Ecuaciones Polinómicas

1. $4x - (3x - 4) = 6x - (3 - 8x) + (-2x + 29)$

   Solución

   a) suprimir paréntesis; $4x - 3x + 4 = 6x - 3 + 29 - 4$
   b) Transponer términos; $4x - 3x - 6x - 8x + 2x = - 3 + 29 - 4$
   c) Reducir términos; $- 11x = 22$
   d) Despejar x; $x = 22/-11$
   e) Solución; $x = - 2$

   En los ejercicios que sigues se proceden de la misma forma.

2. $6x - (4x - 7) = 5x - (4 - 9x) + (-4x + 35)$

   Solución

$$6x - 4x + 7 = 5x - 4 + 9x - 4x + 35$$
$$6x - 4x - 5x - 9x + 4x = -4 + 35 - 7$$
$$-8x = 26$$

   La solución es: $x = -\frac{13}{4}$.

3. $9x + (-2x + 8) = 3x + (5 - 6x) - (-5x - 18$

   Solución

$$9x - 2x + 8 = 3x + 5 - 6x + 5x + 18$$
$$9x - 2x - 3x + 6x - 5x = 5 + 18 - 8$$
$$5x = 15$$

   La solución es: $x = 3$.

4. $6(x + 3) + 2(x - 5) = 4(x - 3) + 3(x + 7)$

   solución

   Distribuyendo y eliminado los signos de agrupación:
   $6x + 18 + 2x - 10 = 4x - 12 + 3x + 21$
   $6x + 2x - 4x - 3x = -12 + 21 + 10$
   La solución es: $x = 19$.

5. $6x^2 + 7x - 5 = 0$

Solución

La ecuación es equivalente a: $(3x+5)(2x-1) = 0$, las soluciones del polinomio factorizado son los términos que anulan uno cualquiera de los factores:

$3x + 5 = 0 \leftrightarrow x = -\frac{5}{3}$ y $2x - 1 = 0 \leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.

Por lo tanto, las soluciones son: $x = -\frac{5}{3}$ y $x = \frac{1}{2}$.

6. $16x = 2x^4$

Solución

La ecuación es equivalente a: $2x^4 - 16x = 0$

Factorizando $2x$ tenemos: $2x(x^3 - 8) = 0$

Por propiedades de factorización: $2x(x-2)(x^2 + 2x + 4) = 0$

Donde $(x^2 + 2x + 4)$no tiene solución real, $x = 0$ y $x = 2$ son soluciones de la ecuación.

7. $x^2 - 5x + 6 = 0$

Solución

$x^2 - 5x + 6 = 0$, las soluciones obtenemos utilizando la formula cuadrática.

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3}}{4} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{4} = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{7 \pm 5}{4} = \begin{cases} x_1 = \frac{12}{4} = 3 \\ x_2 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Por lo tanto la solución es: $x_1 = 3$ y $x_2 = \frac{1}{2}$.

8. $x^3 + x^2 + 4x + 4 = 0$

Solución

Por agrupación de términos se tiene: $(x^3 + x^2) + (4x + 4) = 0$

$x^2(x+1) + 4(x+1) = 0$

Sacando factor común : $(x^2 + 4)(x + 1) = 0$

$(x^2 + 4) = 0$ no tiene solución real y $x + 1 = 0 \leftrightarrow x = -1$

Por consiguiente, la solución es: $x = -1$.

9. $x^4 + x^2 - 12 = 0$

Solución

$x^4 + x^2 - 12 = 0$

$z = x^2$

$z^2 + z - 12 = 0$

$(z+3)(z-4) = 0$

$z+3=0$	$z-4=0$
$z=-3$	$z=4$
$x^2=-3$	$x^2=4$

Donde la $x^2 = -3$ no tiene solución y $x^2 = 4 \leftrightarrow x = 2 \ y \ x = -2$.
La solución de la ecuación es: $x = 2 \ y \ x = -2$.

10. $2x^3 - 4x - 7x = -x^2 + x + 3$

Solución

La ecuación es equivalente a: $2x^3 - 3x^2 - 8x - 3 = 0$

Para poder expresar en factores hacemos uso de la división por Ruffini.

-1	2	-3	-8	-3
		-2	5	3
3	2	-5	-3	0
		6	3	
	2	1	0	

El polinomio queda expresado en factores de la forma: $(x+1)(x-3)(2x+1) = 0$.

Donde:

$x = -1, \ x = -\frac{1}{2} \ y \, x = 3$ son soluciones de la ecuación.

11. $(2x-3)(1-x)(x+6) = 0$

Solución

Como el polinomio esta factorizado las soluciones de la ecuación son los números que anulan uno cualquiera de los factores:

De donde igualamos cada factor a cero con la finalidad de encontrar los valores de x.

$2x - 3 = 0 \leftrightarrow x = \frac{3}{2}$ $\quad 1 - x = 0 \leftrightarrow x = 1$ $\quad x + 6 = 0 \leftrightarrow x = -6$

Por lo tanto, las soluciones son $x = \frac{3}{2}$, $x = 1$ y $x = -6$.

12. $2x^3 + 5x^2 = 0$

Solución

Para resolver esta ecuación, al ser el termino independiente 0, se saca factor común x^2, quedando $x^2(2x+5) = 0$. Al estar el polinomio factorizado las soluciones son los términos que anulan uno cualquiera de los factores:

$x^2 = 0 \leftrightarrow x = 0$ doble $\quad 2x + 5 = 0 \leftrightarrow x = -\frac{5}{2}$

Por tanto, las soluciones son $x = 0$ doble y $x = -\frac{5}{2}$.

13. $x^4 - 25 = 0$

Solución

Teniendo en cuenta que el polinomio $x^4 - 25$ es diferencia de cuadrados, la ecuación se puede escribir de la forma $(x^2 - 5)(x^2 + 5) = 0$.

Las soluciones de la ecuación son los números que anulan uno cualquiera de los factores. Como la ecuación $x^2 + 5 = 0$ no tiene solución, las únicas soluciones de la ecuación inicial son las de $x^2 - 5 = 0$, es decir, $x = \sqrt{5}$ y $x = -\sqrt{5}$.

14. $4x^3 + 8x^2 - x - 2 = 0$

Solución

Para factorizar el polinomio $4x^3 + 8x^2 - x - 2$ se tiene en cuenta que los divisores enteros del termino independiente, -2, son $1, -1, 2\ y - 2$. Sustituyendo dichos valores en la ecuación se observa que únicamente $x = -2$ es solución. Dividiendo $4x^3 + 8x^2 - x - 2$ entre $x - (-2) = x + 2$, mediante la regla de Ruffini, se tiene:

-2	4	8	-1	-2
		-8	0	2
	4	0	-1	0

Por lo tanto, el polinomio se puede escribir de la forma $4x^3 + 8x^2 - x - 2 = (x+2)(4x^2 - 1)$ y la ecuación inicial se puede expresar como $(x+2)(4x^2 - 1) = 0$. Así, las soluciones de la ecuación son los números que anulan uno cualquiera de los factores:

$x + 2 = 0 \leftrightarrow x = -2$ y $4x^2 - 1 = 0 \leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4} \leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ $\quad y \quad x = -\frac{1}{2}$

Por tanto, las soluciones son: $x = -2$, $x = \frac{1}{2}$ y $x = -\frac{1}{2}$.

15. $x^5 - x^4 - 4x^3 - 4x^2 - 5x - 3 = 0$

Solución

Aplicando la regla de Ruffini para factorizar el polinomio $x^5 - x^4 - 4x^3 - 4x^2 - 5x - 3$, se obtiene:

-1	1	-1	-4	-4	-5	-3
			-1	2	2	3
-1	1	-2	-2	-2	-3	$\boxed{0}$
		-1	3	-1	3	
3	1	-3	1	-3	$\boxed{0}$	
		3	0	3		
	1	0	1	$\boxed{0}$		

La ecuación queda expresada de la forma $(x-1)^2(x-3)(x^2+1) = 0$ de donde:

$(x-1)^2 = 0 \leftrightarrow x = -1$ doble, $x - 3 = 0 \leftrightarrow x = 3$ y $x^2 + 1 = 0$ no tiene solución

Por lo tanto, las soluciones son: $x = -1$ doble y $x = 3$.