1º) Calcula las integrales siguientes:

a) $\int \frac{5x}{x^2+3}\, dx$

b) $\int (1+5x)^3\ dx$

c) $\int \left(\frac{x^2}{8} - \frac{1}{(3-2x)^2}\right) dx$

d) $\int \frac{dx}{2\cdot\sqrt{x+3}}$

Resolución

a) $\int \frac{5x}{x^2+3}\, dx = \frac{5}{2}\cdot \int \frac{2x}{x^2+3} dx = \frac{5}{2}\cdot L(x^2+3)+c$

b) $\int (1+5x)^3\ dx\ = \frac{1}{5}\cdot \int (1+5x)^3\cdot 5\, dx = \frac{(1+5x)^4}{20}+c$

c) $\int \left(\frac{x^2}{8} - \frac{1}{(3-2x)^2}\right) dx = \int \frac{x^2}{8} dx - \int \frac{1}{(3-2x)^2} dx = \frac{1}{8}\cdot \int x^2 dx + \frac{1}{2}\cdot \int (3-2x)^{-2}\cdot(-2)\, dx = \frac{x^3}{24} - \frac{1}{2\cdot(3-2x)} + c$

d) $\int \frac{dx}{2\cdot\sqrt{x+3}}\ = \frac{1}{2}\cdot \int \frac{1}{\sqrt{x+3}}\, dx = \sqrt{x+3}+c$

2º) Calcula la primitiva $F(x)$ **de** $f(x) = \frac{1+e^x}{e^x}$ **que cumple** $F(0)=1$

Resolución

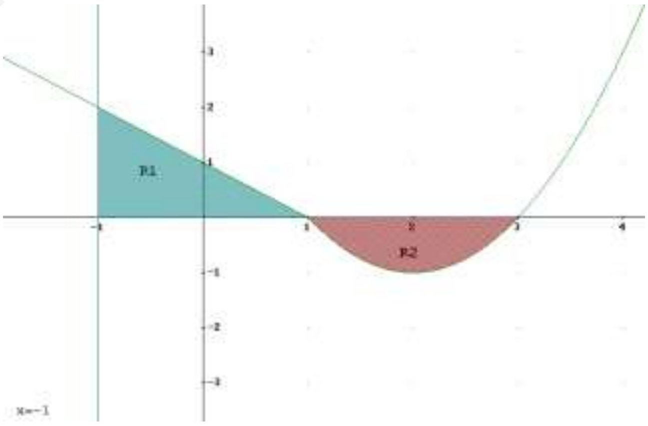
$$F(x) = \int \frac{1+e^x}{e^x} dx = \int \frac{1}{e^x}\, dx + \int dx = -\int -e^{-x} dx + \int dx = -\frac{1}{e^x} + x + c$$

$F(0)=1\ \Leftrightarrow\ -1+c=1\ \Leftrightarrow c=2$

La primitiva es $\boldsymbol{F(x) = -\frac{1}{e^x} + x + 2}$

3º) Calcula el área de la región del plano limitada por la función $f(x) = \begin{cases} 1-x & si\ x\le 1 \\ x^2-4x+3 & si\ x>1 \end{cases}$ **, el eje** OX **y la recta** $x=-1$.

Resolución



$Área = A(R1) + A(R2)$

$$A(R_1) = \int_{-1}^{1} (1-x)\, dx = \left[x - \frac{x^2}{2}\right]_{-1}^{1} = 2u^2$$

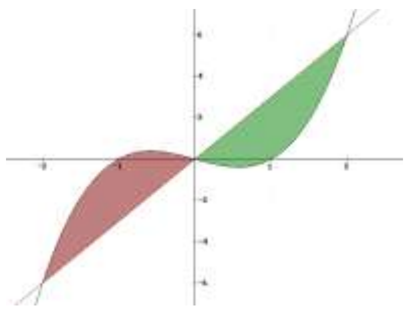
$$A(R_2) = \left|\int_1^3 (\,x^2-4x+3)\, dx\right| = \left|\left[\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x\right]_1^3\right| =$$

$$= \left|9-18+9-\left(\frac{1}{3}-2+3\right)\right| = \frac{4}{3}u^2$$

$$\boldsymbol{Área = A(R_1) + A(R_2) = 2 + \frac{4}{3} = \frac{10}{3}u^2}$$

4º) Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de las funciones $f(x) = x^3 - x$ **y** $g(x) = 3x$

Resolución



Cortes de las funciones: $x^3 - x = 3x\ \Leftrightarrow\ x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\pm 2 \end{cases}$

Por simetría:

$$\boldsymbol{Área = 2\cdot \int_0^2 (-x^3+4x)\ dx = 2\cdot\left[-\frac{x^4}{4} + 2x^2\right]_0^2 = 2\cdot(-4+8) = 8u^2}$$