

1. Dado el triángulo de vértices A(1,1), B(5,4) y C(-5,9), se pide:
- Dibujarlo.
  - Demostrar que los vectores  $\vec{AB}$  y  $\vec{AC}$  son  $\perp$
  - Hallar  $|\vec{AB}|$  y  $|\vec{AC}|$
  - Calcular su área. (2 puntos)
2. a) Hallar, en todas las formas conocidas, la ecuación de la recta **s** que tiene la misma pendiente que **r**:  $y=3x-1$  y pasa por P(-1,2)
- b) Hallar la distancia entre las dos rectas **r** y **s** anteriores.
- c) Hallar el ángulo que forma **r** con la recta **t**:  $x-2y+4=0$  (2 puntos)
3. Dadas las rectas  $r: x+2y-3=0$  } se pide:  
 $s: x-ky+4=0$  }
- Hallar **k** para que sean //
  - Hallar **k** para que sean  $\perp$
  - Hallar la ecuación general de la recta  $\perp$  a **r** que pasa por el origen. (2 puntos)
4. a) Operar  $\frac{(3-2i)(3+i)-(2i-3)^2}{i^{23}-i^{-13}}$  en forma binómica.
- b) Calcular  $\frac{(-2\sqrt{3}-2i)^5}{(-4+4\sqrt{3}i)^3 2i}$  en forma polar, y pasar el resultado a binómica. (2 puntos)
5. a) Calcular  $\sqrt[4]{\frac{8\sqrt{3}+8i}{-\sqrt{3}+i}}$ , dando el resultado en binómica.
- b) Dibujar los afijos de las raíces anteriores. (2 puntos)

1) a)  $C(-5,9)$ ,  $B(5,4)$ ,  $A(1,1)$ .  $0.25$

b)  $\vec{AB} = B - A = (5,4) - (1,1) = (4,3)$   
 $\vec{AC} = C - A = (-5,9) - (1,1) = (-6,8)$   
 $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = (4,3) \cdot (-6,8) = -24 + 24 = 0 \Rightarrow \vec{AB} \perp \vec{AC}$   $0.75$

c)  $|\vec{AB}| = \sqrt{16+9} = 5$   $0.25$   
 $|\vec{AC}| = \sqrt{36+64} = 10$

d)  $A = \frac{1}{2} \text{ base} \times \text{altura} = \frac{1}{2} |\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}| = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10 = 25 \text{ u}^2$   $0.75$

2) a)  $m = 3 \Rightarrow \vec{u}_r = (1,3)$ ; para pasar por  $P(-1,2)$

$\left. \begin{matrix} x = -1 + \lambda \\ y = 2 + 3\lambda \end{matrix} \right\}$  paramétricas  $\Rightarrow \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3}$  CONTINUA  $\Rightarrow 3x+3 = y-2$   
 $3x - y + 5 = 0$  CANON. O IMPLÍCITA  $\Rightarrow y = 3x + 5$  EXPLÍCITA ;  $y - 2 = 3(x + 1)$  PRO-PORF.  $0.1$  cada uno

b)  $r: 3x - y - 1 = 0$ ;  $d(r, s) = d(P, r) = \frac{|-3 - 2 - 1|}{\sqrt{9+1}} = \frac{6}{\sqrt{10}} = \frac{6\sqrt{10}}{10} = \frac{3\sqrt{10}}{5}$   $0.75$

c)  $\vec{u}_r = (1,3)$   
 $\vec{u}_s = (2,1)$   
 $\cos \alpha = \frac{|\vec{u}_r \cdot \vec{u}_s|}{\|\vec{u}_r\| \cdot \|\vec{u}_s\|} = \frac{|2+3|}{\sqrt{1+9} \cdot \sqrt{4+1}} = \frac{5}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{50}} = \frac{5\sqrt{50}}{50} = \frac{\sqrt{50}}{10} = \frac{5\sqrt{2}}{10} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} = 45^\circ$   $0.75$

3)  $r: x + 2y - 3 = 0$   
 $s: x - ky + 4 = 0$

a)  $\frac{1}{1} = \frac{2}{-k}$ ;  $-k = 2$ ;  $k = -2$   $0.5$

b)  $r \perp s \Rightarrow \vec{u}_r \cdot \vec{u}_s = 0 \Rightarrow (-2, 1) \cdot (k, 1) = -2k + 1 = 0 \Rightarrow k = 1/2$   $0.5$

c)  $\vec{u}_r = (-2, 1) \Rightarrow \vec{u}_s = (1, 2) \Rightarrow \frac{x}{1} = \frac{y}{2} \Rightarrow 2x - y = 0$   $1$

4) a)  $\frac{(3-2i)(3+i) - (2i-3)^2}{i^{23} - i^{-13}} = \frac{9+3i-6i-2i^2 - (4i^2-12i+9)}{i^{10} - i^{-13}} = \frac{9-3i+2 - (-4-12i+9)}{i^3 - \frac{1}{i}} = \frac{11-3i-5+12i}{-i - \frac{i}{-1}} = \frac{6+9i}{0} = \text{no existe}$   $0.5$

b)  $\frac{(-2\sqrt{3} - 2i)^5}{(-4 + 4\sqrt{3}i)^3 \cdot 2i} = \frac{(4 \cdot 2^{10})^{5/2}}{(8 \cdot 2^{120})^3 \cdot 2 \cdot 2^{90}} = \frac{(4^5)_{405^\circ}}{(8^3)_{360^\circ} \cdot 2_{90^\circ}} = \frac{(2^{10})_{1050^\circ}}{(2^9)_{360^\circ} \cdot (2^{10})_{450^\circ}} = 1_{600^\circ} = 1_{240^\circ} = \cos 240^\circ + i \sin 240^\circ = \cos(180+60) = -\cos 60^\circ$   
 $\sin(180+60) = -\sin 60^\circ$   
 $= -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$   $0.5$

$r = \sqrt{16+48} = 8$   
 $\alpha = \arctan \frac{4\sqrt{3}}{-4} = \arctan(-\sqrt{3}) = 120^\circ$

5) a)  $\sqrt[4]{\frac{8\sqrt{3}+8i}{-\sqrt{3}+i}} = \sqrt[4]{\frac{16_{30^\circ}}{2_{150^\circ}}} = \sqrt[4]{8_{-120^\circ}} = \sqrt[4]{8_{240^\circ}} = R_\beta$  siendo  $\begin{cases} R = \sqrt[4]{8} \\ \beta = \frac{240^\circ + k \cdot 360^\circ}{4} = 60^\circ + k \cdot 90^\circ \end{cases}$  donde  $k = 0, 1, 2, 3$   $0.25$

$k=0 \rightarrow z_1 = (\sqrt[4]{8})_{60^\circ} = \sqrt[4]{8} (\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ) = \sqrt[4]{8} \left( \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right) = \frac{\sqrt[4]{8}}{2} + \frac{\sqrt[4]{8} \cdot \sqrt{3}}{2}i = \frac{\sqrt[4]{8}}{2} + \frac{\sqrt[4]{72}}{2}i$   $0.25$

$k=1 \rightarrow z_2 = (\sqrt[4]{8})_{150^\circ} = \sqrt[4]{8} (\cos 150^\circ + i \sin 150^\circ) = \sqrt[4]{8} \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right) = -\frac{\sqrt[4]{72}}{2} + \frac{\sqrt[4]{8}}{2}i$   $0.25$

$k=2 \rightarrow z_3 = (\sqrt[4]{8})_{240^\circ} = \sqrt[4]{8} (\cos 240^\circ + i \sin 240^\circ) = \sqrt[4]{8} \left( -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right) = -\frac{\sqrt[4]{8}}{2} - \frac{\sqrt[4]{72}}{2}i$   $0.25$

$k=3 \rightarrow z_4 = (\sqrt[4]{8})_{330^\circ} = \sqrt[4]{8} (\cos 330^\circ + i \sin 330^\circ) = \sqrt[4]{8} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i \right) = \frac{\sqrt[4]{72}}{2} - \frac{\sqrt[4]{8}}{2}i$   $0.25$

b)