para saber la audiencia de un debate y de una película que se emitieron en horas distintas: 2 100 vieron la película, 1 500 vieron el debate y 350 no vieron ninguno de los dos programas. Si elegimos al azar a uno de los encuestados:

- ¿Cuál es la probabilidad de que viera la película y el debate?
- ¿Cuál es la probabilidad de que viera la película, sabiendo que no vio el debate?
- Sabiendo que vio la película, ¿cuál es la probabilidad de que viera el debate?

	DEBATE	NO DEBATE	
PELÍCULA	1 450	650	2 100
NO PELÍCULA	50	350	400
	1 500	1 000	2 500

Solución:
Organizamos la información en una tabla.

Llamamos $D = \text{"Vio el debate"}$ y $P = \text{"Vio la película"}$.

$$a) P[D \cap P] = \frac{1\,450}{2\,500} = \frac{29}{50} = 0,58$$

$$b) P[P/D] = \frac{1\,450}{1\,500} = \frac{29}{30} = 0,97$$

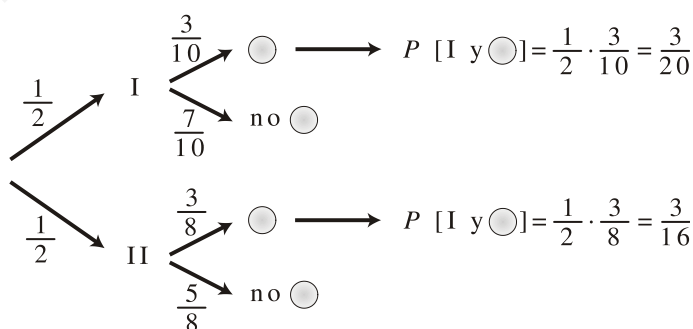
$$c) P[D/P] = \frac{1\,450}{2\,100} = \frac{29}{42} = 0,69$$

17) Tenemos dos urnas: la primera tiene 3 bolas rojas, 3 blancas y 4 negras; la segunda tiene 4 bolas rojas, 3 blancas y 1 negra. Elegimos una urna al azar y extraemos una bola.

- ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea blanca?
- Sabiendo que la bola extraída fue blanca, ¿cuál es la probabilidad de que fuera de la primera urna?

Solución:

Hacemos un diagrama en árbol:



$$a) P[B] = \frac{3}{20} + \frac{3}{16} = \frac{27}{80}$$

$$b) P[I/B] = \frac{P[I \text{ y } B]}{P[B]} = \frac{3/20}{27/80} = \frac{4}{9}$$