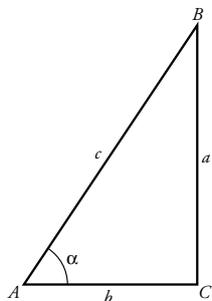


TRIGONOMETRÍA

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO



$$\text{sen } \alpha = \dots\dots\dots$$

$$\text{cos } \alpha = \dots\dots\dots$$

$$\text{tg } \alpha = \dots\dots\dots$$

RELACIONES FUNDAMENTALES

Son: I)

II)

Sirven para obtener

.....

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ALGUNOS ÁNGULOS

	30°	45°	60°
sen α			
cos α			
tg α			

RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS

Resolver un triángulo es hallar

.....

• Triángulos rectángulos: para resolverlos se utiliza

• Triángulos oblicuángulos: para resolverlos es necesario trazar

.....

.....

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS ENTRE 0° Y 360°

Representación de ángulos

• Se utiliza una circunferencia de radio y centro en que se llama

• Para representar un ángulo en la circunferencia se procede así:

– Su vértice en

– Uno de sus lados sobre

– Para situar el otro lado se mide el ángulo en sentido

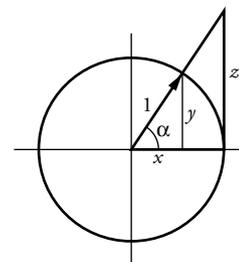
.....

Seno, coseno y tangente

Si $0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$:

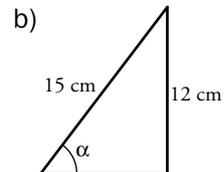
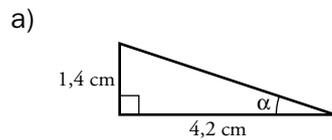
sen $\alpha = \dots\dots\dots$ cos $\alpha = \dots\dots\dots$ tg $\alpha = \dots\dots\dots$

Los ángulos que no tienen tangente son los de



PRACTICA

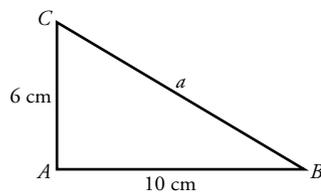
1 Halla las razones trigonométricas del ángulo α en cada caso:



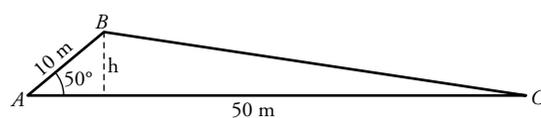
2 Si $\text{sen } \alpha = \frac{2}{5}$, calcula $\text{cos } \alpha$ y $\text{tg } \alpha$ utilizando las relaciones fundamentales ($0 < \alpha < 90^\circ$).

3 Sabiendo que $\text{tg } \alpha = 2$, calcula, en forma de radical, el valor de $\text{sen } \alpha$ y $\text{cos } \alpha$ ($\alpha < 90^\circ$).

4 Resuelve (halla los lados y ángulos desconocidos) el siguiente triángulo:

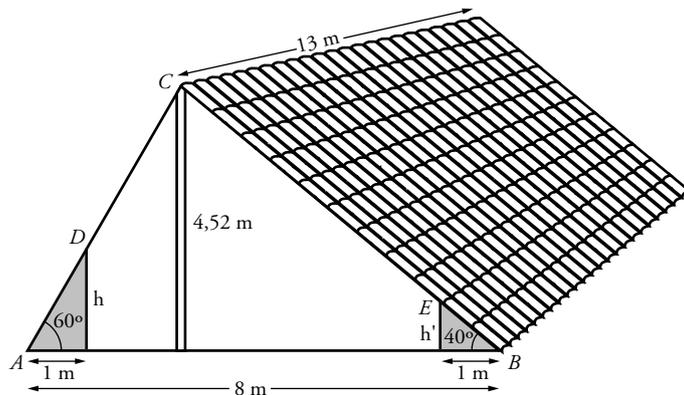


5 Calcula el área de este triángulo (calcula primero la altura sobre la base).



APLICA. LA BUHARDILLA

Unos tíos tuyos quieren construir una buhardilla sobre su casa del pueblo y te piden ayuda para hacer los cálculos. Observa el plano que te da tu tía y a ver si puedes contestar a sus preguntas.



- 1 “¿A qué distancia de A y de B habrá que poner la viga de máxima altura?”, te pregunta tu tía. ¿Qué le contestas?
- 2 “Oye, me vendría bien que me dijeras cuál va a ser la altura de las puertas de los armarios, h y h' , para comprar la madera”. Halla el dato que te pide tu tío.
- 3 Una vez hechos los armarios, tus tíos quieren forrar de madera toda la superficie de los techos y te preguntan cuál es esa superficie. (Son rectángulos de longitud 13 m y anchura \overline{DC} y \overline{CE} respectivamente).
- 4 Además, quieren poner radiadores para calentar la buhardilla. Te dicen que cada uno calienta unos 30 m^3 . ¿Cuántos radiadores necesitarán para toda la buhardilla? (Debes calcular el volumen útil de la buhardilla, esto es, descontando el volumen de los armarios).

PRACTICA

1 Dibuja dos ángulos en la circunferencia goniométrica cuyo seno sea $\frac{3}{4}$, y halla su coseno y su tangente.

2 Sabiendo que $\operatorname{tg} \alpha = -3$ y que $0 < \alpha < 180^\circ$, halla, $\operatorname{sen} \alpha$ y $\operatorname{cos} \alpha$. ¿Cuál es el ángulo α ?

3 Sabiendo que $\operatorname{sen} 40^\circ \simeq 0,64$, calcula:

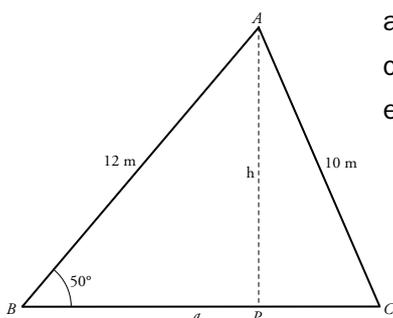
a) $\operatorname{cos} 40^\circ$

b) $\operatorname{tg} 130^\circ$

c) $\operatorname{sen} 220^\circ$

d) $\operatorname{cos} 320^\circ$

4 En el triángulo de la figura, calcula:



a) Altura h

c) Longitud \overline{PC}

e) Área

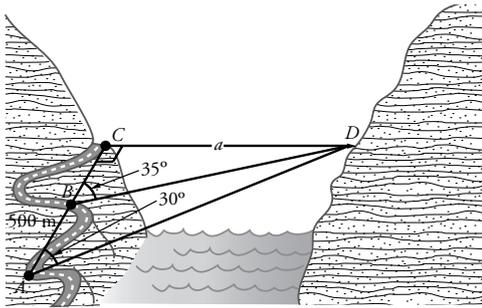
b) Longitud \overline{BP}

d) Longitud $\overline{BC} = a$

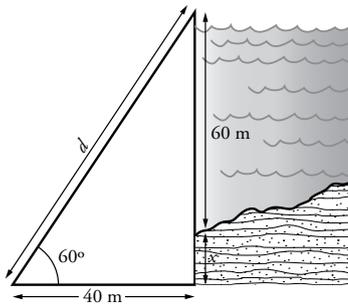
APLICA. LA GRAN PRESA

Paula suele veranear todos los años en un pueblo, cerca del cual van a construir una presa. Curiosamente, una amiga de su madre está en el equipo de trabajo y un día la lleva a ver las obras. Paula aprovecha para hacerle muchas preguntas sobre cómo se diseña y se construye una presa de este tipo.

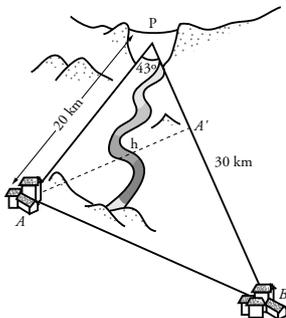
- 1 En primer lugar, Paula quiere saber cómo calculan la anchura de la presa. Su amiga le enseña los dibujos preliminares y le dice. "Bueno, con estos datos, hasta tú puedes calcular la anchura, CD , de la presa". ¿Cuál es esa anchura?



- 2 Después, Paula le pregunta por la construcción de la presa. Observa el dibujo que vio Paula y calcula la altura, x , de los cimientos. Aprovecha, también, para calcular la longitud d de la rampa de caída.



- 3 Paula se ha enterado de que la presa va a dar servicio eléctrico a los pueblos A y B , tendiendo cables de alta tensión entre la presa y cada uno de los pueblos, y entre los propios pueblos. Esta vez no hace falta que pregunte nada, porque su amiga le asegura que, desde la presa, los pueblos se ven bajo un ángulo de 43° . ¿Cuál es la distancia entre los dos pueblos? (Calcula primero AA').



Ficha de trabajo A

PRACTICA

1 a) $\operatorname{tg} \alpha = 0,33$ $\cos \alpha = 0,95$

$\operatorname{sen} \alpha = 0,32$

b) $\operatorname{sen} \alpha = 0,8$ $\cos \alpha = 0,6$

$\operatorname{tg} \alpha = 1,3$

2 $\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{4}{25}} = 0,92$ $\operatorname{tg} \alpha = 0,43$

3 $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$; $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + 2^2}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

$\operatorname{sen} \alpha = \sqrt{1 - \frac{5}{25}} = \sqrt{\frac{20}{25}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

4 $a = 11,66$

$\hat{B} = 30^\circ 57' 50''$ $\hat{C} = 59^\circ 2' 10''$

5 $h = 7,66 \rightarrow A = 191,5 \text{ m}^2$

APLICA

1 A 2,61 m de A y a 5,39 m de B.

2 $h = 1,73 \text{ m}$

$h' = 0,84 \text{ m}$

3 La parte izquierda del techo es un rectángulo de 13 m de ancho y 3,22 de alto. Su superficie es de 41,86 m².

La parte derecha tiene 13 m de ancho y 5,74 m de alto. Su superficie es de 74,62 m².

4 La altura de la viga más alta es de 4,52 m.

El volumen de la buhardilla es 235,04 m³.

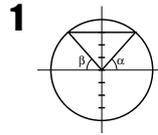
El volumen de los armarios es 11,245 m³ y 5,46 m³, respectivamente.

Por tanto, el volumen que se debe calentar es de 218,335 m³.

Así, se necesitan $218,335 : 30 = 7,28 \approx 8$ radiadores.

Ficha de trabajo B

PRACTICA



1 $\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2}$

$\cos \alpha = 0,66$

$\cos \beta = -0,66$

$\operatorname{tg} \alpha = 1,13$

$\operatorname{tg} \beta = -1,13$

2 $\cos \alpha = -0,31$

$\operatorname{sen} \alpha = 0,9$

$\alpha = 108^\circ 26'$

3 a) $\cos 40^\circ = 0,77$ b) $\operatorname{tg} 130^\circ = -1,19$

c) $\operatorname{sen} 220^\circ = \operatorname{sen} (180^\circ + 40^\circ) = -\operatorname{sen} 40^\circ = -0,64$

d) $\cos 320^\circ = \cos (360^\circ - 40^\circ) = \cos 40^\circ = 0,77$

4 $h = 12 \cdot \operatorname{sen} 50^\circ \approx 9,19 \text{ m}$

$\overline{BP} = 12 \cdot \cos 50^\circ \approx 7,71 \text{ m}$

$\overline{PC} = \sqrt{10^2 - h^2} = 3,94 \text{ m}$

$\overline{BC} = 11,65 \text{ m}$

Área = 53,53 m²

APLICA

1 La anchura de la presa es 1,67 km.

2 Los cimientos medirán 9,28 m de altura.

La rampa mide 80 m.

3 La distancia entre los pueblos es de 20,55 km.