

Probabilidad total y Bayes

1. El volumen diario de producción de tres plantas diferentes de una fábrica es de 500 unidades en la primera, 1000 unidades en la segunda y 2000 en la tercera. Sabiendo que el porcentaje de unidades defectuosas producidas en cada planta es del 1% , 0'8% y 2% respectivamente, calcular la probabilidad de que al seleccionar una unidad al azar:
 - a) Sea defectuosa.
 - b) Sabiendo que es defectuosa, hallar la probabilidad de que provenga de la tercera planta..

2. A un almacén de pintura le abastecen tres fabricantes y el número total de unidades recibidas es de 14.000. El primer proveedor le envía 2.000 unidades de las cuales 600 son blancas, 1.000 rojas y 400 azules. El segundo le envía 4.000 unidades de las que 2.000 son blancas, 1.500 rojas y 500 azules. El tercero le envía 8.000 unidades de las cuales 4.000 son blancas, 3.500 rojas y 500 azules.
 - a) Calcular la probabilidad de que un producto elegido al azar sea blanco.
 - b) Calcular la probabilidad de que sea azul, si se sabe que no procede del primer proveedor.

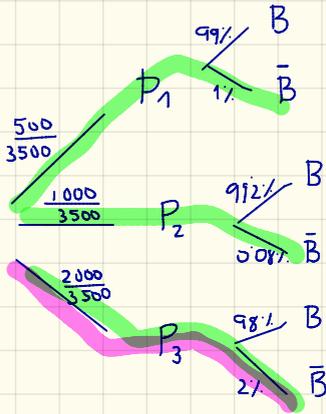
3. Se somete a una población a la prueba de la tuberculosis. Tenían la enfermedad 1 de cada 10.000 personas de las que habían dado negativo en el test, y 1 de cada 100 personas de las que habían dado positivo. Sabiendo que el 1% de la población dio positivo en el test:
 - a) ¿Qué porcentaje de la población padecía la enfermedad de la tuberculosis?.
 - b) ¿Qué porcentaje de la población dio negativo en el test y padecía la enfermedad?.

4. Al 80% de los trabajadores de la *Educación (E)* que se jubilan, sus compañeros les hacen una fiesta de despedida (*FD*) y también al 60% de los trabajadores de *Justicia (J)* y al 30% de los de *Sanidad (S)*. En el último año se jubilaron el mismo número de trabajadores de la *Educación* que los de *Sanidad*, y el doble en *Educación* que en *Justicia*. Calcúlese:
 - a) La probabilidad de que un trabajador de estos sectores, que se jubiló, le hicieran una fiesta.
 - b) La probabilidad de que a un trabajador jubilado elegido al azar de entre estos sectores, al que no le hicieron fiesta, fuera de *Sanidad*.

5. En una empresa de auditorías se ha contratado a tres personas para inspeccionar a las entidades bancarias realizando las correspondientes auditorías. La primera de ellas se encarga de hacer el 30% ; la segunda el 45% , y la tercera el 25% restante. Se ha comprobado que el 1% de las inspecciones que hace la primera persona son erróneas, la segunda persona comete un 3% de errores, y la tercera un 2%.
 - a) Hallar la probabilidad de realizar una auditoría correctamente.
 - b) Sabiendo que la auditoría realizada ha sido errónea, hallar la probabilidad de que la haya realizado la primera de las personas contratadas.

Probabilidad total y Bayes

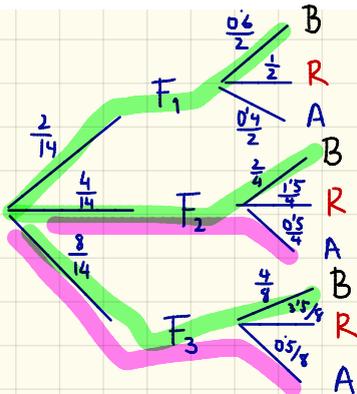
1. El volumen diario de producción de tres plantas diferentes de una fábrica es de 500 unidades en la primera, 1000 unidades en la segunda y 2000 en la tercera. Sabiendo que el porcentaje de unidades defectuosas producidas en cada planta es del 1%, 0'8% y 2% respectivamente, calcular la probabilidad de que al seleccionar una unidad al azar:
- Sea defectuosa.
 - Sabiendo que es defectuosa, hallar la probabilidad de que provenga de la tercera planta..



$$\begin{aligned} \text{a) } P(\bar{B}) &= P(P_1 \cap \bar{B}) + P(P_2 \cap \bar{B}) + P(P_3 \cap \bar{B}) = \\ &= P(P_1) \cdot P(\bar{B}/P_1) + P(P_2) \cdot P(\bar{B}/P_2) + P(P_3) \cdot P(\bar{B}/P_3) = \\ &= \frac{1}{7} \cdot 0.01 + \frac{2}{7} \cdot 0.008 + \frac{4}{7} \cdot 0.02 = 0.015 \end{aligned}$$

$$\text{b) } P(P_3/\bar{B}) = \frac{P(P_3) \cdot P(\bar{B}/P_3)}{P(\bar{B})} = \frac{\frac{4}{7} \cdot 0.02}{0.015} = 0.757$$

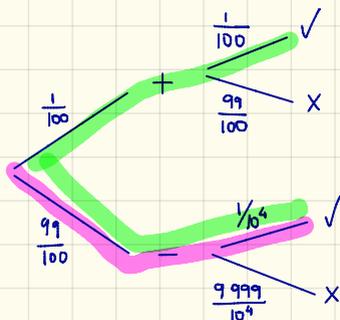
2. A un almacén de pintura le abastecen tres fabricantes y el número total de unidades recibidas es de 14.000. El primer proveedor le envía 2.000 unidades de las cuales 600 son blancas, 1.000 rojas y 400 azules. El segundo le envía 4.000 unidades de las que 2.000 son blancas, 1.500 rojas y 500 azules. El tercero le envía 8.000 unidades de las cuales 4.000 son blancas, 3.500 rojas y 500 azules.
- Calcular la probabilidad de que un producto elegido al azar sea blanco.
 - Calcular la probabilidad de que sea azul, si se sabe que no procede del primer proveedor.



$$\begin{aligned} \text{a) } P(B) &= P(F_1 \cap B) + P(F_2 \cap B) + P(F_3 \cap B) = \\ &= P(F_1) \cdot P(B/F_1) + P(F_2) \cdot P(B/F_2) + P(F_3) \cdot P(B/F_3) = \\ &= \frac{1}{7} \cdot \frac{0.6}{2} + \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{2} + \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3.6}{70} = 0.471 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(A/\bar{F}_1) &= \frac{P(A \cap \bar{F}_1)}{P(\bar{F}_1)} = \frac{P(A \cap F_2) + P(A \cap F_3)}{1 - P(F_1)} = \\ &= \frac{\frac{2}{7} \cdot \frac{0.5}{4} + \frac{4}{7} \cdot \frac{3.5}{8}}{1 - \frac{1}{7}} = \frac{\frac{1}{28} + \frac{7}{28}}{\frac{6}{7}} = \frac{8}{28} \cdot \frac{7}{6} = \frac{1}{3} = 0.3 \end{aligned}$$

3. Se somete a una población a la prueba de la tuberculosis. Tenían la enfermedad 1 de cada 10.000 personas de las que habían dado negativo en el test, y 1 de cada 100 personas de las que habían dado positivo. Sabiendo que el 1% de la población dio positivo en el test:
- ¿Qué porcentaje de la población padecía la enfermedad de la tuberculosis?.
 - ¿Qué porcentaje de la población dio negativo en el test y padecía la enfermedad?.

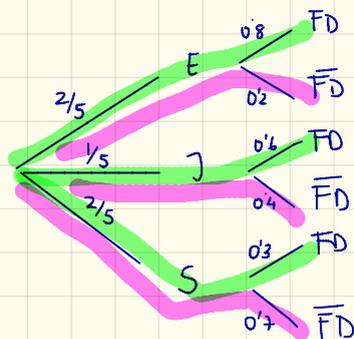


a) $P(V) = P(V|+) + P(V|-) =$
 $= P(+)\cdot P(V|+) + P(-)\cdot P(V|-) =$ ↙ 0%, pregunta %
 $= \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{100} + \frac{99}{100} \cdot \frac{1}{10^4} = 1'99 \cdot 10^{-4} \rightarrow 0'0199\%$

b) $P(-\cap V) = P(-)\cdot P(V|-) = \frac{99}{100} \cdot \frac{1}{10^4} = \frac{99}{10^6} \rightarrow \frac{99}{10^4}\%$
 $P(V|-) = \frac{P(-)\cdot P(V|-)}{P(-)} = \frac{99 \cdot 10^{-4}}{99 \cdot 10^{-2}} = 10^{-4} \rightarrow 0'01\%$

4. Al 80% de los trabajadores de la *Educación* (E) que se jubilan, sus compañeros les hacen una fiesta de despedida (FD) y también al 60% de los trabajadores de *Justicia* (J) y al 30% de los de *Sanidad* (S). En el último año se jubilaron el mismo número de trabajadores de la *Educación* que los de *Sanidad*, y el doble en *Educación* que en *Justicia*. Calcúlese:

- La probabilidad de que un trabajador de estos sectores, que se jubiló, le hicieran una fiesta.
- La probabilidad de que a un trabajador jubilado elegido al azar de entre estos sectores, al que no le hicieron fiesta, fuera de *Sanidad*.



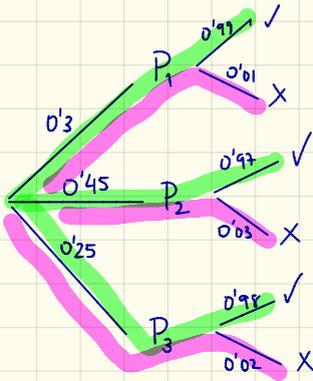
$x = P(J) \quad P(S) = P(E) = 2P(J) = 2x$
 $P(E) + P(J) + P(S) = 2x + x + 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{5}$

a) $P(FD) = P(FD \cap E) + P(FD \cap J) + P(FD \cap S) =$
 $= P(E) \cdot P(FD|E) + P(J) \cdot P(FD|J) + P(S) \cdot P(FD|S) =$
 $= \frac{2}{5} \cdot 0'8 + \frac{1}{5} \cdot 0'6 + \frac{2}{5} \cdot 0'3 = \frac{14}{25} = 0'56$

b) $P(S|\bar{FD}) = \frac{P(S \cap \bar{FD})}{P(\bar{FD})} = \frac{P(S) \cdot P(\bar{FD}|S)}{1 - P(FD)} = \frac{\frac{2}{5} \cdot 0'7}{1 - 0'56} = \frac{7}{11} = 0'63$

5. En una empresa de auditorías se ha contratado a tres personas para inspeccionar a las entidades bancarias realizando las correspondientes auditorías. La primera de ellas se encarga de hacer el 30% ; la segunda el 45% , y la tercera el 25% restante. Se ha comprobado que el 1% de las inspecciones que hace la primera persona son erróneas, la segunda persona comete un 3% de errores, y la tercera un 2%.

- Hallar la probabilidad de realizar una auditoría correctamente.
- Sabiendo que la auditoría realizada ha sido errónea, hallar la probabilidad de que la haya realizado la primera de las personas contratadas.



$$\begin{aligned}
 \text{a) } P(V) &= P(P_1 \cap V) + P(P_2 \cap V) + P(P_3 \cap V) = \\
 &= P(P_1) \cdot P(V/P_1) + P(P_2) \cdot P(V/P_2) + P(P_3) \cdot P(V/P_3) = \\
 &= 0.3 \cdot 0.99 + 0.45 \cdot 0.97 + 0.25 \cdot 0.98 = 0.9785
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } P(P_1/X) &= \frac{P(P_1 \cap X)}{P(X)} = \frac{P(P_1) \cdot P(X/P_1)}{1 - P(V)} = \frac{0.3 \cdot 0.01}{1 - 0.9785} = \frac{6}{43} = \\
 &= 0.140
 \end{aligned}$$