Problema 1 Sean $A(-5,-2)$, $B(4,-1)$ y $C(3,7)$ tres vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide:

a) Calcular el cuarto vértice D.

b) La longitud de sus lados.

c) Los ángulos que forman.

d) Decidir de que figura geométrica se trata.

e) Su centro.

f) La altura sobre el lado $\overline{AB}$.

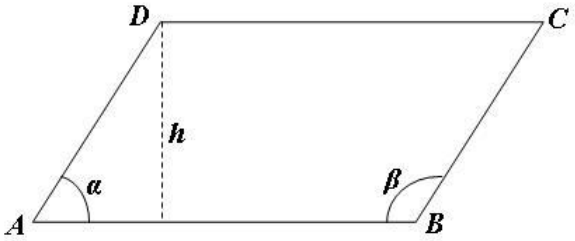
g) Su área.

h) El punto simétrico de A respecto de C

i) Un vector perpendicular a $\overrightarrow{AC}$ con módulo 7.

j) Dividir el segmento $\overline{AC}$ en tres segmentos iguales.

Solución:



a) $D = A + \overrightarrow{BC} = (-5,-2) + (-1,8) = (-6,6)$.

b) $|\overrightarrow{AB}| = |(9,1)| = \sqrt{82}$ y $|\overrightarrow{AD}| = |(-1,8)| = \sqrt{65}$

c) $\cos\alpha = \dfrac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}}{|\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{AD}|} = \dfrac{-1}{\sqrt{82}\cdot\sqrt{65}} \Longrightarrow \alpha = 90^{\circ}47'5''$ y $\beta = 89^{\circ}12'55''$

d) Se trata de un paralelogramo, pero no es una figura concreta.

e) $M\left(-1, \frac{5}{2}\right)$

f)

$$\sin\alpha = \frac{h}{|\overrightarrow{AD}|} \Longrightarrow h = |\overrightarrow{AD}| \cdot \sin\alpha = 8,06\ u$$

g) $S = |\overrightarrow{AB}| \cdot h = 73\ u^2$

h) $C = \dfrac{A + A'}{2} \Longrightarrow A' = 2C - A = (11, 16)$

i) $\overrightarrow{AC} = (8, 9) \perp \overrightarrow{u} = (9, -8)$ y $\overrightarrow{w} = \left(\dfrac{72}{\sqrt{145}}, -\dfrac{56}{\sqrt{145}}\right)$ es un vector perpendicular al $\overrightarrow{AC}$, pero con módulo 7.

j)

$$\overrightarrow{u} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} = \left(\frac{8}{3}, 3\right)$$

$$A_1 = A + \overrightarrow{u} = (-5, -2) + \left(\frac{8}{3}, 3\right) = \left(-\frac{7}{3}, 1\right)$$

$$A_2 = A_1 + \overrightarrow{u} = \left(-\frac{7}{3}, 1\right) + \left(\frac{8}{3}, 3\right) = \left(\frac{1}{3}, 4\right)$$

$$C = A_3 = A_2 + \overrightarrow{u} = \left(\frac{1}{3}, 4\right) + \left(\frac{8}{3}, 3\right) = (3, 7)$$