

$$10a) \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} = \frac{1}{8}; \quad \frac{8x}{8x^2} - \frac{16}{8x^2} = \frac{x^2}{8x^2}; \quad 8x - 16 = x^2; \quad x^2 - 8x + 16 = 0$$

$$(x-4)^2 = 0 \Rightarrow x=4$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64-64}}{2 \cdot 1} = 4 \quad \text{Comprob. } \frac{1}{4} - \frac{2}{16} = \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8} \quad \checkmark$$

$$10b) 20x + \frac{12}{5x+3} = 7; \quad \frac{20x \cdot (5x+3) + 12}{5x+3} = \frac{7 \cdot (5x+3)}{5x+3}; \quad \text{Comp.}$$

$$100x^2 + 60x + 12 = 35x + 21;$$

$$100x^2 + 25x - 9 = 0; \quad x = \frac{-25 \pm \sqrt{625+3600}}{200} = \frac{-25 \pm 65}{200} = \frac{-90}{200} = -\frac{9}{20} \quad \checkmark$$

$$\frac{40}{200} = \frac{1}{5} \quad \checkmark$$

$$10d) \frac{9}{2+x} + \frac{7}{2-x} = 10; \quad \frac{9 \cdot (2-x) + 7 \cdot (2+x)}{(2+x) \cdot (2-x)} = \frac{10 \cdot (2+x) \cdot (2-x)}{(2+x) \cdot (2-x)}$$

$$18 - 9x + 14 + 7x = 40 - 10x^2$$

$$10x^2 - 2x - 8 = 0; \quad 5x^2 - x - 4 = 0 \quad \text{Comp.}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1-4 \cdot 5 \cdot (-4)}}{2 \cdot 5} = \frac{1 \pm 9}{10} = \frac{1}{10} = \frac{1}{5} \quad \checkmark$$

$$\frac{-8}{10} = -\frac{4}{5} \quad \checkmark$$

$$11) n \div + \text{inverso} = \frac{5}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} n \div : x \\ \text{inverso del } n \div : \frac{1}{x} \end{array} \right\} x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2}; \quad \frac{2x^2 + 2}{2x} = \frac{5x}{2x}; \quad 2x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{4} = \frac{5 \pm 3}{4} = \frac{1}{2}$$

Sol: El n \div puede ser 2 o $\frac{1}{2}$.

12) La diferencia entre el inverso de un n \div y el inverso de su doble es 1. Calcula este n \div .

$$\left. \begin{array}{l} n \div : x \\ \text{inverso del } n \div : \frac{1}{x} \end{array} \right\} ; \quad \text{doble del } n \div : 2x$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{2x} = 1; \quad \frac{2-1}{2x} = \frac{x}{2x}; \quad 2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Solución: $\frac{1}{2}$

$$14b) \left(3\sqrt{x-20}\right)^2 = \left(\frac{x}{4}\right)^2; \quad 9 \cdot (x-20) = \frac{x^2}{16}; \quad (9x-180) \cdot 16 = x^2$$

$$144x - 2880 = x^2; \quad x^2 - 144x + 2880 = 0; \quad x = \frac{144 \pm \sqrt{20736 - 11520}}{2}$$

$$= \frac{144 \pm \sqrt{9216}}{2} = \frac{144 \pm 96}{2} = \begin{cases} \frac{240}{2} = 120 \\ \frac{48}{2} = 24 \end{cases} \quad \text{Comprob.} \quad \checkmark$$

$$14c) \quad x = 9 - \sqrt{15-x}$$

$$(x-9)^2 = (-\sqrt{15-x})^2; \quad x^2 - 18x + 81 = 15-x; \quad x^2 - 17x + 66 = 0;$$

$$x = \frac{17 \pm \sqrt{289-264}}{2} = \frac{17 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{17 \pm 5}{2} = \begin{cases} 11 & \text{No al comprob.} \\ 6 & \text{sí " " } \end{cases}$$

$$14d) \quad \sqrt[3]{(x+1) \cdot (x+3)} - 1 = x$$

$$\left(\sqrt[3]{(x+1) \cdot (x+3)} \right)^3 = (x+1)^3; \quad (x+1) \cdot (x+3) = (x+1)^3;$$

$$\Rightarrow (x+1) \cdot ((x+1)^2 - (x+3)) = 0$$

$$x+1=0 \Rightarrow x = -1 \quad \checkmark$$

$$x^2 + 1 + 2x - x - 3 = 0$$

$$x^2 + x - 2 = 0; \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} = \begin{cases} 1 & \checkmark \\ -2 & \checkmark \end{cases}$$

$$15a) \quad \sqrt{x} + \sqrt{x-5} = 5$$

$$(\sqrt{x-5})^2 = (5-\sqrt{x})^2; \quad x-5 = 25 + x - 10\sqrt{x}; \quad -30 = -10\sqrt{x} \quad \text{Comprob.}$$

$$3 = \sqrt{x}; \quad x = 9 \quad \checkmark$$

$$15b) \quad \left(\sqrt{2\sqrt{6x-7}}\right)^2 = (\sqrt{3x-2})^2; \quad 2\sqrt{6x-7} = 3x-2$$

$$(2\sqrt{6x-7})^2 = (3x-2)^2$$

$$4 \cdot (6x-7) = 9x^2 + 4 - 12x$$

$$24x - 28 = 9x^2 + 4 - 12x$$

$$9x^2 - 36x + 32 = 0$$

$$x = \frac{36 \pm \sqrt{1296 - 1152}}{18} = \frac{36 \pm \sqrt{144}}{18} = \frac{36 \pm 12}{18} =$$

$$= \begin{cases} \frac{48}{18} = \frac{8}{3} \\ \frac{24}{18} = \frac{4}{3} \end{cases} \quad \text{Comprob.} \quad \checkmark$$

$$\frac{24}{18} = \frac{4}{3} \quad \checkmark$$

(18) a) $(5^{x-1})^3 = 1$; $5^{3x-3} = 5^0$; $3x-3=0$; $x=1$

b) $3^{2x-1} = 243$; $3^{2x-1} = 3^5$; $2x-1=5$; $x=3$

c) $\sqrt{2^x} = 8$; $2^{\frac{x}{2}} = 2^3$; $\frac{x}{2}=3$; $x=6$

d) $2^{x-3} = 4^{x+2}$; $2^{x-3} = (2^2)^{x+2}$; $x-3=2x+4$; $x=-7$

e) $4^{1-x^2} = \frac{1}{64}$; $4^{1-x^2} = 4^{-3}$; $1-x^2=-3$; $x^2=4$; $x=\pm 2$

(19) a) $4^{x+1} + 2^{2x} = 320$

$$4^x \cdot 4 + (2^2)^x = 320; 4^x \cdot 4 + 4^x = 320$$

$$4^x \cdot (4+1) = 320; 5 \cdot 4^x = 320; 4^x = \frac{320}{5} = 64$$

b) $4^{x+1} + 4^x + 4^{1-x} = 21$

$$4 \cdot 4^x + 4^x + \frac{4}{4^x} = 21$$

$4^x = z$ $4 \cdot z + z + \frac{4}{z} = 21$

$$5z + \frac{4}{z} = 21; 5z^2 + 4 = 21z;$$

$$5z^2 - 21z + 4 = 0;$$

$$z = \frac{21 \pm \sqrt{21^2 - 4 \cdot 5 \cdot 4}}{2 \cdot 5} = \frac{21 \pm \sqrt{441 - 80}}{10} =$$

$$= \frac{21 \pm \sqrt{361}}{10} = \frac{21 \pm 19}{10} = \begin{cases} \frac{40}{10} = 4 = 4^x \Rightarrow x=1 \\ \frac{-2}{10} = -\frac{1}{5} = 4^x \Rightarrow x = \log_4 0'2 = \frac{\log 0'2}{\log 4} = \boxed{-1'1609} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Comprob.} \\ \text{Cambio de base} \\ \text{Calculadora} \end{array}$$

c) $2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} = 112$

$$2^x \cdot (2 + 2^2 + 2^3) = 112$$

$$2^x \cdot 14 = 112; 2^x = \frac{112}{14} = 8 \Rightarrow x=3$$

(20) a) $3 \cdot e^x - 2 = 121$

$$3 \cdot e^x = 123; e^x = \frac{123}{3} = 41; x = \ln 41 = \boxed{3'719\dots}$$

b) $e^{x-2} = 1 \Rightarrow x-2=0$; $x=2$

c) $3^{x+1} = 2^x$; $3 \cdot 3^x = 2^x$; $\frac{3^x}{2^x} = \frac{1}{3}$; $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{1}{3}$; $x = \log_{\frac{3}{2}} \frac{1}{3} = \frac{\log \frac{1}{3}}{\log \frac{3}{2}} = \boxed{-2'709}$

d) $9^{x^2-3} = \frac{1}{100}$; $\log 9^{x^2-3} = \log 10^{-2}$; $(x^2-3) \cdot \log 9 = -2$

$$(\log 9) \cdot x^2 = -2 + 3 \cdot \log 9 \quad \begin{array}{l} \text{Cambio} \\ \text{de base} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Calculadora} \\ \text{Calculadora} \end{array}$$

$$x^2 = \frac{-2 + 3 \cdot \log 9}{\log 9} = \frac{0'862727}{0'95424} = 0'904$$

$$x = \boxed{\pm 0'95} \quad \checkmark$$

(21) a) $\sqrt{\frac{1}{5^{1-x^2}}} = 25$; $\left(5^{-(1-x^2)}\right)^{1/2} = 5^2$; $5^{\frac{x^2-1}{2}} = 5^2$; $\frac{x^2-1}{2} = 2$; $x^2-1=4$; $x^2=5$; $x=\pm \sqrt{5}$ \checkmark tras comprobar

29 c) $\begin{cases} 2 \cdot \log x + \log y = -3 \Rightarrow \log x^2 \cdot y = -3; x^2 \cdot y = 10^{-3} \\ x \cdot y = 1 \end{cases}$

$$\begin{cases} x^2 \cdot y = 10^{-3} \\ x \cdot y = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{x} \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} x^2 \cdot \frac{1}{x} = 10^{-3}; x = 10^{-3} = \frac{1}{10^3} = x \\ y = 10^3 \end{array} \right\} \quad \checkmark$$

e) $\begin{cases} \log_2 x + \log_2 y = 7 \\ \log_2 x^2 - \log_2 y = 2 \end{cases} \quad + \quad \begin{cases} \log_2 x + \log_2 y = 7 \\ 2 \cdot \log_2 x - \log_2 y = 2 \end{cases}$

$$\underline{\quad \quad \quad 3 \log_2 x / = 9 \Rightarrow \log_2 x = 3; \textcircled{x} = 2^3 = 8 \quad \quad \quad \checkmark}$$

$$\Rightarrow \log_2 y = 7 - 3 = 4; \textcircled{y} = 2^4 = 16 \quad \checkmark$$

30 f) $\begin{cases} 3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^y = -6 \\ 2^{x+2} - 3^{y+1} = -11 \end{cases}$

$$\begin{cases} 3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^y = -6 \\ 2^x \cdot 2^2 - 3^y \cdot 3 = -11 \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Cambio de variable} \\ 2^x = u; 3^y = v \end{array} \right\}$$

$$\begin{cases} 3u - 2v = -6 \\ 4u - 3v = -11 \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} u = \frac{2v - 6}{3} \\ u = \frac{3v - 11}{4} \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} \frac{2v - 6}{3} = \frac{3v - 11}{4} \\ 8v - 24 = 9v - 33 \end{array}$$

$$9 = v = 3^y \Rightarrow \textcircled{y} = 2 \quad \checkmark$$

$$u = \frac{2 \cdot 9 - 6}{3} = 4 = 2^x \Rightarrow \textcircled{x} = 2 \quad \checkmark$$

31 f) $\begin{cases} \frac{e^x}{e^y} = e^3 \\ \log 4x - \log y = -1 \end{cases} ; \quad \begin{cases} e^{x-y} = e^3 \\ \log \frac{4x}{y} = \log 10^{-1} \end{cases} \quad \Rightarrow \begin{cases} x - y = 3 \\ \frac{4x}{y} = \frac{1}{10} \Rightarrow y = 40x \end{cases}$

$$\Rightarrow x - 40x = 3; -39x = 3$$

$$x = -\frac{3}{39} = -\frac{1}{13} \quad \text{No soluc.}$$

$$y = -\frac{40}{13} \quad \text{No porque } \not\exists \log \text{ de n.º negativo.}$$

25a) $\begin{cases} x + y + 2z = 3 \\ x + 3y + 3z = 7 \\ -x + 2y + z = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} e'_2 = e_2 - e_1 \\ e'_3 = e_3 + e_1 \end{cases} \begin{cases} x + y + 2z = 3 \\ / + 2y + z = 4 \\ / + 3y + 3z = 4 \end{cases} \Rightarrow e'_3 = e_3 - 3 \cdot e_2$

$\begin{cases} x + y + 2z = 3 \\ 2y + z = 4 \\ -3y / = -8 \Rightarrow y = \frac{8}{3} \end{cases}$ Sistema Comp. Det.

$x + \frac{8}{3} + 2 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) = 3 \Rightarrow x = 3$
 $\frac{2}{3} + z = 4; z = 4 - \frac{16}{3} = -\frac{4}{3}$

Solución:
 $x = 3$
 $y = \frac{8}{3}$
 $z = -\frac{4}{3}$

25b) $\begin{cases} x + 7y - 4z = 5 \\ 2x - y + 3z = 5 \\ 3x + 6y - z = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} e'_2 = e_2 - 2e_1 \\ e'_3 = e_3 - 3e_1 \end{cases} \begin{cases} x + 7y - 4z = 5 \\ / - 15y + 11z = -5 \\ / - 15y + 11z = -7 \end{cases} \rightarrow S. Inc.$

O bien seguimos, y llegamos a la misma conclusión $\Rightarrow \begin{cases} x + 7y - 4z = -5 \\ -15y + 11z = -5 \\ 0 + 0 = -2 \text{ Imposible!!} \end{cases} \rightarrow S. Incompatible$

$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$

25c) $\begin{cases} x + 3y + 2z = 6 \\ 2x + y + 3z = 6 \\ 4x + 7y + 7z = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} e'_2 = e_2 - 2e_1 \\ e'_3 = e_3 - 4e_1 \end{cases} \begin{cases} x + 3y + 2z = 6 \\ / - 5y - z = -6 \\ / - 5y - z = -6 \end{cases} \Rightarrow e'_3 = e_3 - e_2$

$\begin{cases} x + 3y + 2z = 6 \\ -5y - z = -6 \\ 0 = 0 \end{cases} \rightarrow$ Infinitas soluciones
S.C. Indeterminado!
 $y = \lambda \rightarrow$ parámetro real.
 $z = -5\lambda + 6$
 $x = -3\lambda - 2 \cdot (-5\lambda + 6) + 6 = 7\lambda - 6$

Solución:
 $y = \lambda; \lambda \in \mathbb{R}$
 $z = -5\lambda + 6$
 $x = 7\lambda - 6$

25d) $\begin{cases} 2x - y + z = -2 \\ x + y + z = -1 \\ 3x - 4y + z = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} e'_2 = e_2 - e_1 \\ e'_3 = e_3 - e_1 \end{cases} \begin{cases} 2x - y + z = -2 \\ / + 2y / = 1 \\ / / = 3 \end{cases} \Rightarrow$

$z = -2 + 2 - 2 \cdot 3 \Rightarrow z = -6$
 $2y = 1 + 3 \Rightarrow y = 2$
 $x = 3 \Rightarrow x = 3$

S.C. Determinado

26 b

$$\left\{ \begin{array}{l} -x + 3y - 5z = 8 \\ -2x + 2y + 8z = 26 \\ x + 5y + z = 4 \end{array} \right\} \xrightarrow{e_1 \leftrightarrow e_3} \left\{ \begin{array}{l} x + 5y + z = 4 \\ -x + y + 4z = 13 \\ -x + 3y - 5z = 8 \end{array} \right\} \xrightarrow{e_2' = e_2 + e_1} \left\{ \begin{array}{l} x + 5y + z = 4 \\ 6y + 5z = 17 \\ 2y - z = 3 \end{array} \right\} \xrightarrow{e_3' = e_3 + e_1}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x + 5y + z = 4 \\ 6y + 5z = 17 \\ 2y - z = 3 \end{array} \right\} \xrightarrow{e_3' = \frac{e_3}{4}} \left\{ \begin{array}{l} x + 5y + z = 4 \\ 6y + 5z = 17 \\ 2y - z = 3 \end{array} \right\} \xrightarrow{e_2' = e_2 + 5e_3}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x + 5y + z = 4 \\ 16y = 32 \Rightarrow y = \frac{32}{16} = 2 \\ 2y - z = 3 \quad z = 2 \cdot 2 - 3 = 1 \\ x = 4 - 1 - 5 \cdot 2 = -7 \end{array} \right.$$

Solución:

| |
|----------|
| $x = -7$ |
| $y = 2$ |
| $z = 1$ |

27. Analiza el siguiente sistema según los valores de K:

$$\left\{ \begin{array}{l} -x + 2y - 3z = 1 \\ (k-1)y + z = 0 \\ 5z = -10 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} &y = \frac{-z}{k-1} = \frac{2}{k-1} \\ &z = -\frac{10}{5} = -2 \end{aligned}$$

Si $k=1 \Rightarrow$ No tiene solución \Rightarrow S.I.
 $\frac{2}{0}!!$

Si $k \neq 1$ S.C.D.

$$y = \frac{2}{k-1}$$

$$x = 2 \cdot \frac{2}{k-1} - 3 \cdot (-2) - 1 =$$

$$= \frac{4}{k-1} + 5 = \frac{5k-1}{k-1} = x$$

| |
|---------------------|
| $y = \frac{2}{k-1}$ |
| $z = -2$ |

$$34d) \frac{x}{4} - \frac{3(x-2)}{2} \leq x-17; \quad \frac{x}{4} - \frac{3x-6}{2} \leq x-17; \quad \frac{2x}{8} - \frac{12x-24}{8} \leq \frac{8x-136}{8};$$

$$2x - 12x + 24 \leq 8x - 136; \quad 2x - 12x - 8x \leq -24 - 136; \quad -18x \leq -160$$

\downarrow Se te da la
 $x \geq \frac{-160}{-18}$ vuelta
 por dividir
 por n° negativo

$$\boxed{\text{Solución: } \left[\frac{80}{9}, +\infty \right)}$$

$$x \geq \frac{80}{9}$$

$$36b) x - \frac{3-x}{3} \leq \frac{3x}{2} - \frac{8-3x}{4};$$

$$\frac{12x}{12} - \frac{12-4x}{12} \leq \frac{18x}{12} - \frac{24-9x}{12}; \quad 12x - 12 + 4x \leq 18x - 24 + 9x;$$

$$12x + 4x - 18x - 9x \leq +12 - 24;$$

$$-11x \leq -12; \quad x \geq \frac{-12}{-11}; \quad x \geq \frac{12}{11}$$

Cambia por dividir
 por un n° negativo

$$\boxed{\text{Solución: } \left[\frac{12}{11}, +\infty \right)}$$

$$38a) (x-2) \cdot (x+5) - 2 \cdot (3x-4) \geq 4x - x^2 + 1.$$

$$x^2 + 5x - 2x - 10 - 6x + 8 \geq 4x - x^2 + 1$$

$$2x^2 - 7x - 3 \geq 0$$

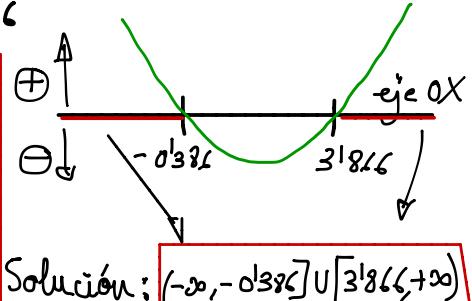
1º. Calcula las soluciones de $2x^2 - 7x - 3 = 0$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot 2 \cdot (-3)}}{2 \cdot 2} = \frac{7 \pm \sqrt{73}}{4} \approx \begin{cases} 3.886 \\ -0.386 \end{cases}$$

2º.- Divide la recta en intervalos:

| | $-\infty$ | -0.386 | 3.886 | $+\infty$ |
|--|-----------|----------|---------|-----------|
| $(x+0.386) \leq (x - \frac{7-\sqrt{73}}{4})$ | - | + | + | |
| $(x-3.886) \leq (x - \frac{7+\sqrt{73}}{4})$ | - | - | + | |
| $2x^2 - 7x - 3$ | + | - | + | |

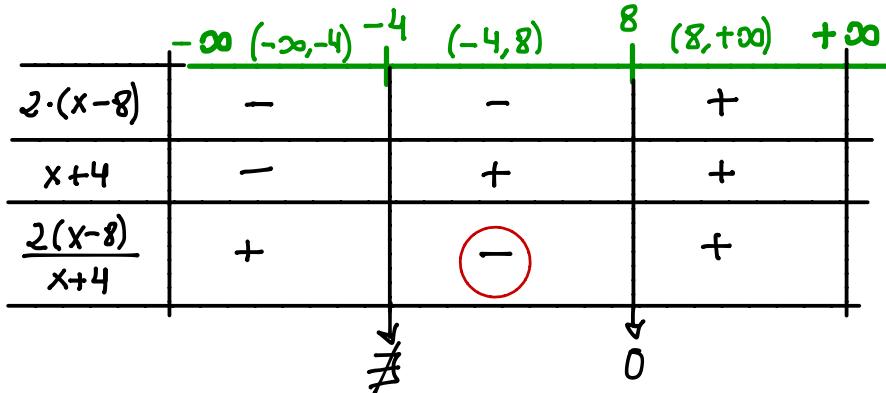
$$\text{Solución: } \boxed{\left(-\infty, \frac{7-\sqrt{73}}{4} \right] \cup \left[\frac{7+\sqrt{73}}{4}, +\infty \right)}$$



$$\boxed{\text{Solución: } \left(-\infty, -0.386 \right] \cup \left[3.886, +\infty \right)}$$

$$44\text{ b}) \quad \frac{4x-8}{x+4} \leq 2 ; \quad \frac{4x-8}{x+4} - 2 \leq 0 ; \quad \frac{4x-8 - 2 \cdot (x+4)}{x+4} \leq 0 ;$$

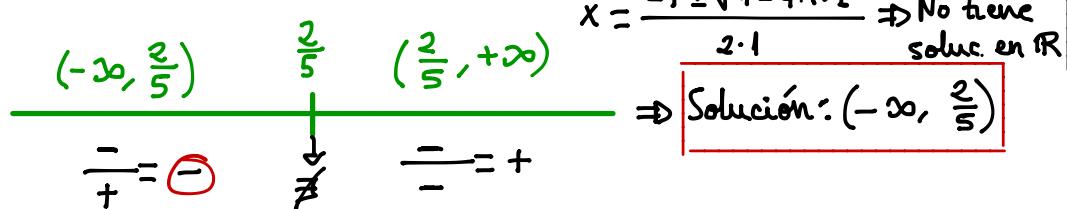
$$\frac{2x-16}{x+4} \leq 0 ; \quad 2x-16 = 0 \Rightarrow x = 8 \\ x+4 = 0 \Rightarrow x = -4$$



Solución:
 $(-4, 8]$

$$44\text{ g}) \quad \frac{-7x-30}{2-5x} \leq -x ; \quad \frac{-7x-30}{2-5x} + x \leq 0 ; \quad \frac{-7x-30 + 2x - 5x^2}{2-5x} \leq 0 ;$$

$$\frac{-5x^2 - 5x - 30}{2-5x} \leq 0 ; \quad -5x^2 - 5x - 30 = 0 \\ x^2 + x + 6 = 0 \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} \Rightarrow \text{No tiene soluc. en } \mathbb{R}$$

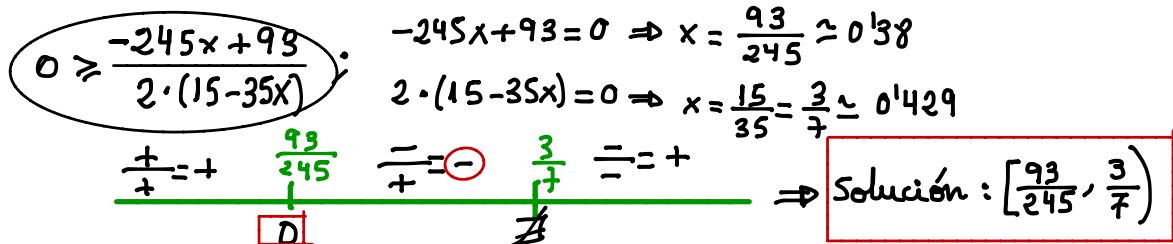


Solución: $(-\infty, \frac{2}{5})$

$$2-5x=0 \\ x=\frac{2}{5}$$

$$45\text{ h}) \quad \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3-7x} \geq -\frac{7}{2} + 7 ; \quad \frac{6}{15-35x} \geq -\frac{7}{2} + 7 ; \quad \frac{12}{2 \cdot (15-35x)} \geq \frac{-7 \cdot (15-35x) + 14(15-35x)}{2 \cdot (15-35x)}$$

$$0 \geq \frac{-105 + 245x + 210 - 490x - 12}{2 \cdot (15-35x)}$$



Solución: $\left[\frac{93}{245}, \frac{3}{7} \right)$

41 a) $\begin{cases} 2x - 5 \leq 7 \\ 3 \cdot (x-2) - 24 \leq 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} 2x \leq 12 ; x \leq 6 \\ 3x \leq 30 ; x \leq 10 \end{cases}$$

$$(-\infty, 6] \cap (-\infty, 10] = \boxed{(-\infty, 6]}$$

41 b) $\begin{cases} -7 - 3x > 14 \\ 4 - (x+5) \leq 6 \end{cases}$

$$\begin{cases} -3x > 21 \\ -x - 7 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -7 \\ -7 < x \end{cases}$$

$$(-\infty, -7) \cap (-7, +\infty) = \emptyset \rightarrow \text{Conjunto vacío}$$

41 c) $\begin{cases} 5x + 4 \geq 3x + 12 ; 2x \geq 8 ; x \geq 4 \\ x+2 \leq 0 ; x \leq -2 \end{cases}$

$$(-\infty, -2] \cap [4, +\infty) = \emptyset \rightarrow \text{No solución.}$$

42 a) $\begin{cases} 3x - 6 \geq 0 \\ x^2 - 9 > 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} 3x \geq 6 ; x \geq 2 ; x \in [2, +\infty) \\ (x-3)(x+3) > 0 ; x \in (-\infty, -3) \cup (3, +\infty) \end{cases}$$

43 a) $\begin{cases} x^2 - 1 \geq 0 ; \\ x^2 - 4 \leq 0 ; \end{cases}$

$$\begin{cases} (x+1) \cdot (x-1) \geq 0 \\ (x-2) \cdot (x+2) \leq 0 \end{cases}$$

Solución del sistema: $[-2, -1] \cup [1, 2]$

46 f)

$$4x - 2(x-3y) > 4$$

$$4x - 2x + 6y > 4$$

$$2x + 6y > 4$$

$$6y > -2x + 4$$

$$y > -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$$

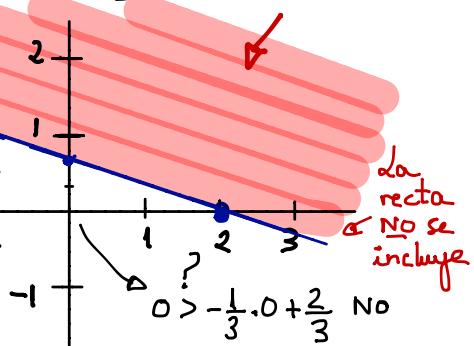
Representamos

| x | y |
|---|---------------|
| 0 | $\frac{2}{3}$ |
| 2 | 0 |

$$y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$$

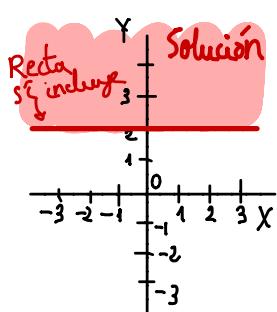
$$y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$$

Solución

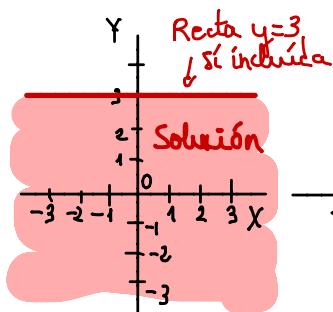


48

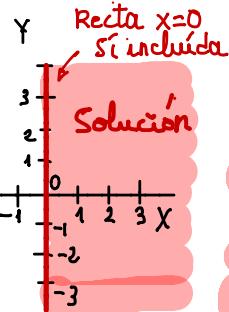
a) $y \geq 2$



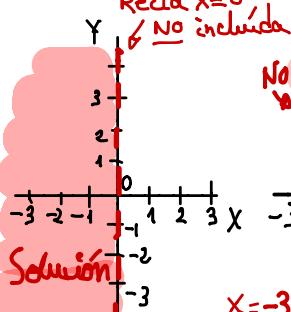
b) $y \leq 3$



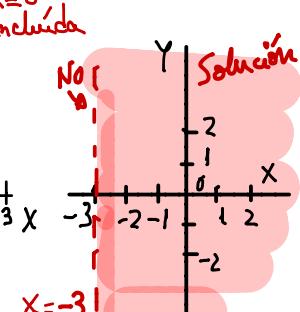
c) $x \geq 0$



d) $x < 0$



e) $x > -3$



50 c)

$$\begin{cases} 2x+y > -3 \\ 3x-y \leq 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y > -2x-3 \\ 3x-3 \leq y \end{cases}$$

Semirrecta

$$0 > -2 \cdot 0 - 3 \text{ Sí}$$

$$3 \cdot 0 - 3 \leq 0 \text{ Sí}$$

$$y = -2x-3$$

Solución

Esta semirrecta NO

$$y = 3x-3$$

53 a)

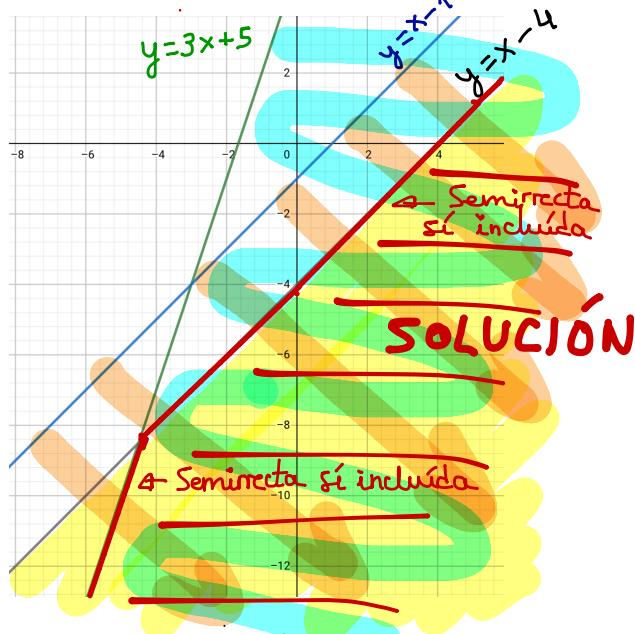
$$\begin{cases} x-4 \geq y \\ 2x+y \leq 5(x+1) ; 2x+y \leq 5x+5 \\ x-y \geq 1 \end{cases}$$

$$(0,0) \in ?$$

$$\begin{cases} x-4 \geq y \\ 0-4 \geq 0 \end{cases} \text{ NO}$$

$$\begin{cases} y \leq 3x+5 \\ 0 \leq 3 \cdot 0 + 5 \end{cases} \text{ Sí}$$

$$\begin{cases} x-1 \geq y \\ 0-1 \geq 0 \end{cases} \text{ NO}$$



115) El área de un cuadrado es la sexta parte del área de un rectángulo. Además, el lado del cuadrado es la mitad de uno de los lados del rectángulo y el perímetro del rectángulo es de 30 cm. Calcula las dimensiones del cuadrado y del rectángulo.

$$y \quad P_{\text{rect.}} = 30 \text{ cm} \quad A_{\text{Cuad.}} = \frac{1}{6} A_{\text{rect.}}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 2y = 30 \\ \left(\frac{x}{2}\right)^2 = \frac{x \cdot y}{6} \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} x + y = 15 \\ \frac{x^2}{4} = \frac{x \cdot y}{6} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$y = \frac{x^2}{4} \cdot \frac{6}{x} = \frac{3}{2}x, \text{ y sustituyendo en la 1a ecuación: } x + \frac{3x}{2} = 15;$$

$$2x + 3x = 30$$

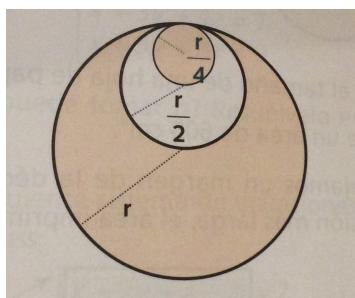
Solución:

El lado del cuadrado mide 3 cm.
Los lados del rectángulo miden 6 y 9 cm

$$5x = 30 \Rightarrow x = 6$$

$$y = \frac{3x}{2} = 9$$

117) Sabiendo que el área de la zona coloreada es de 26π y el radio de cada circunferencia es la mitad que el radio de la circunferencia que la contiene, calcula el radio de la circunferencia mayor.



$$A_{\text{zona coloreada}} = A_{\text{círculo grande}} - A_{\text{círculo mediano}} + A_{\text{círculo pequeño}} = 26\pi$$

¿r?

$$\pi \cdot r^2 - \pi \cdot \left(\frac{r}{2}\right)^2 + \pi \left(\frac{r}{4}\right)^2 = 26\pi$$

$$\left(r^2 - \frac{r^2}{4} + \frac{r^2}{16}\right) \cdot \pi = 26 \cdot \pi$$

$$\frac{16r^2 - 4r^2 + r^2}{16} = 26; \quad \frac{13r^2}{16} = 26;$$

$$r^2 = \frac{26 \cdot 16}{13} = 32; \quad r = \pm \sqrt{\frac{32}{13}} = \pm \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{13}}$$

válida sólo la positiva

Solución: $r = 4\sqrt{2} \text{ cm}$

123) Calcula un número sabiendo que la suma de dicho número con el doble de su raíz cuadrada es inferior en 3 unidades al doble de dicho número.

$$\text{¿} n^{\circ} ? : x$$

$$\text{doble de su raíz cuadrada} : 2\sqrt{x}$$

$$\text{doble del n°} : 2x$$

$$\left. \begin{array}{l} x + 2\sqrt{x} = 2x - 3 \\ 2\sqrt{x} = x - 3 \\ (2\sqrt{x})^2 = (x-3)^2 \\ 4x = x^2 + 9 - 6x \Rightarrow x^2 - 10x + 9 = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2 \cdot 1} = \frac{10 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{10 \pm 8}{2} = \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Comprobamos} \\ \text{9} \checkmark \\ \text{1 No} \end{array}$$

Solución: el n° es el 9

130) La suma de las 3 cifras de un número es 6. Si se intercambian la cifra de las centenas y la de las decenas, el número aumenta en 90 unidades. Si se intercambian la de las decenas y la de las unidades, el número aumenta en 9 unidades. Calcula dicho número.

$$x: \text{cifra centenas}$$

$$y: \text{cifra decenas}$$

$$z: \text{cifra unidades}$$

$$n^{\circ} : 100x + 10y + z$$

$$n^{\circ} \text{ intercambiando } C \text{ y } D : 100y + 10x + z$$

$$n^{\circ} \text{ intercambiando } D \text{ y } U : 100x + 10z + y$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 6 \\ 100y + 10x + z = 100x + 10y + z + 90 \\ 100x + 10z + y = 100x + 10y + z + 9 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Suma de las cifras} \\ \text{es 6} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 6 \\ x - y = -1 \\ x + 2y = 5 \end{array} \right\} \begin{array}{l} e_3' = e_3 + e_1 \\ e_3' = e_3 - e_2 \end{array}$$

$$x + y + z = 6 \quad \text{y} \quad z = 6 - 1 - 2 = 3$$

$$x - y = -1 \quad \text{y} \quad x = -1 + 2 = 1$$

$$/ 3y \quad = 6 \Rightarrow y = 2$$

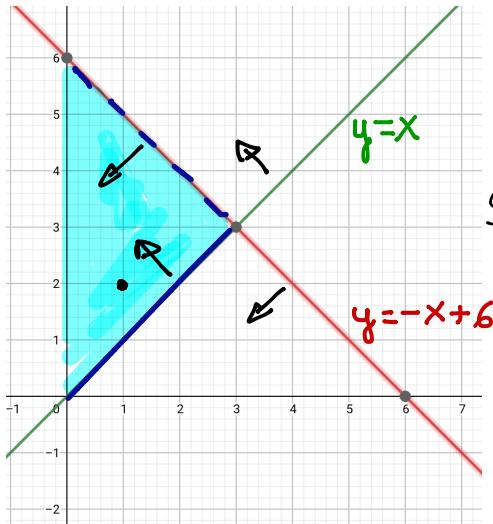
Solución: el n° 123

139 Encuentra todos los números enteros comprendidos entre 10 y 99 que verifican las condiciones siguientes:

- La suma de la cifra de las unidades y la de las decenas es menor que 6.
- La cifra de las decenas es menor o igual que la de las unidades.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Cifra de las unidades: } y \\ \text{Cifra de las decenas: } x \end{array} \right\} \quad \begin{cases} x+y < 6 \rightarrow \text{Recta asociada } y = -x + 6 \\ x \leq y \rightarrow \text{Recta asociada } y = x \end{cases}$$

$0 < x \leq 9$ e $0 \leq y \leq 9$



$(0,0)$ satisface $x+y < 6$? $0 < 6$ Sí
 $(1,2)$ satisface $x \leq y$? $1 \leq 2$ Sí

Solución: $(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,2), (2,3)$

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|----|---|----|---|----|---|----|---|----|---|----|
| 1 | ↓ | 11 | ↓ | 12 | ↓ | 13 | ↓ | 14 | ↓ | 22 | ↓ | 23 |
|---|---|----|---|----|---|----|---|----|---|----|---|----|

147. Halla un número tal que la suma de su inverso y del cuadrado de su inverso sea $\frac{5}{16}$.

$$nº: x$$

$$\text{inverso del nº: } \frac{1}{x}$$

$$\text{cuadrado del inverso: } \frac{1}{x^2}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{5}{16}$$

$$\frac{16x + 16}{16x^2} = \frac{5x^2}{16x^2}$$

$$5x^2 - 16x - 16 = 0$$

$$x = \frac{16 \pm \sqrt{256+320}}{16} = \frac{16 \pm \sqrt{576}}{16} = \frac{16 \pm 24}{16} =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} 4 \\ -8 = -\frac{4}{5} \end{array} \right\} \text{Válidas las 2.}$$

Solución: 4 y $-\frac{4}{5}$.