PROBABILIDAD

1. Blanca y Alfredo escriben, al azar, una vocal cada uno en papeles distintos.
   a) Determine el espacio muestral asociado al experimento.
   b) Calcule la probabilidad de que no escriban la misma vocal.

Solución:
a) El espacio muestral es:

$$\Omega = \{(a, a), (a, e), (a, i), (a, o), (a, u), (e, a), (e, e), (e, i), (e, o), (e, u), (i, a), (i, e), (i, i), (i, o), (i, u), (o, a), (o, e), (o, i), (o, o), (o, u), (u, a), (u, e), (u, i), (u, o), (u, u)\}$$

En todos los casos, para cada par de vocales, la primera de ellas es la que ha escrito Blanca y la segunda la que ha escrito Alfredo.

b) Obviamente todos los sucesos elementales son equiprobables, por tanto:

$$P\text{ (no escribir la misma vocal)} = 1 - \frac{5}{25} = \frac{4}{5}$$

pues de los 25 sucesos elementales hay 5 en los que escriben la misma vocal.

2. Un dado está cargado de forma que la probabilidad de obtener 6 puntos es $\frac{1}{2}$ y que las probabilidades de obtener cada una de las otras caras son iguales. Se lanza el dado, calcular la probabilidad de los siguientes sucesos:
   a) Se obtiene un dos.
   b) No se obtiene un tres.
   c) Se obtiene un número par.
   d) Se obtiene un número impar.

Solución:

Sea:

$$P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = P(5) = p$$

Como $P(6) = \frac{1}{2}$, se tendrá:

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) = P(6) = 1 \;\Rightarrow\; 5p + \frac{1}{2} = 1 \;\Rightarrow\; p = \frac{1}{10}$$

Con esto:

a) $P(2) = \frac{1}{10}$

b) $P(\text{No } 3) = 1 - P(3) = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$

c) $P(\text{par}) = P(2) + P(4) + P(6) = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{2} = \frac{7}{10}$

c) $P(\text{impar}) = 1 - P(\text{par}) = 1 - \frac{7}{10} = \frac{3}{10}$

3. El siguiente enunciado es incorrecto: “Calcula $P(A \cup B \cup C)$, siendo A, B y C tres sucesos incompatibles dos a dos tales que $P(A) = P(B) = P(C) = 0{,}5$”. Indica, razonadamente, cuál es su incorrección.

Solución:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C) =$$
$$= 0{,}5 + 0{,}5 + 0{,}5 - 0 - 0 - 0 + 0 = 1{,}5$$

Lo cual es absurdo, pues se ha de cumplir que la probabilidad de cualquier suceso debe ser menor que 1.

De otra forma:
Como A y B son incompatibles, se cumple que (tercer axioma de la probabilidad):

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0{,}5 + 0{,}5 = 1$$

Entonces, se ha de cumplir que $P(C) = 0$, en contra del enunciado.

4. Una empresa tiene dos fábricas, en la primera son mujeres el 60% de los trabajadores y en la segunda son hombres el 55 % de los trabajadores. Se elige al azar, un trabajador de cada fábrica para pertenecer al comité de empresa.

a) Calcule la probabilidad de los siguientes sucesos:
   A = Ambos son hombres.
   B = Solo uno es mujer.
   C = Ambos son mujeres.

b) Razone si el suceso contrario del suceso C es el A, el B, el $A \cap B$, el $A \cup B$ o algún otro suceso y calcule su probabilidad.

Solución:
Sean F_1 y F_2 las dos fábricas, y M y H los sucesos ser mujer y ser hombre, respectivamente. En F_1 se tiene:

$$P(M / F_1) = 0{,}6 \qquad\qquad P(H / F_1) = 0{,}4$$

En F_2:

$$P(M / F_2) = 0{,}45 \qquad\qquad P(H / F_2) = 0{,}55$$

Por tanto:
a) $P(A) = P(H / F_1) \cdot P(H / F_2) = 0{,}4 \cdot 0{,}55 = 0{,}22$
$P(B) = P(M / F_1) \cdot P(H / F_2) + P(H / F_1) \cdot P(M / F_2) = 0{,}6 \cdot 0{,}55 + 0{,}4 \cdot 0{,}45 = 0{,}51$
$P(C) = P(M / F_1) \cdot P(M / F_2) = 0{,}6 \cdot 0{,}45 = 0{,}27$

b) El espacio muestral del experimento es $E = \{HH, HM, MH, MM\}$, siendo los sucesos:

$$A = \{HH\} \qquad B = \{HM, MH\} \qquad C = \{MM\} \qquad A \cap B = \varnothing \qquad A \cup B = \{HH, HM, MH\}$$

Luego, el suceso contrario del C es $A \cup B$; y:

$$P(A \cup B) = 1 - P(C) = 1 - 0{,}27 = 0{,}73$$

5. Sean A y B dos sucesos tales que $P(A \cup B) = 0{,}9$; $P(\overline{A}) = 0{,}4$ donde $\overline{A}$ denota el suceso contrario o complementario del suceso A, y $P(A \cap B) = 0{,}2$ Calcula las probabilidades siguientes:

$$P(B) \qquad P(A / B) \qquad P(A \cap \overline{B}) \quad \text{y} \quad P(\overline{A} \cup \overline{B})$$

Solución:
De $P(\overline{A}) = 0{,}4 \quad \Rightarrow \quad P(A) = 0{,}6$
Por tanto, como $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ se tiene:

$$0{,}9 = 0{,}6 + P(B) - 0{,}2 \quad \Rightarrow \quad P(B) = 0{,}5$$

De $P(A / B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \Rightarrow \quad P(A / B) = \dfrac{0,2}{0,5} = 0,4$

Como $P(A \cap \overline{B}) = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \quad \Rightarrow \quad P(A \cap \overline{B}) = 0,6 - 0,2 = 0,4$

Por último, $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0,2 = 0,8$

6. Un dado ha sido trucado de manera que la probabilidad de sacar un número par es doble que la de sacar un número impar. Se lanza el dado y se pide:

a) La probabilidad de obtener un número par.
b) Si, a la vez, se lanza un dado no trucado, la probabilidad de obtener un número par y un número impar.
c) Si, a la vez, se lanza un dado no trucado, la probabilidad de obtener al menos, un número impar.

Solución:
Sea $P(1) = P(3) = P(5) = p$. Luego, $P(2) = P(4) = P(6) = 2p$
Como:

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1 \quad \Rightarrow \quad 3p + 6p = 1 \quad \Rightarrow \quad p = \frac{1}{9}$$

Con esto:
a)

$$P(\text{par}) = P(2) + P(4) + P(6) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

b)

$$P(\text{par e impar}) = P(\text{par / dado cargado}) \cdot P(\text{impar / dado normal}) +$$
$$+ P(\text{impar / dado cargado}) \cdot P(\text{par / dado normal}) = \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

c)

$$P(\text{al menos un impar}) = 1 - P(\text{par y par}) = 1 - P(\text{par / dado cargado}) \cdot P(\text{par / dado normal}) =$$
$$= 1 - \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2} = \frac{2}{3}$$

7. El volumen de producción de tres plantas diferentes de una fábrica es de 500 unidades la primera, 1000 unidades la segunda y 2000 la tercera. Sabiendo que el porcentaje de unidades defectuosas producidas en cada planta es del 1 %, 0,8 % y 2 %, respectivamente:
a) Calcular la probabilidad de que al seleccionar una unidad al azar sea defectuosa.
b) Si se ha seleccionado una unidad que resulta ser no defectuosa: ¿Cuál es la probabilidad de que proceda de la segunda planta?

Solución:
Con los datos del problema se construimos la siguiente tabla:

	Planta 1	Planta 2	Planta 3	Totales
Producción	500	1000	2000	3500
Defectuosas	5 (1 %)	8 (0,8 %)	40 (2 %)	53
No defectuosas	495	992	1960	3447

a) Hay 53 defectuosas de un total de 3500:

$$P\text{ (Defectuosa)} = \frac{53}{3500}$$

b) De las 3447 unidades no defectuosas, 992 se han producido en la Planta 2. Luego:

$P\text{ (Planta 2 / No defectuosa)} = \dfrac{992}{3447}$

8. En cierta floristería recibieron cantidades iguales de rosas y gladiolos, de color blanco o amarillo. El 60 % de los gladiolos son de color amarillo, mientras que el 70 % de las rosas son de color blanco.
   a) Si elegimos una rosa, ¿qué probabilidad tenemos de que sea de color amarillo?
   b) Si cogemos dos gladiolos, ¿cuál es la probabilidad de que sean de distinto color?
   c) ¿Qué proporción de flores son de color blanco?

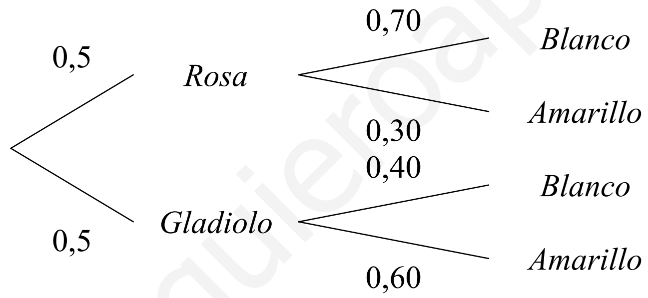
Solución:

- Si se reciben igual cantidad de rosas y gladiolos tendremos que:

$$P\ (Rosa) = P\ (Gladiolo) = 0{,}5$$

- Si el 60 % de los gladiolos son amarillos, el 40 % restante serán blancos.
- Si el 70 % de las rosas son blancas, el 30 % restante serán amarillas.

Representamos el enunciado del problema mediante un diagrama en árbol:



a)

$$P\ (Amarillo\ /\ Rosa) = 0{,}3$$

b)

$$P\ (Blanco\ /\ Gladiolo) \cdot P\ (Amarillo\ /\ Gladiolo) + P\ (Amarillo\ /\ Gladiolo) \cdot P\ (Blanco\ /\ Gladiolo) =$$
$$= 0{,}40 \cdot 0{,}60 + 0{,}60 \cdot 0{,}40 = 0{,}48$$

c)

$$P\ (Blanco) = P\ (Blanco\ /\ Rosa) + P\ (Blanco\ /\ Gladiolo) = 0{,}5 \cdot 0{,}7 + 0{,}5 \cdot 0{,}4 = 0{,}35 + 0{,}20 = 0{,}55$$

Por tanto, el 55 % de las flores son blancas.

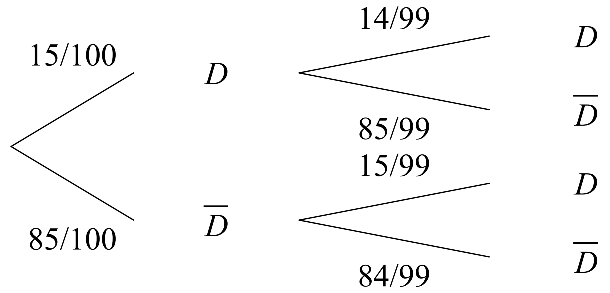
9. En una máquina se han fabricado 100 piezas, de las cuales 15 han presentado algún defecto.
   a) Calcular la proporción de piezas que no son defectuosas.
   b) Calcular la probabilidad de que si examinamos dos piezas, ambas resulten defectuosas.
   c) Si probamos dos piezas y la primera es defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que la segunda no lo sea?

Solución:

a) Si 15 piezas han resultado defectuosas, las 85 restantes habrán resultado no defectuosas.

$$P(D) = 0{,}15 \;\Rightarrow\; P(\overline{D}) = 1 - 0{,}15 = 0{,}85 \;\Rightarrow\; 85\ \%$$

b) Hagamos el siguiente diagrama de árbol para el caso en el que elijamos dos de las piezas:



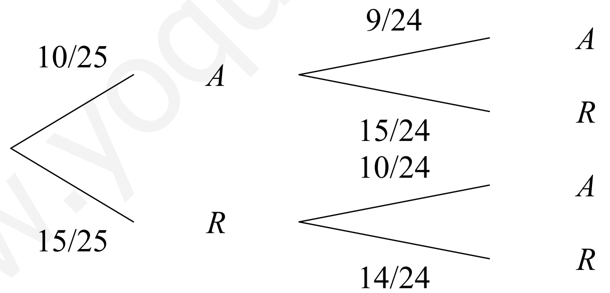
$$P(D \cap D) = P(\mathrm{D}) \cdot P(D/D) = \frac{15}{100}\cdot\frac{14}{99} = \frac{210}{9900} = \frac{7}{330}$$

c)

$$P(\overline{D}/D) = \frac{85}{99}$$

2. Un estuche contiene 15 lápices de color rojo y 10 de color azul.
   a) Si elegimos uno al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea rojo?
   b) Si extraemos dos, ¿cuál es la probabilidad de que ambos sean azules?
   c) Si elegimos dos, calcular la probabilidad de que el primero sea azul y el segundo rojo.

Solución:
Consideremos el siguiente diagrama de árbol para el caso en que saquemos dos lápices:



a)

$$P(R) = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

b)

$$P(A \cap A) = P(A) \cdot \mathrm{P}(A / A) = \frac{10}{25}\cdot\frac{9}{24} = \frac{90}{600} = \frac{3}{20}$$

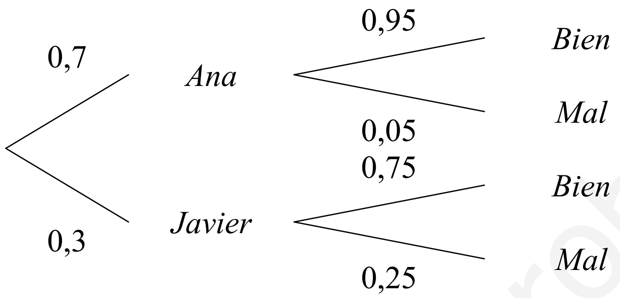
c)

$$P(A \cap R) = P(A) \cdot P(R / A) = \frac{10}{25}\cdot\frac{15}{24} = \frac{150}{600} = \frac{1}{4}$$

10. Un restaurante tiene contratados a dos camareros (Javier y Ana) para atender el servicio de comedor. Ana pone el servicio el 70 % de los días y se confunde al colocar la cubertería sólo el 5 % de los días. Javier, por el contrario, coloca mal alguna pieza el 25 % de los días que pone el servicio.

a) Esta mañana, el encargado del restaurante va a pasar revista al servicio; ¿cuál es la probabilidad de que encuentre algún servicio mal colocado?
b) Por desgracia, el encargado encontró unos cubiertos mal ubicados y desea conocer la probabilidad de que haya sido Javier.

Solución:
Si Ana pone el servicio el 70 % de los días, Javier lo pone el 30 % restante. Consideremos el siguiente diagrama de árbol:



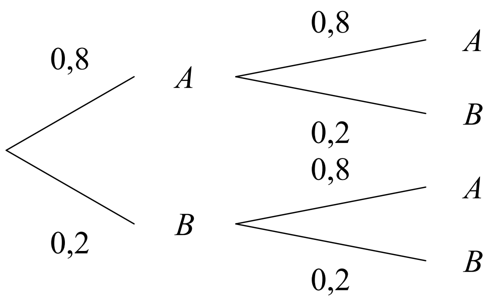
a)
$$P\,(Mal) = P\,(Mal \cap Ana) + P\,(Mal \cap Javier) = 0{,}7 \cdot 0{,}05 + 0{,}3 \cdot 0{,}25 = 0{,}035 + 0{,}075 = 0{,}11$$
b)
$$P\,(Javier\,/\,Mal) = \frac{P(Javier \cap Mal)}{P(Mal)} = \frac{0{,}3 \cdot 0{,}25}{0{,}11} = \frac{0{,}075}{0{,}11} = 0{,}681$$

11. Cierta persona compra todos los días el diario local, adquiriéndolo independientemente en uno de los dos quioscos (*A*, *B*) que están más próximos a su casa; el 80 % de los días lo compra en el quiosco *A*.

a) Calcular la proporción de días que compra el diario en el quiosco *B*.
b) ¿Cuál es la probabilidad de que compre el diario dos días consecutivos en el quiosco *A*?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que dos días consecutivos compre el diario en quioscos distintos?

Solución:
a) Si el 80 % de los días compra el periódico en el quiosco A, el 20 % restante lo hará en el *B*.

b) Consideremos el siguiente diagrama de árbol:



$$P\,(A \cap A) = \mathrm{P}\,(A) \cdot \mathrm{P}\,(A) = 0{,}8 \cdot 0{,}8 = 0{,}64$$

c)

$$P\,(A \cap B) + P\,(B \cap A) = P\,(A) \cdot P\,(B) + P\,(B) \cdot P\,(A) = 0{,}8 \cdot 0{,}2 + 0{,}2 \cdot 0{,}8 = 0{,}32$$

12. La probabilidad de que un aficionado al fútbol acuda al campo municipal a ver un partido es del 90 % cuando se celebra en un fin de semana (sábado o domingo) y del 50 % si tiene lugar en un día laborable (lunes a viernes).

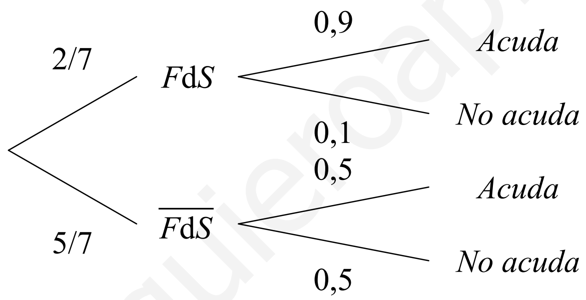
a) Si el próximo fin de semana hay partido, ¿cuál es la probabilidad de que este aficionado no vaya al campo a verlo?
b) Cierto partido se celebrará la próxima semana en un día aún sin determinar. Calcular la probabilidad de que el aficionado acuda a verlo al campo.
c) Si el aficionado acudió a ver un partido, ¿cuál es la probabilidad de que éste se celebrara en fin de semana?

Solución:

a) Si en un fin de semana, la probabilidad de que acuda es 0,9, la de que no acuda será:

$$P\,(No\,/\,F\mathrm{d}S) = 1 - 0{,}9 = 0{,}1$$

b) Si suponemos equiprobable que el partido se celebre cualquier día de la semana, podemos considerar el siguiente diagrama de árbol:



$$P\,(Acuda) = P\,(F\mathrm{d}S) \cdot P\,(Acuda\,/\,F\mathrm{d}S) + P\,(\overline{F\mathrm{d}S}\,) \cdot P\,(Acuda\,/\,\overline{F\mathrm{d}S}\,) =$$
$$= \frac{2}{7} \cdot 0{,}9 + \frac{5}{7} \cdot 0{,}5 = 0{,}614$$

c)

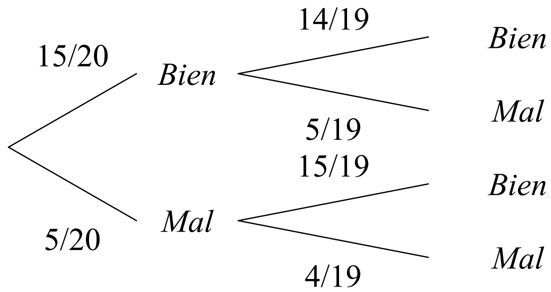
$$P\,(F\mathrm{d}S\,/\,Acude) = \frac{P(F\mathrm{d}S \cap Acude)}{P(Acude)} = \frac{\frac{2}{7} \cdot 0{,}9}{0{,}614} = 0{,}418$$

13. En una caja están guardados 20 relojes, de los cuales hay 15 que funcionan correctamente.

a) Si se extrae un reloj al azar, ¿cuál es la probabilidad de que funcione bien?
b) Si se extraen dos relojes al azar, ¿cuál es la probabilidad de que ambos funcionen bien?
c) Si se extraen dos relojes al azar sucesivamente, y el primero no funciona correctamente, ¿cuál es la probabilidad de que el segundo tampoco?

Solución:

Representamos la situación del problema mediante un diagrama en árbol:



a)

$$P\ (Bien) = \frac{15}{20} = 0{,}75$$

b)

$$P\ (Bien \cap Bien) = P\ (Bien) \cdot P\ (Bien\ /\ Bien) = \frac{15}{20} \cdot \frac{14}{19} = 0{,}552$$

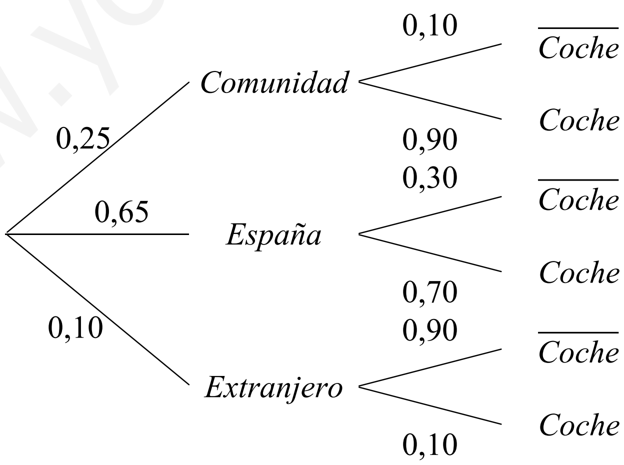
c)

$$P\ (Mal\ /\ Mal) = \frac{4}{19}$$

14. El 25 % de las familias de cierta comunidad autónoma española no sale fuera de la misma durante las vacaciones de verano. El 65 % veranea por el resto de España, y el 10 % restante se va al extranjero. De los que se quedan en su comunidad, sólo un 10 % no utiliza el coche en sus desplazamientos. Esta cantidad aumenta al 30 % entre los que salen por el resto de España, y al 90 % entre los que viajan al extranjero.

a) Calcula el porcentaje de familias de esa comunidad que utiliza el coche en sus desplazamientos de vacaciones de verano.
b) Una familia no usa coche en sus vacaciones de verano. ¿ Cuál es la probabilidad de que salga de su comunidad moviéndose por el resto de España?

Solución:
Representamos los datos del enunciado sobre un diagrama en árbol:



a)

$$P\ (Coche) = P\ (Coche \cap Comunidad) + P\ (Coche \cap España) + P\ (Coche \cap Extranjero) =$$
$$= 0{,}25 \cdot 0{,}90 + 0{,}65 \cdot 0{,}70 + 0{,}10 \cdot 0{,}10 = 0{,}225 + 0{,}455 + 0{,}01 = 0{,}690$$

b)

$$P\ (No\ Coche) = P\ (\overline{Coche} \cap Comunidad) + P\ (\overline{Coche} \cap España) + P\ (\overline{Coche} \cap Extranjero) =$$
$$= 0{,}25 \cdot 0{,}10 + 0{,}65 \cdot 0{,}30 + 0{,}10 \cdot 0{,}90 = 0{,}025 + 0{,}195 + 0{,}09 = 0{,}310$$

O también podríamos haber calculado esta probabilidad como:

$$P\,(\overline{Coche}) = 1 - P\,(Coche) = 1 - 0{,}690 = 0{,}310$$

Entonces:

$$P\,(España\,/\,\overline{Coche}) = \frac{P(\overline{Coche} \cap España)}{P(\overline{Coche})} = \frac{0{,}65 \cdot 0{,}30}{0{,}310} = 0{,}629$$

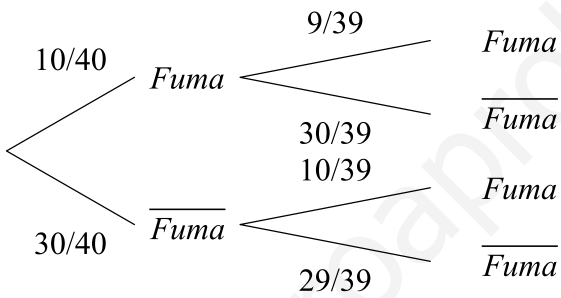
15. Un grupo de 40 personas acaba de tomar un autobús. De los 40, sólo 10 son fumadores. Entre los fumadores, el 70 % se marea y entre los no fumadores esta cantidad baja al 40 %.

a) Como el trayecto es largo se permite fumar a quien lo desee. Dos individuos se han sentado juntos y no se conocen. ¿Cuál es la probabilidad de que ambos sean fumadores?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que un viajero no se maree?

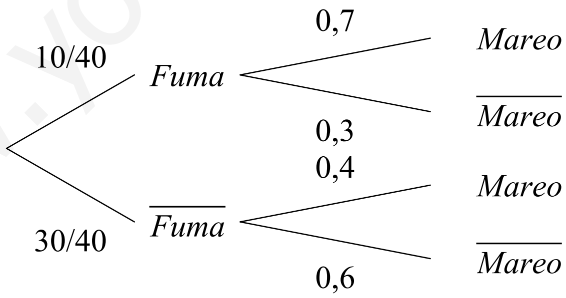
Solución:

a) Analizando únicamente si fuman o no, para dos individuos tendremos que:



$$P\,(Fuma \cap Fuma) = P\,(Fuma) \cdot P\,(Fuma\,/\,Fuma\,) = \frac{10}{40} \cdot \frac{9}{39} = 0{,}057$$

b) Representamos la situación del problema mediante un diagrama en árbol:

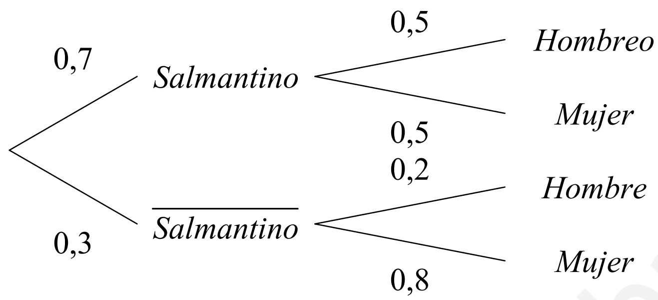


$$P\,(\overline{Mareo}) = P\,(Fuma \cap \overline{Mareo}) + \mathrm{P}\,(\overline{Fuma} \cap \overline{Mareo}) = \frac{10}{40} \cdot 0{,}3 + \frac{30}{40} \cdot 0{,}6 = 0{,}525$$

16. En una oficina, el 70 % de los empleados son salmantinos. De entre los salmantinos, el 50 % son mujeres, mientras que de los no salmantinos sólo son hombres el 20 %.

a) ¿Qué porcentaje de empleados no salmantinos son mujeres?
b) Calcula la probabilidad de que un empleado de la oficina sea mujer.
c) Fernando trabaja en dicha oficina. ¿Cuál es la probabilidad de que sea salmantino?

Solución:
Representamos los datos del enunciado mediante un diagrama en árbol:



a)

$$P\,(Mujer\,/\,\overline{Salmantino}) = 1 - 0{,}2 = 0{,}8$$

b)

$$P\,(Mujer) = P\,(Mujer \cap Salmantino) + P\,(Mujer \cap \overline{Salmantino}) = 0{,}7 \cdot 0{,}5 + 0{,}3 \cdot 0{,}8 = 0{,}59$$

c) Como $P\,(Hombre) = 1 - P\,(Mujer) = 1 - 0{,}59 = 0{,}41$ entonces:

$$P\,(Salmantino\,/\,Hombre) = \frac{P(Salmantino \cap Hombre)}{P(Hombre)} = \frac{0{,}7 \cdot 0{,}5}{0{,}41} = \frac{0{,}35}{0{,}41} = 0{,}853$$

17. Una ciudad ha remodelado su paseo marítimo, y en un periódico ha aparecido una encuesta realizada a 200 personas acerca de si el resultado ha sido satisfactorio o no. De los 200 encuestados, 120 viven en la ciudad. Además, el porcentaje de los que viven en la ciudad y les han gustado las obras es del 30 %, el mismo de los que no viven en la ciudad y también les han gustado.

a) Si se elige una encuesta de las 200, y ésta se ha hecho a un habitante de la ciudad, ¿cuál es la probabilidad de que le gusten las obras?
b) Si se elige una encuesta de las 200, y el individuo afirma que le gustan las obras, ¿qué probabilidad hay de que viva en la ciudad?

Solución:
Representamos el problema mediante una tabla de doble entrada, completando los datos que faltan:

	Le ha gustado	*No le ha gustado*	
Vive en la ciudad	30 % de 200 = 60	120 – 60 = 60	120
No vive en la ciudad	30 % de 200 = 60	80 – 60 = 20	80
	120	80	200

a)

$$P\,(Le\ ha\ gustado\,/\,Vive\ en\ la\ ciudad) = \frac{60}{120} = 0{,}5$$

b)

$$P\,(Vive\ en\ la\ ciudad\,/\,Le\ ha\ gustado) = \frac{60}{120} = 0{,}5$$

18. Dos jóvenes aficionados a los juegos de azar se encuentran realizando un solitario con una baraja española de 40 cartas. Extraen una carta de dicha baraja y desean saber cuál es la probabilidad de "obtener rey" condicionado al suceso "obtener figura". Caracterice ambos sucesos.

Solución:
Nota: Entendemos el enunciado como "extraída una carta de una baraja, y conocido que ha resultado ser una figura, calcular la probabilidad de que se trate de un rey".

$$P\,(Rey) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

o bien, como que se trata de una probabilidad condicionada, aplicamos el teorema de Bayes:

$$P\,(Rey\,/\,Figura) = \frac{P(Rey \cap Figura)}{P(Figura)} = \frac{\frac{4}{40}}{\frac{12}{40}} = \frac{1}{3}$$

19. En un país de la antigua Europa del Este se ha constituido una comisión parlamentaria integrada por diez miembros, de los cuales siete pertenecen al partido gobernante y el resto al partido de la oposición. Entre los siete miembros del partido gobernante hay cuatro varones y dos, entre los del partido de la oposición. El presidente de la comisión se elige por sorteo entre sus integrantes. Celebrado el sorteo, se sabe que el presidente elegido ha sido un hombre. ¿Qué partido tiene más posibilidades de dirigir la comisión?

Solución:
Se trata de determinar las siguientes probabilidades y compararlas:

$$P\,(Gobierno\,/\,Hombre) \quad \text{y} \quad P\,(Oposición\,/\,Hombre)$$

Para ello, podemos ayudarnos con la siguiente tabla:

	Gobierno	*Oposición*	
Hombre	4	2	6
Mujer	3	1	4
	7	3	10

$$P\,(Gobierno\,/\,Hombre) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$P\,(Oposición\,/\,Hombre) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

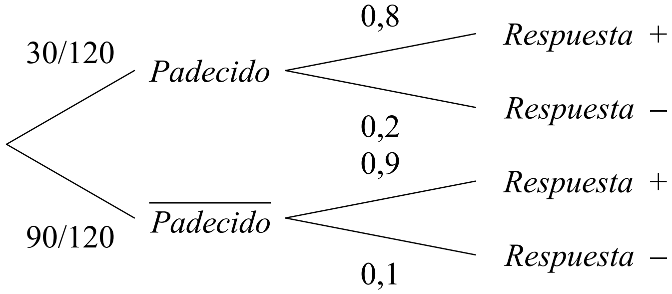
Luego, si sabemos que ha resultado elegido un hombre, el partido del gobierno es el que más probabilidades tiene de dirigir la comisión.

20. Se ha hecho un estudio de un nuevo tratamiento sobre 120 personas aquejadas de cierta enfermedad. 30 de ellas ya habían padecido esta enfermedad con anterioridad. Entre las que la habían padecido con anterioridad, el 80 % ha reaccionado positivamente al nuevo tratamiento. Entre las que no la habían padecido, ha sido el 90 % el que reaccionó positivamente.

a) Si elegimos 2 pacientes al azar ¿cuál es la probabilidad de que los 2 ya hayan padecido la enfermedad?
b) Si elegimos un paciente al azar ¿cuál es la probabilidad de que no reaccione positivamente al nuevo tratamiento?
c) Si un paciente ha reaccionado positivamente, ¿cuál es la probabilidad de que no haya padecido la enfermedad con anterioridad?

Solución:

a) Elaboremos el siguiente diagrama de árbol:



$$P\,(Padecido \cap Padecido) = P\,(Padecido) \cdot P\,(Padecido\,/\,Padecido) = \frac{30}{120}\cdot\frac{29}{119} = \frac{29}{476}$$

b)

$$P\,(Respuesta\ -) = P\,(Padecido \cap Respuesta\ -) + P\,(\overline{Padecido} \cap Respuesta\ -) =$$
$$= \frac{30}{120}\cdot 0{,}2 + \frac{90}{120}\cdot 0{,}1 = \frac{15}{120} = \frac{1}{8} = 0{,}125$$

c) Como $P\,(Respuesta\ +) = 1 - P\,(Respuesta\ -) = 1 - 0{,}125 = 0{,}875$ entonces:

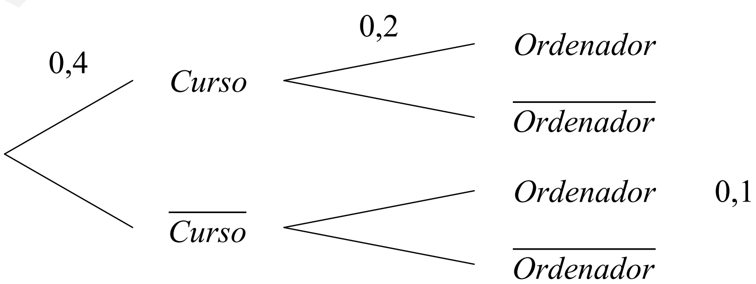
$$P\,(\overline{Padecido}\ /\ Respuesta\ +) = \frac{P(\overline{Padecido} \cap Respuesta\ +)}{P(Respuesta\ +)} = \frac{\frac{90}{120}\cdot 0{,}9}{0{,}875} = 0{,}771$$

21. Se ha realizado una pequeña encuesta a un grupo de estudiantes de informática. Entre sus conclusiones está que un 40 % ha recibido ya algún cursillo de informática. Además, el 20 % de los que recibieron con anterioridad algún cursillo de informática tiene ordenador en casa. Un 10 % de estudiantes tiene ordenador en casa y no recibió con anterioridad un cursillo de informática.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante tenga ordenador en casa y haya recibido un cursillo de informática con anterioridad?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante tenga ordenador en casa?
c) Si un estudiante tiene ordenador en casa, ¿cuál es la probabilidad de que ya haya recibido un cursillo de informática?

Solución:

Representamos los datos del enunciado mediante un diagrama en árbol:



a)

$$P\,(Curso \cap Ordenador) = 0{,}4 \cdot 0{,}2 = 0{,}08$$

b)

$$P\,(Ordenador) = P\,(Curso \cap Ordenador) + P\,(\overline{Curso} \cap Ordenador) = 0{,}4 \cdot 0{,}2 + 0{,}1 = 0{,}18$$

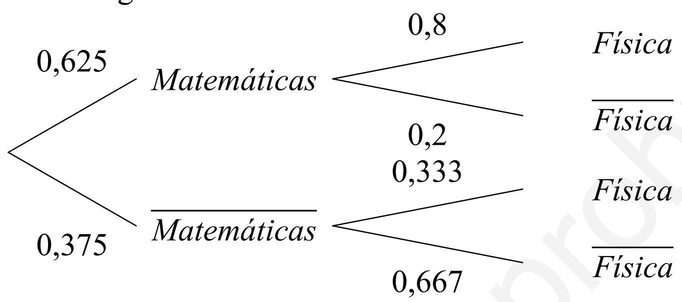
c)

$$P\,(Curso\;/\;Ordenador) = \frac{P(Curso \cap Ordenador)}{P(Ordenador)} = \frac{0,08}{0,18} = 0,444$$

22. En cierto curso de un centro de enseñanza el 62,5 % de los alumnos aprobaron Matemáticas. Por otro lado, entre quienes aprobaron Matemáticas, el 80 % aprobó también Física. Se sabe igualmente que sólo el 33,3 % de quienes no aprobaron Matemáticas aprobaron Física.

a) ¿Qué porcentaje consiguió aprobar ambas asignaturas a la vez?
b) ¿Cuál fue el porcentaje de aprobados en la asignatura de Física?
c) Si un estudiante no aprobó Física, ¿qué probabilidad hay de que aprobara Matemáticas?

Solución:
Consideremos el siguiente diagrama de árbol:



a)
$P\,(Matemáticas \cap Física) = P\,(Matemáticas) \cdot P\,(Física\;/\;Matemáticas) = 0,625 \cdot 0,8 = 0,5 \rightarrow 50\ \%$

b)

$$P\,(Física) = P\,(Matemáticas \cap Física) + P\,(\overline{Matemáticas} \cap Física) =$$
$$= 0,625 \cdot 0,8 + 0,375 \cdot 0,333 = 0,6248 \quad \rightarrow \quad 62,48\ \%$$

c) Como $P\,(\overline{Física}) = 1 - P\,(Física) = 1 - 0,6248 = 0,3752$ entonces:

$$P\,(Matemáticas\;/\;\overline{Física}) = \frac{P(Matemáticas \cap \overline{Física})}{P(\overline{Física})} = \frac{0,625 \cdot 0,2}{0,3752} = 0,333$$

23. El 70 % de los solicitantes de un puesto de trabajo tiene experiencia y además una formación acorde con el puesto. Sin embargo, hay un 20 % que tiene experiencia y no una formación acorde con el puesto. Se sabe también que entre los solicitantes que tienen formación acorde con el puesto, un 87,5 % tiene experiencia.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un solicitante no tenga experiencia?
b) Si un solicitante tiene experiencia, ¿cuál es la probabilidad de que su formación sea acorde con el puesto?
c) Calcula la probabilidad de que un solicitante tenga formación acorde con el puesto.

Solución:
Representamos los datos del enunciado mediante una tabla de contingencia, suponiendo que hay 100 solicitantes:

	Experiencia	$\overline{Experiencia}$	
Formación	70		
$\overline{Formación}$	20		
			100

Con el dato de que entre los solicitantes que tienen formación acorde con el puesto, un 87,5 % tiene experiencia, podemos saber cual es el número total de solicitantes con formación, x (tengan o no experiencia para el puesto) ya que:

$$87{,}5\ \%\ \text{de}\ x = 70 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{70 \cdot 100}{87{,}5} = 80$$

Así pues, podemos completar la tabla entera:

	Experiencia	$\overline{Experiencia}$	
Formación	70	80 – 70 = 10	80
$\overline{Formación}$	20	0	100 – 80 = 20
	90	100 – 90 = 10	100

a)

$$P\,(\overline{Experiencia}) = 1 - P\,(Experiencia) = 1 - 0{,}9 = 0{,}1$$

b)

$$P\,(Formación\ /\ Experiencia) = \frac{P\,(Formación \cap Experiencia)}{P\,(Experiencia)} = \frac{0{,}7}{0{,}9} = 0{,}777$$

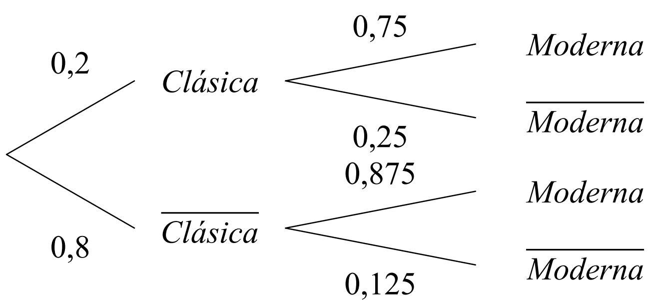
c)

$$P\,(Formación) = \frac{80}{100} = 0{,}8$$

24. Un grupo de amigos ha estado hablando de sus gustos musicales. La música clásica gusta al 20 % de ellos. Se sabe también que el porcentaje de los que les gusta la música moderna entre quienes les gusta la clásica es del 75 % y el porcentaje de los que les gusta la música moderna entre quienes no les gusta la clásica es del 87,5 %.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que a un individuo del grupo le guste la música moderna?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que a un individuo del grupo le guste tanto la música clásica como la moderna?
c) Si a un individuo le gusta la moderna ¿cuál es la probabilidad de que también le guste la clásica?
d) Si a un individuo no le gusta la moderna ¿cuál es la probabilidad de que sí le guste la clásica?

Solución:
Representamos la situación mediante un diagrama en árbol:



a)

$$P\,(Moderna) = P\,(Clásica \cap Moderna) + P\,(\overline{Clásica} \cap Moderna) = 0{,}2 \cdot 0{,}75 + 0{,}8 \cdot 0{,}875 = 0{,}85$$

b)

$$P\,(Clásica \cap Moderna) = 0{,}2 \cdot 0{,}75 = 0{,}15$$

c)

$$P\,(Clásica\ /\ Moderna) = \frac{P(Clásica \cap Moderna)}{P(Moderna)} = \frac{0{,}15}{0{,}85} = 0{,}176$$

d) Como $P\,(\overline{Moderna}) = 1 - P\,(Moderna) = 1 - 0{,}85 = 0{,}15$ entonces

$$P\,(Clásica\ /\ \overline{Moderna}) = \frac{P(Clásica \cap \overline{Moderna})}{P(\overline{Moderna})} = \frac{0{,}2 \cdot 0{,}25}{0{,}15} = 0{,}\widehat{3}$$

25. En un grupo de matrimonios se ha observado que en el 50 % la mujer tiene estudios universitarios. En un 30 % de los matrimonios tanto el hombre como la mujer los tienen. Finalmente, en el 37,5 % de los matrimonios en los que el marido tiene estudios universitarios la mujer los tiene.

a) ¿Qué probabilidad hay de que en un matrimonio el marido tenga estudios universitarios?
b) ¿En qué porcentaje de matrimonios en los que la mujer tiene estudios universitarios el marido también los tiene?
c) ¿En qué porcentaje de matrimonios el marido no tiene estudios universitarios y la mujer sí?

Solución:

a)

$$P\,(H \cap M) = 0{,}375 \cdot P\,(H) \;\Rightarrow\; 0{,}3 = 0{,}375 \cdot P\,(H) \;\Rightarrow\; P\,(H) = 0{,}8$$

b)

$$P\,(H\ /\ M) = \frac{P(H \cap M)}{P(M)} = \frac{0{,}3}{0{,}5} = 0{,}6$$

c)

$$P\,(M) = 0{,}5 \quad ; \quad P\,(H \cap M) = 0{,}3 \;\Rightarrow\; P\,(solo\ M) = 0{,}2$$

26. En un grupo de personas, al 50 % les han puesto alguna vez una multa de tráfico. Por otro lado, al 12,5 % no les han puesto nunca una multa pero sí han sufrido alguna vez un accidente. Finalmente, al 60 % de quienes nunca han tenido un accidente no les han puesto nunca una multa.

a) ¿Qué porcentaje no han tenido nunca un accidente ni les han puesto una multa?
b) ¿Que porcentaje no han tenido nunca un accidente?
c) Entre las personas que nunca han tenido una multa, ¿qué porcentaje no han tenido nunca un accidente?

Solución:

Representamos la situación mediante una tabla de doble entrada considerando un grupo de 100 personas:

	$Accidente$	$\overline{Accidente}$	
$Multa$			50
$\overline{Multa}$	12,5	50 – 12,5 = 37,5	50
			100

Con el dato de que al 60 % de quienes nunca han tenido un accidente no les han puesto nunca una multa, llegamos a la conclusión de que el número de personas que no han sufrido un accidente (x) será:

$$0{,}6 \cdot x = 37{,}5 \;\Rightarrow\; x = 62{,}5$$

Así, podemos completar la tabla:

	Accidente	$\overline{Accidente}$	
Multa	50 – 25 = 25	62,5 – 37,5 = 25	50
$\overline{Multa}$	12,5	37,5	50
	100 – 62,5 = 37,5	62,5	100

a) Fijándonos en la tabla anterior tenemos que:

Un 37,5 % no ha tenido nunca un accidente ni se le ha puesto una multa.

b)

Un 62,5 % no ha tenido nunca un accidente.

c)

$$P\,(\,\overline{Accidente}\ /\ \overline{Multa}\,) = \frac{P(\overline{Accidente} \cap \overline{Multa})}{P(\overline{Multa})} = \frac{12,5}{50} = 0,25$$

De entre los que no han tenido nunca una multa, un 25 tampoco ha tenido nunca un accidente.

27. En un grupo de amigos el 80 % están casados. Entre los casados, el 75 % tienen trabajo. Finalmente, un 5 % no están casados y tampoco tienen trabajo.

a) ¿Que porcentaje no tiene trabajo?
b) Si uno tiene trabajo, ¿qué probabilidad hay de que esté casado?
c) ¿Qué porcentaje están casados entre los que no tienen trabajo?

Solución:
Representamos la situación mediante una tabla de doble entrada considerando un grupo de 100 amigos:

	Trabaja	$\overline{Trabaja}$	
Casado	75 % de 80 = 60	80 – 60 = 20	80
$\overline{Casado}$	75 – 60 = 15	5	20
	100 – 25 = 75	25	100

a)

Un 25 % no tiene trabajo.

b)

$$P\,(Casado\ /\ Trabaja\,) = \frac{P(Casado \cap Trabaja)}{P(Trabaja)} = \frac{\frac{60}{100}}{\frac{75}{100}} = \frac{60}{75} = 0,8$$

c)

$$P\,(Casado\ /\ \overline{Trabaja}\,) = \frac{20}{25} = 0,8$$

De entre los que no tienen trabajo, un 80 % están casados.