1.-Resolver las siguientes ecuaciones exponenciales: (2 puntos)

a) $9^{2x-1}+5=8.3^{2x-1}$ b) $4^{3x}=5^{x-1}$ c) $e^{Ln2x}=-\log_{\frac{1}{5}}25$

2.- Resolver la ecuación logarítmica: $(x^2-4x+7)\log 5+\log 16=4$ (1 punto)

3.-Hallar el **dominio** de definición de las siguientes funciones: (2,5 puntos)

a) $f(x)=\sqrt{\frac{x^4+x^2-2}{2-x}}$ b) $f(x)=\frac{2x-1}{\sqrt{x^5+2x^3}}$ c) $f(x)=\frac{2Ln(x^2-1)+x}{x-3}$ d) $f(x)=\frac{\sqrt{x^2-2x}}{\sqrt{x+4}}$

4.- Dada la función $f(x)=\sqrt{\frac{2-x}{x+1}}$ y y $g(x)=\frac{2}{x+1}$. Se pide: (2 puntos)

a) Determinar $f^{-1}(x)$, comprobándola por un lado b) (f o g) (x) y su dominio

5.- Resolver: $a)$ $|3-5x|\leq 2$ b) $|2-3x|=|5-2x|$ (1 punto)

6.- Resolver utilizando el método de Gauss, indicando el tipo de sistema del que se trate, e interpretándolo geométricamente: (1.5 puntos)

a) $\begin{cases}-x+2y-z=1\\ 2x+z=-2\\ x+6y-z=-1\end{cases}$

b) Resolver el sistema, dando la interpretación geométrica que corresponda, haz un dibujo

$$\left.\begin{array}{l}x-2y=-1\\ 2x-y=-2\\ -4x+2y=4\end{array}\right\}$$

1.-Resolver las siguientes ecuaciones exponenciales: (2 puntos)

a) $9^{2x-1}+5=8.3^{2x-1}$ b) $4^{3x}=5^{x-1}$ c) $e^{Ln2x}=-\log_{\frac{1}{5}}25$

(a) $9^{2x}.9^{-1}+5=8.3^{2x}.3^{-1} \Rightarrow \frac{3^{4x}}{9}+5-\frac{8}{3}.3^{2x}=0$ $\boxed{t=3^{2x}}$

$\frac{1}{9}t^2-\frac{8}{3}t+5=0 \Rightarrow t^2-24t+45=0$

$t=\frac{24\pm 20}{2}$ $t=22 \Rightarrow 3^{2x}=22 \Rightarrow 2x\,L3=L22 \Rightarrow x=\frac{L22}{2L3}=\frac{L22}{L9}$ //

$t=2 \Rightarrow 3^{2x}=2 \Rightarrow 2x\,L3=L2 \Rightarrow x=\frac{L2}{2L3}=\frac{L2}{L9}$ //

(b) $L4^{3x}=L5^{x-1} \Rightarrow 3x\,L4=(x-1)L5 \Rightarrow 3x\,L4=x\,L5-L5 \Rightarrow$

$3x\,L4-x\,L5=-L5 \Rightarrow x(3L4-L5)=-L5 \Rightarrow x=\frac{-L5}{3L4-L5}$ //

(c) $\log_{1/5}25=x \Rightarrow \left(\frac{1}{5}\right)^x=25 \Rightarrow 5^{-x}=5^2 \Rightarrow -x=2 \Rightarrow x=-2.$

$e^{Ln2x}=-\log_{1/5}25 \Rightarrow e^{L2x}=+2 \Rightarrow Le^{L2x}=L2 \Rightarrow L2x.\overset{1}{\overset{\shortparallel}{Le}}=L2$

$\Rightarrow L2x=L2 \Rightarrow 2x=2 \Rightarrow x=1$ //

2.- Resolver la ecuación logarítmica: $(x^2-4x+7)\log 5+\log 16=4$ (1 punto)

$\log 5^{x^2-4x+7}+\log 16=\log 10^4$

$\log 5^{x^2-4x+7}.16=\log 10^4$

$5^{x^2-4x+7}.16=10^4$

$5^{x^2-4x+7}=\frac{\cancel{2^4}.5^4}{\cancel{2^4}}$

$x^2-4x+7=4 \Rightarrow x^2-4x+3=0$ $x_1=3$ válida; $x_2=1$ válida //

$x=\frac{4\pm\sqrt{16-12}}{2}$

3.-Hallar el **dominio** de definición de las siguientes funciones: (2,5 puntos)

a) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x^4+x^2-2}{2-x}}$ b) $f(x)=\dfrac{2x-1}{\sqrt{x^5+2x^3}}$ c) $f(x)=\dfrac{2Ln(x^2-1)+x}{x-3}$ d) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-2x}}{\sqrt{x+4}}$

(a) $\dfrac{x^4+x^2-2}{2-x}\geq 0 \Rightarrow \boxed{\text{Sig}\ \dfrac{(x-1)(x+1)(x^2+2)}{(2-x)}}$ $+$ -1 $-$ 1 $+$ 2 $-$

$x^4+x^2-2=0 \Rightarrow t=x^2 \Rightarrow t^2+t-2=0 \Rightarrow t=\dfrac{-1\pm\sqrt{1+8}}{2}$ $\begin{cases} t=1 \Rightarrow x^2=1 \begin{cases} x=+1 \\ x=-1 \end{cases} \\ t=-2 \Rightarrow x^2=-2 \ \nexists \end{cases}$

$\text{Dom}\ f(x)=(-\infty,-1]\cup[1,2)$

(b) $x^5+2x^3>0 \Rightarrow x^3(\overset{+}{x^2+2})>0$ $\boxed{\text{Sig}\ x^3(x^2+2)}$ $-$ 0 $+$

$(x^2+2=0 \Rightarrow x^2=-2 \Rightarrow$ no sol$)$

$\text{Dm}\ f(x)=[0,+\infty)$

(c) $f(x)=\dfrac{2\ln(x^2-1)+x}{x-3}$ $\begin{cases} \ln \\ D \end{cases}$

$x^2-1>0 \Rightarrow \boxed{\text{Sig}\ (x-1)(x+1)}$ $+$ -1 $-$ 1 $+$

$D\ln=(-\infty,-1)\cup(1,\infty)$

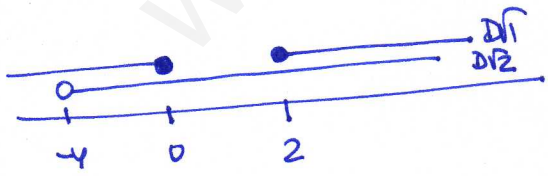
$x-3=0 \Rightarrow x=3$ quitamos

$Df(x)=(-\infty,-1)\cup(1,3)\cup(3,+\infty)$ //

(d) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-2x}}{\sqrt{x+4}}$ $\begin{cases} x(x-2)\geq 0. \\ x+4>0 \end{cases}$

$\boxed{\text{Sig}\ x(x-2)}$ $+$ 0 $-$ 2 $+$ $D\sqrt{1}=(-\infty,0]\cup[2,\infty)$

$D\sqrt{2}=(-4,\infty)$



$\text{Dom}\ f(x)=(-4,0]\cup[2,+\infty)$

4.- Dada la función $f(x) = \sqrt{\frac{2-x}{x+1}}$ y y $g(x) = \frac{2}{x+1}$. Se pide: (2 puntos)

a) Determinar $f^{-1}(x)$, comprobándola por un lado b) (f o g) (x) y su dominio

(a) $y = \sqrt{\frac{2-x}{x+1}} \Rightarrow y^2 = \frac{2-x}{x+1} \Rightarrow y^2(x+1) = 2-x \Rightarrow y^2x + y^2 = 2-x \Rightarrow$

$y^2x + x = 2 - y^2 \Rightarrow x(y^2+1) = 2-y^2 \Rightarrow x = \frac{2-y^2}{y^2+1} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2-x^2}{x^2+1}$ //

Comprobación: $(f^{-1} \circ f)(x) = (f \circ f^{-1})(x) = x.$

$(f^{-1} \circ f)(x) = f^{-1}(f(x)) = f^{-1}\left(\sqrt{\frac{2-x}{x+1}}\right) = \frac{2 - \frac{2-x}{x+1}}{\frac{2-x}{x+1} + 1} = \frac{\frac{2x+2-2+x}{\cancel{x+1}}}{\frac{2-\cancel{x}+\cancel{x}+1}{\cancel{x+1}}} = \frac{\cancel{3}x}{\cancel{3}} = x$ //

(b) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{2}{x+1}\right) = \sqrt{\frac{2 - \frac{2}{x+1}}{\frac{2}{x+1} + 1}} = \sqrt{\frac{\frac{2x+\cancel{2}-\cancel{2}}{\cancel{x+1}}}{\frac{2+x+1}{\cancel{x+1}}}} =$

$(f \circ g)(x) = \sqrt{\frac{2x}{3+x}}$ //

$Dom(f \circ g)(x)$ $\begin{cases} Dg = \mathbb{R} - \{-1\} \\ Dfuel: \frac{2x}{3+x} > 0 \end{cases}$ el -1 ya estaba quitado

$\boxed{\text{Sy } \frac{2x}{3+x}}$ $\begin{array}{ccccc} + & & - & & + \\ & -3 & & 0 & \end{array}$ $\cap$

$(-\infty, -3) \cup [0, \infty)$ //

$D(f \circ g)(x) = (-\infty, -3) \cup [0, +\infty)$ //

5.- Resolver: *a)* $|3 - 5x| \leq 2$ b) $|2 - 3x| = |5 - 2x|$ (1 punto)

(a) $|3-5x| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq 3-5x \leq 2$

$3-5x \leq 2 \Rightarrow 1 \leq 5x \Rightarrow x \geq 1/5$ //

$3-5x \geq -2 \Rightarrow 5 \geq 5x \Rightarrow x \leq 1$

Sol.: $x \in \left[\frac{1}{5}, 1\right]$ //

(b) $|2-3x| = |5-2x|$

$\begin{cases} \begin{matrix} + & + \\ - & - \end{matrix}: \; 2-3x = 5-2x \Rightarrow x = -3 \; // \\ \begin{matrix} + & - \\ - & + \end{matrix}: \; 2-3x = -5+2x \Rightarrow 5x = 7 \Rightarrow x = 7/5 \; // \end{cases}$

6.- Resolver utilizando el método de Gauss, indicando el tipo de sistema del que se trate, e interpretándolo geométricamente: (1.5 puntos)

a) $\begin{cases} -x+2y-z=1 \\ 2x+z=-2 \\ x+6y-z=-1 \end{cases}$

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & 6 & -1 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow[F3+F1]{F2+2F1} \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & 8 & -2 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F3-2F2} \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

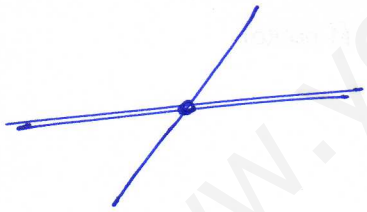
Sistema Compatible Indeterminado, tiene infinitas soluciones, observando los coeficientes que no son proporcionales, son tres planos que se cortan en una recta.

Sol.:

$$\left.\begin{array}{l} -x+2y-z=1 \\ 4y-z=0 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} x=2\cdot\frac{\lambda}{4}-\lambda-1=-1-\frac{\lambda}{2} \\ y=\lambda/4 \\ z=\lambda \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} x=-1-\lambda/2 \\ y=\lambda/4 \\ z=\lambda \end{array}\right\} \forall \lambda \in \mathbb{R}$$

(1) $\frac{2}{-4}=\frac{-1}{2}=\frac{-2}{4} \Rightarrow$ son las dos últimas rectas coincidentes.

Luego las tres rectas se cortan en el punto $(-1,0)$, siendo dos de ella coincidentes



b) Resolver el sistema, dando la interpretación geométrica que corresponda, haz un dibujo

$$\left.\begin{array}{l} x-2y=-1 \\ 2x-y=-2 \\ -4x+2y=4 \end{array}\right\}$$

Son tres rectas.

$\left.\begin{array}{l} x-2y=-1 \\ 2x-y=-2 \end{array}\right\}$ Resolvemos dos de ellas

$$\begin{array}{r} -2x+4y=2 \\ 2x-y=-2 \\ \hline 3y=0 \end{array} \Rightarrow y=0 \Rightarrow x=-1$$

Punto de corte de las dos primeras rectas es $(-1,0)$

Sustituimos en la otra: $+4+2\cdot 0=4 \Rightarrow 4=4$ el punto pertenece también a la otra recta.

Al ver los coeficientes observamos que las dos últimas son proporcionales.

(1)