

Sucesos y espacios muestrales

- Consideremos el experimento que consiste en la extracción de tres tornillos de una caja que contiene tornillos buenos y defectuosos. Se pide describir el espacio muestral y formar:
 - El suceso: $A \rightarrow$ (el último tornillo extraído es defectuoso).
 - El suceso: $B \rightarrow$ (solo hay un tornillo defectuoso).
 - El suceso: $C \rightarrow$ (extraer al menos un tornillo defectuoso).

- Se considera el experimento aleatorio consistente en tirar tres dados al aire y anotar los puntos de las caras superiores. Se pide formar los siguientes sucesos:
 - El suceso: $A \rightarrow$ (sacar al menos dos cincos).
 - El suceso: $B \rightarrow$ (sacar dos doses y un tres).
 - El suceso: $C \rightarrow$ (la suma de los valores obtenidos en los tres dados es mayor de quince).

- Una urna contiene bolas negras y blancas en número superior a tres. Se sacan sucesivamente tres bolas de la urna. Se pide describir el espacio muestral y formar:
 - El suceso: $A \rightarrow$ (sacar al menos una bola negra).
 - El suceso: $B \rightarrow$ (sacar las tres bolas del mismo color).
 - El suceso: $C \rightarrow$ (sacar dos bolas blancas).

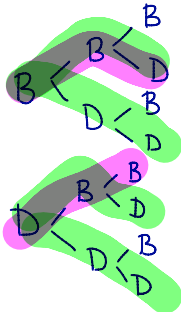
- Se lanzan dos dados cúbicos con las caras numeradas del 1 al 6. Formar los sucesos:
 - $A \rightarrow$ (la suma de sus puntuaciones es 10).
 - $B \rightarrow$ (el producto de sus puntuaciones es un múltiplo de 3).
 - $C \rightarrow$ (el producto de sus puntuaciones es un número primo).
 - $D \rightarrow$ (la suma de sus puntuaciones es un múltiplo de 5).
 - $E \rightarrow$ (la suma de sus puntuaciones es superior a 1).

- En una ciudad se publican tres periódicos A , B y C . El 35% de la población lee el periódico A ; el 40% el B , y el 43% el C . El 15% lee el A y el B ; el 17% el B y el C , y el 10% el A y el C . El 2% de la población lee los tres periódicos.
 - Representar los datos utilizando los diagramas de Venn.
 - ¿Qué porcentaje de ciudadanos no lee la prensa?
 - ¿Cuántas personas leen como mínimo dos periódicos?
 - ¿Cuántas personas leen el periódico A o el C .
 - ¿Cuántas personas no leen el periódico A .

Sucesos y espacios muestrales

1. Consideremos el experimento que consiste en la extracción de tres tornillos de una caja que contiene tornillos buenos y defectuosos. Se pide describir el espacio muestral y formar:

- a) El suceso: **A** → (el último tornillo extraído es defectuoso).
 b) El suceso: **B** → (solo hay un tornillo defectuoso).
 c) El suceso: **C** → (extraer al menos un tornillo defectuoso).



$$A = \{BBD, BDB, BDD, DBD, DDB, DDD\}$$

$$B = \{BBD, BDB, BDD, DBB, DDB\}$$

$$C = E \setminus \{BBB\} = \{BBD, BDB, BDD, DBB, DBD, DDB, DDD\}$$

2. Se considera el experimento aleatorio consistente en tirar tres dados al aire y anotar los puntos de las caras superiores. Se pide formar los siguientes sucesos:

- a) El suceso: **A** → (sacar al menos dos cincos).
 b) El suceso: **B** → (sacar dos doses y un tres).
 c) El suceso: **C** → (la suma de los valores obtenidos en los tres dados es mayor de quince).

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= \text{"sacar al menos 2 cincos"} = \text{"sacar 2 cincos"} \cup \text{"sacar 3 cincos"} \\ &= \{551, 552, 553, 554, 556, 515, 525, 535, 545, 565, 155, 255, 355, \\ &\quad 455, 655, 555\} \end{aligned}$$

$$\text{b) } B = \text{"sacar dos doses y un tres"} = \{223, 232, 322\}$$

$$\text{c) } C = \text{"la suma de los valores obtenidos es mayor de 15"}$$

$$15 = 1+2+12 = 1+3+11 = 1+4+10 = 1+5+9 = 1+6+8 = 1+7+7$$

$$= 2+2+11 = 2+3+10 = 2+4+9 = 2+5+8 = 2+6+7 =$$

$$= 3+3+9 = 3+4+8 = 3+5+7 = 3+6+6 \rightarrow \{366, 636, 663\}$$

$$= 4+4+7 = 4+5+6 \rightarrow \{456, 465, 546, 645, 564, 654\}$$

$$= 5+5+5 \rightarrow \{555\}$$

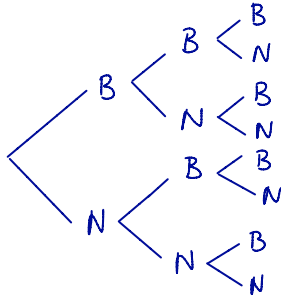
$$= 6+6+3$$

$$P(C) = \frac{9}{6^3} = \frac{3 \cdot 3}{2^3 \cdot 3^3} = \frac{1}{24}$$

Mayor de 15 \rightarrow $\{664, 665, 666, 646, 656, 466, 566, 556, 565, 655\}$

3. Una urna contiene bolas negras y blancas en número superior a tres. Se sacan sucesivamente tres bolas de la urna. Se pide describir el espacio muestral y formar:

- a) El suceso: $A \rightarrow$ (sacar al menos una bola negra).
- b) El suceso: $B \rightarrow$ (sacar las tres bolas del mismo color).
- c) El suceso: $C \rightarrow$ (sacar dos bolas blancas).



$$E = \{BBB, BBN, BNB, BNN, NBB, NBN, NNB, NNN\}$$

$$a) A = E \setminus \{BBB\} =$$

$$= \{BBN, BNB, BNN, NBB, NBN, NNB, NNN\}$$

$$b) B = \{BBB, NNN\}$$

$$c) C = \{BBN, BNB, NBB\}$$

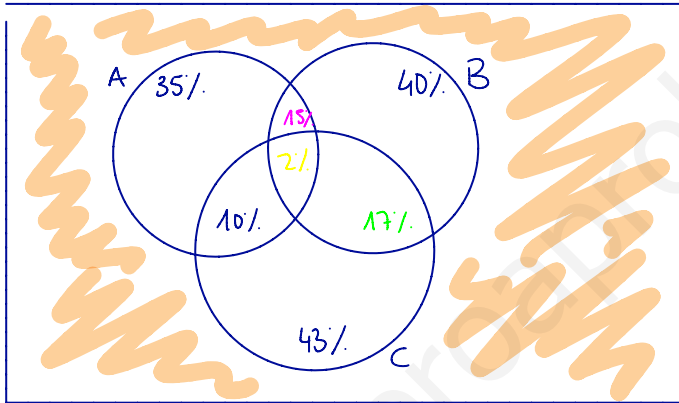
4. Se lanzan dos dados cúbicos con las caras numeradas del 1 al 6. Formar los sucesos:

- a) $A \rightarrow$ (la suma de sus puntuaciones es 10). $\rightarrow \{64, 46, 55\}$
- b) $B \rightarrow$ (el producto de sus puntuaciones es un múltiplo de 3). $\rightarrow \{13, 31, 23, 32, 33, 34, 43, 35, 53, 36, 63, 61, 16, 16, 66\}$
- c) $C \rightarrow$ (el producto de sus puntuaciones es un número primo). $\rightarrow \{12, 21, 13, 31, 51, 15\}$
- d) $D \rightarrow$ (la suma de sus puntuaciones es un múltiplo de 5).
- e) $E \rightarrow$ (la suma de sus puntuaciones es superior a 1).

$$d) \{14, 41, 23, 32, 46, 64, 64, 55\}$$

$$e) E$$

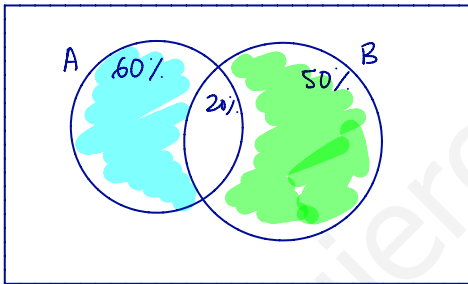
5. En una ciudad se publican tres periódicos **A**, **B** y **C**. El 35% de la población lee el periódico **A**; el 40% el **B**, y el 43% el **C**. El 15% lee el **A** y el **B**; el 17% el **B** y el **C**, y el 10% el **A** y el **C**. El 2% de la población lee los tres periódicos.
- Representar los datos utilizando los diagramas de Venn.
 - ¿Qué porcentaje de ciudadanos no lee la prensa?
 - ¿Cuántas personas leen como mínimo dos periódicos?
 - ¿Cuántas personas leen el periódico **A** o el **C**.
 - ¿Cuántas personas no leen el periódico **A**.



- b) $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C) = 0'78$
 $P(\overline{A \cup B \cup C}) = 1 - P(A \cup B \cup C) = 1 - 0'78 = 0'22 \rightarrow 22\%$
- c) $P(A \cap B) + P(A \cap C) + P(B \cap C) - 2P(A \cap B \cap C) = 0'10 + 0'17 + 0'15 - 2 \cdot 0'02 = 0'38 \rightarrow 38\%$
- d) $P(A \cup C) = P(A) + P(C) - P(A \cap C) = 0'35 + 0'43 - 0'10 = 0'68 \rightarrow 68\%$
- e) $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0'35 = 0'65 \rightarrow 65\%$

Sucesos compatibles e incompatibles

1. Se ha comprobado que en una ciudad están enfermos con diarrea el **60%** de los niños, con sarampión el **50%** y el **20%** con ambas enfermedades. Calcular la probabilidad de que elegido un niño al azar:
- Esté enfermo con diarrea, sarampión o ambas enfermedades.
 - Esté enfermo solo con sarampión.
 - Padezca solo una enfermedad.
 - Esté sano.



A = "tener diarrea"

B = "tener sarampión"

$$a) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.6 + 0.5 - 0.2 = 0.9 \rightarrow 90\%$$

$$b) P(B \cap \bar{A}) = P(B - A \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0.5 - 0.2 = 0.3$$

$$c) P(A \cap \bar{B} \cup B \cap \bar{A}) = P(A \cap \bar{B}) + P(B \cap \bar{A}) = P(A) - P(A \cap B) + P(B \cap \bar{A}) = 0.6 - 0.2 + 0.3 = 0.7 \rightarrow 70\%$$

$$P(A \cup B - A \cap B) = P(A \cup B) - P(A \cap B) = 0.9 - 0.2 = 0.7 \rightarrow 70\%$$

$$d) P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - 0.9 = 0.1 \rightarrow 10\%$$

2. La probabilidad de que a un habitante de un cierto pueblo de la Comunidad de Madrid le guste la música moderna es igual a **0.55**, la probabilidad de que le guste la música clásica es igual a **0.40** y la probabilidad de que no le guste ninguna de las dos es igual a **0.25**. Se elige al azar un habitante de dicho pueblo, calcular la probabilidad de que le guste:
- Al menos uno de los dos tipos de música.
 - La música clásica y también la música moderna.
 - Sólo la música clásica.

A = "gustar música moderna"

B = "clásica"

$$P(A) = 0.55 \quad P(B) = 0.4$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 0.25$$

$$a) P(A \cup B) = 0.75 \quad b) P(A \cap B) = 0.20$$

$$c) P(B \cap \bar{A}) = P(B) - P(A \cap B) = 0.20$$

3. En una clase en la que todos practican algún deporte, el 60% de los alumnos juega al fútbol o al baloncesto y el 10% practica ambos deportes. Si además hay un 60% que no juega al fútbol, ¿cuál es la probabilidad de que, escogido al azar uno de la clase:

- a) Juegue solo al fútbol.
- b) Practique uno solo de los deportes.
- c) No juegue ni al fútbol ni al baloncesto.

$A = \text{"jugar al fútbol"}$ $B = \text{"jugar al baloncesto"}$

$$P(A \cup B) = 60\% \quad P(A \cap B) = 10\% \quad P(\bar{A}) = 60\% \rightarrow P(A) = 40\%$$

a) $P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0.4 - 0.1 = 0.3 \rightarrow 30\%$

b) $P(A \cap \bar{B} \cup B \cap \bar{A}) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) =$

$$P(A \cup B - A \cap B) = P(A \cup B) - P(A \cap B) = 0.6 - 0.1 = 0.5 \rightarrow 50\%$$

c) $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.6 = 0.4 \rightarrow 40\%$