Alumno.....

1. Calcula las siguientes integrales:

(a) $\int \frac{5\sqrt{x}-4x^3}{x} \cdot dx$ **(b)** $\int \frac{(x-1)}{3x^2-6x+7} \cdot dx$

(c) $\int \frac{e^{-3\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} \cdot dx$ **(d)** $\int \frac{1}{\sqrt{(2x+3)^3}} \cdot dx$

2. Sea $f(x) = (x-1) \cdot (x-2) \cdot (-x-2)$.

(a) Calcula la primitiva de f(x) que pasa por el punto P(0,-6).

(b) Halla el área del recinto limitado por la gráfica de f(x) y el eje OX.

3. Usted tiene una cierta cantidad de dinero para invertir en uno de dos planes de inversión en competencia. Después de x años, el primer plan generará una rentas a un ritmo de $R_1(x) = 50 + 3x^2$ dólares por año, mientras que el otro generará rentas a un ritmo constante de $R_2(x) = 200$ dólares por año. Si invierte su dinero en el segundo plan, ¿cuánto dinero más habrá ganado al cabo de 5 años que si lo hubiera hecho en el primer plan?

4. **(a)** Dada $f(x) = x + \frac{a}{x^3}$, donde ***a*** es una constante, halla ***a*** sabiendo que :

$$\int_1^2 f(x)dx = 1'5.$$

(b) Calcula $\int_1^9 \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)dx$

Soluciones

---

1. Calcula las siguientes integrales:

(a) $\int \frac{5\sqrt{x}-4x^3}{x} \cdot dx = 10\int \frac{dx}{2\sqrt{x}} - 4\int x^2 dx = 10\sqrt{x} - \frac{4}{3}x^3 + C$

(b) $\int \frac{(x-1)}{3x^2-6x+7} \cdot dx = \frac{1}{6}\int \frac{6x-6}{3x^2-6x+7} dx = \frac{1}{6}\ln|3x^2-6x+7| + C$

(c) $\int \frac{e^{-3\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} \cdot dx = \frac{-2}{3}\int \frac{-3}{2\sqrt{x}} \cdot e^{-3\sqrt{x}} dx = \frac{-2}{3}e^{-3\sqrt{x}} + C$

(d) $\int \frac{1}{\sqrt{(2x+3)^3}} \cdot dx = \frac{1}{2}\int (2x+3)^{\frac{-3}{2}} \cdot 2 \cdot dx = \frac{-1}{\sqrt{2x+3}} + C$

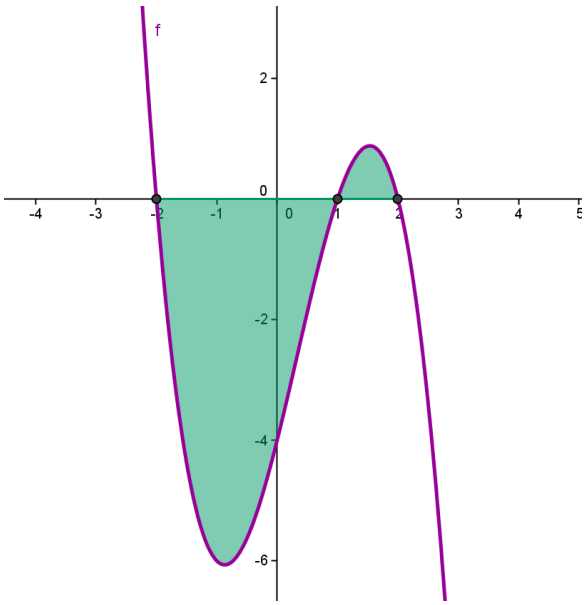
2. Sea $f(x) = (x-1)\cdot(x-2)\cdot(-x-2) = -x^3 + x^2 + 4x - 4$.

(a) Calcula la primitiva de f(x) que pasa por el punto P(0,-6).

$$F(x) = \int f(x)dx = \int (-x^3 + x^2 + 4x - 4)dx = \frac{-1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 4x + C$$

F(0) = -6 $\Rightarrow C = -6 \Rightarrow F(x) = \frac{-1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 4x - 6$

(b) Halla el área del recinto limitado por la gráfica de f(x) y el eje OX.



Los puntos de con el eje OX son: (1,0), (2,0) y (-2,0).

La función f(x) es negativa en el intervalo (-2,1) y positiva en el intervalo (1,2).

El área del recinto sombreado es:

$$-\int_{-2}^{1} f(x)dx + \int_{1}^{2} f(x)dx = -\left[\frac{-x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + 2x^2 - 4x\right]_{-2}^{1} + \left[\frac{-x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + 2x^2 - 4x\right]_{1}^{2} =$$

$$-[(\tfrac{-1}{4} + \tfrac{1}{3} - 2) - (-4 - \tfrac{8}{3} + 8 + 8)] + [(-4 + \tfrac{8}{3} + 8 - 8) - (\tfrac{-1}{4} + \tfrac{1}{3} - 2)] = \tfrac{71}{6}$$ unidades de superfice.

3. Usted tiene una cierta cantidad de dinero para invertir en uno de dos planes de inversión en competencia. Después de x años, el primer plan generará una rentas a un ritmo de $R_1(x) = 50 + 3x^2$ dólares por año, mientras que el otro generará rentas a un ritmo constante de $R_2(x) = 200$ dólares por año. Si invierte su dinero en el segundo plan, ¿cuánto dinero más habrá ganado al cabo de 5 años que si lo hubiera hecho en el primer plan?

$$\int_0^5 [R_2(x) - R_1(x)]dx = \int_0^5 (150 - 3x^2)dx = [150x - x^3]_0^5 = 625$$ dólares más.

4. **(a)** Dada $f(x) = x + \frac{a}{x^3}$, donde ***a*** es una constante, halla ***a*** sabiendo que :

$$\int_1^2 f(x)dx = 1'5 \Rightarrow \int_1^2 \left(x + \frac{a}{x^3}\right)dx = \left[\frac{x^2}{2} - \frac{a}{2x^2}\right]_1^2 = 1'5 \Rightarrow$$

$$(2 - \tfrac{a}{8}) - (\tfrac{1}{2} - \tfrac{a}{2}) = 1'5 \Rightarrow -a + 4a = 0 \Rightarrow -3a = 0 \Rightarrow a = 0$$

(b) Calcula:

$$\int_1^9 \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)dx = \left[\frac{2}{3}\sqrt{x^3} - 2\sqrt{x}\right]_1^9 = (18 - 6) - \left(\frac{2}{3} - 2\right) = \frac{40}{3}$$