**1.** Dado el vector $\vec{u} = (2,a)$, hallar **a** para que: **a)** $\vec{u}$ sea $\perp$ al vector $\vec{v} = (-1,2)$

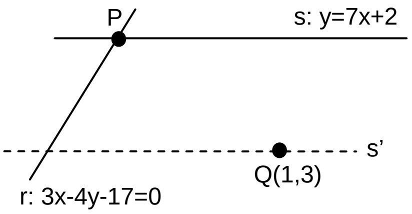
**b)** $\vec{u}$ sea // al vector $\vec{v} = (-1,2)$

**c)** Ambos vectores tengan el mismo módulo.

**d)** $\vec{u}$ forme 60º con el eje x

(En todos los apartados, interpretar gráficamente cada solución obtenida) *(2,25 puntos)*

**2.** Dadas las rectas de la figura (el dibujo es aproximado), se pide, <u>por este orden</u>:




**a)** Razonar que r y s son secantes.

**b)** Hallar su intersección P

**c)** Hallar la ecuación general de la recta s' paralela a s que pasa por Q(1,3)

**d)** Hallar el ángulo que forman r y s

**e)** Hallar la distancia entre s y s' *(2,5 puntos)*

**3.** Dados los puntos A(5,-2) y B(-1,4), se pide:

**a)** Hallar la ecuación de la recta que determinan, en todas las formas conocidas.

**b)** Comprobar analíticamente que la recta anterior es correcta.

**c)** ¿Qué ángulo forma dicha recta con $OX^+$?

**d)** Hallar la ecuación general de la mediatriz del segmento $\overline{AB}$

**e)** Explicar gráficamente todo lo anterior. *(2,5 puntos)*

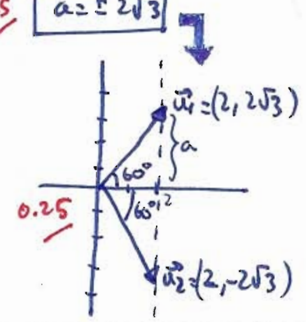
**4.** **a)** Operar en binómica: $\dfrac{(3-2i)(3+i)-(2i-3)^2}{i^{28}-2i^{-5}}$

**b)** Operar en polar y <u>pasar el resultado a binómica</u>: $\dfrac{(-2\sqrt{3}-2i)^5}{(-4+4\sqrt{3}\,i)^3\;2i}$ *(2,5 puntos)*

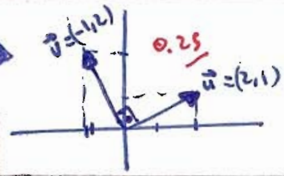
① $\vec{u}=(2,a)$, $\vec{v}=(-1,2)$

a) que forme $\vec{u}$ 60° con el eje X es equivalente a decir que forme 60° con $\vec{i}=(1,0)$:

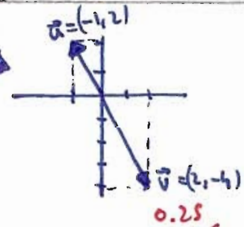
$\cos 60° = \dfrac{\vec{u}\cdot\vec{i}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{i}|} \Rightarrow \dfrac{1}{2}=\dfrac{(2,a)(1,0)}{\sqrt{4+a^2}\cdot 1}$; $\dfrac{1}{2}=\dfrac{2}{\sqrt{4+a^2}}$; $\sqrt{4+a^2}=4$; $4+a^2=16$; $a^2=12$ 0.25 0.25 $\boxed{a=\pm 2\sqrt{3}}$




b) $\vec{u}\perp\vec{v} \Rightarrow \vec{u}\cdot\vec{v}=0 \Rightarrow (2,a)(-1,2)=-2+2a=0$; $\boxed{a=1}$ 0.25

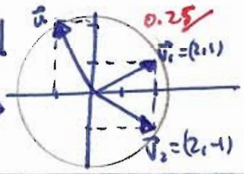



c) $\vec{u}\parallel\vec{v} \Rightarrow$ sus componentes son proporcionales: $\dfrac{2}{-1}=\dfrac{a}{2}$; $4=-a$; $\boxed{a=-4}$ 0.25



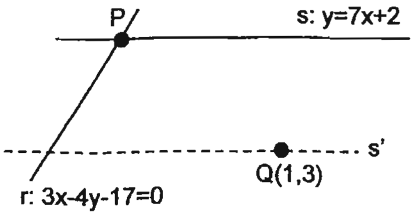

d) $|\vec{u}|=|\vec{v}| \Rightarrow \sqrt{4+a^2}=\sqrt{1+4}$; $\sqrt{4+a^2}=\sqrt{5} \Rightarrow$

$\Rightarrow 4+a^2=5$; $a^2=1$; $\boxed{a=\pm 1}$ 0.25




TOTAL: $\boxed{2{,}25}$

② 




a) $r: 3x-4y-17=0$, $s: 7x-y+2=0$ ¿$\dfrac{A}{A'}\neq\dfrac{B}{B'}$? $\dfrac{3}{7}\neq\dfrac{-4}{-1} \Rightarrow$ $\boxed{r \text{ y } s \text{ secantes}}$ 0,5

b) $3x-4y=17$; (*) $7x-y=-2$ $\xrightarrow{\cdot(-4)}$ $3x-4y=17$; $-28x+4y=8$

$-25x=25$; $x=-1 \xrightarrow{(*)} -7-y=-2$; $y=-5 \to \boxed{P(-1,-5)}$ 0.5

c) $s': y=7x+K$, $Q(1,3)\in s'$ $\Rightarrow 3=7+K$; $K=-4 \Rightarrow s': y=7x-4$; $s'$: $\boxed{7x-y-4=0}$ 0.5

d) $\vec{u_r}=(4,3)$, $\vec{v_s}=(1,7)$ $\cos\alpha=\dfrac{\vec{u_r}\cdot\vec{v_s}}{\|\vec{u_r}\|\cdot\|\vec{v_s}\|}=\dfrac{(4,3)\cdot(1,7)}{\sqrt{25}\cdot\sqrt{50}}=\dfrac{4+21}{5\cdot 5\sqrt{2}}=\dfrac{25}{25\sqrt{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha=\arccos\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\boxed{45°}$ 0.5

e) $d(s,s')=d(Q,s)=\dfrac{|7-3+2|}{\sqrt{49+1}}=\dfrac{6}{\sqrt{50}}=\dfrac{6}{5\sqrt{2}}=\dfrac{6\sqrt{2}}{5\cdot 2}=\boxed{\dfrac{3\sqrt{2}}{5}\,u}$ 0.5

TOTAL: $\boxed{2{,}5}$

③ a) $A(5,-2)$, $B(-1,4)$ $\vec{u_r}=\vec{AB}=B-A=(-6,6)\to\vec{u_r}=(-1,1)\to m=\dfrac{1}{-1}=-1$

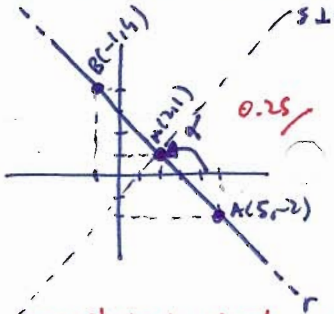
$\boxed{\begin{cases}x=-1-\lambda\\ y=4+\lambda\end{cases}}$ PARAMÉTRICAS $\Rightarrow$ $\boxed{\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-4}{1}}$ CONTINUA $\Rightarrow$ $x+1=-y+4$; $\boxed{x+y-3=0}$ GRAL. o IMPLÍCITA; PTO-PDTE. $\boxed{y-4=-1(x+1)}$ 1 (0.2 cada forma) $\Rightarrow$ $\boxed{y=-x+3}$ EXPLÍCITA

b) $m=\operatorname{tg}\alpha=-1 \Rightarrow \alpha=\operatorname{arc\,tg}(-1)=\boxed{135°}$ 0.25

TOTAL: $\boxed{2{,}5}$

c) $M=\dfrac{A+B}{2}=\dfrac{(5,-2)+(-1,4)}{2}=\dfrac{(4,2)}{2}=(2,1)$; $\vec{u_r}=(-1,1)\xrightarrow{\perp}\vec{v_s}=(1,1)$ $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}$; $x-2=y-1$ $\boxed{x-y-1=0}$ MEDIATRIZ 1

d) 




ORTOGRAFÍA, SINTAXIS, CALIGRAFÍA — 0.05
ORDEN, LIMPIEZA — 0.10
LENGUAJE MATEMÁTICO — 0.10

④ a) $\dfrac{(3-2i)(3+i)-(2i-3)^2}{i^{28}-2\cdot i^{-5}}=\dfrac{9+3i-6i-2i^2-(4i^2-12i+9)}{1-2\cdot(-i)}=\dfrac{11-3i-(5-12i)}{1+2i}=\dfrac{6+9i}{1+2i}=\dfrac{(6+9i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}=\dfrac{6-12i+9i-18i^2}{1-4i^2}$ 0.25 0.25 0.25

$28 \,|\underline{4}$, $0\;\;7$ $\Rightarrow i^{28}=i^0=1$

$i^{-5}=\dfrac{1}{i^5}=\dfrac{1}{i}=\dfrac{-i}{i(-i)}=-i$

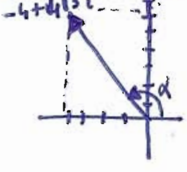
$=\dfrac{24-3i}{5}=\boxed{\dfrac{24}{5}-\dfrac{3}{5}i}$ 0.25 0.25

b) $\dfrac{(-2\sqrt{3}-2i)^5}{(-4+4\sqrt{3}i)^3\cdot 2i}=\dfrac{(4_{210°})^5}{(8_{120°})^3\cdot 2_{90°}}=\dfrac{(4^5)_{1050°}}{(8^3)_{360°}\cdot 2_{90°}}=\dfrac{(2^{10})_{330°}}{(2^9)_{0°}\cdot 2_{90°}}=\boxed{1_{240°}}=\cos 240+i\,\text{sen}\,240=\boxed{-\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i}$ 0.25 0.25 0.25 0.25

$\cos(180+60)=-\cos 60°=-\dfrac{1}{2}$ $\quad$ $\text{sen}(180+60)=-\text{sen}\,60°=-\sqrt{3}/2$


$r=\sqrt{(-2\sqrt{3})^2+(-2)^2}=\sqrt{12+4}=4$

$\alpha=\operatorname{arctg}\dfrac{-2}{-2\sqrt{3}}=\operatorname{arctg}\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{3}}{3}=210°$




$r=\sqrt{(-4)^2+(4\sqrt{3})^2}=\sqrt{16+48}=8$

$\alpha=\operatorname{arctg}\dfrac{4\sqrt{3}}{-4}=\operatorname{arctg}(-\sqrt{3})=-\operatorname{arctg}\sqrt{3}=-60°\sim 120°$

TOTAL: $\boxed{2{,}5}$