Semejanza

Figuras semejantes

Dos figuras son semejantes si mantienen la <u>misma forma</u> aunque se <u>modifique su tamaño</u>. Es decir, si los <u>ángulos</u> correspondientes son <u>iguales</u> y los <u>lados</u> correspondientes son <u>proporcionales</u>.

Razones

Razón de semejanza: $k = \dfrac{Lado_A}{Lado_B}$ Razón de los perímetros: $\dfrac{P_A}{P_B} = k$

Razón de las áreas: $\dfrac{A_A}{A_B} = k^2$ Razón de los volúmenes: $\dfrac{V_A}{V_B} = k^3$

Escala

Definición

Escala expresa la <u>relación entre el tamaño del dibujo y el tamaño real.</u>

Definición: $Escala = \dfrac{Distancia\ \ representada}{Distancia\ \ real}$

La *longitud real* y la *longitud en el dibujo* deben estar expresadas en las mismas unidades.

Tipos de escala

a) Numérica: 1:X quiere decir que cada centímetro del mapa, plano o maqueta se corresponde con X centímetros de la realidad.

b) Gráfica: es la que representa las distancias reales sobre un segmento graduado.

Método de resolución

Distancia representada (cm)		*Distancia real (cm)*
1	---------	Escala
Medida en el dibujo	---------	Medida real

Teorema de Thales

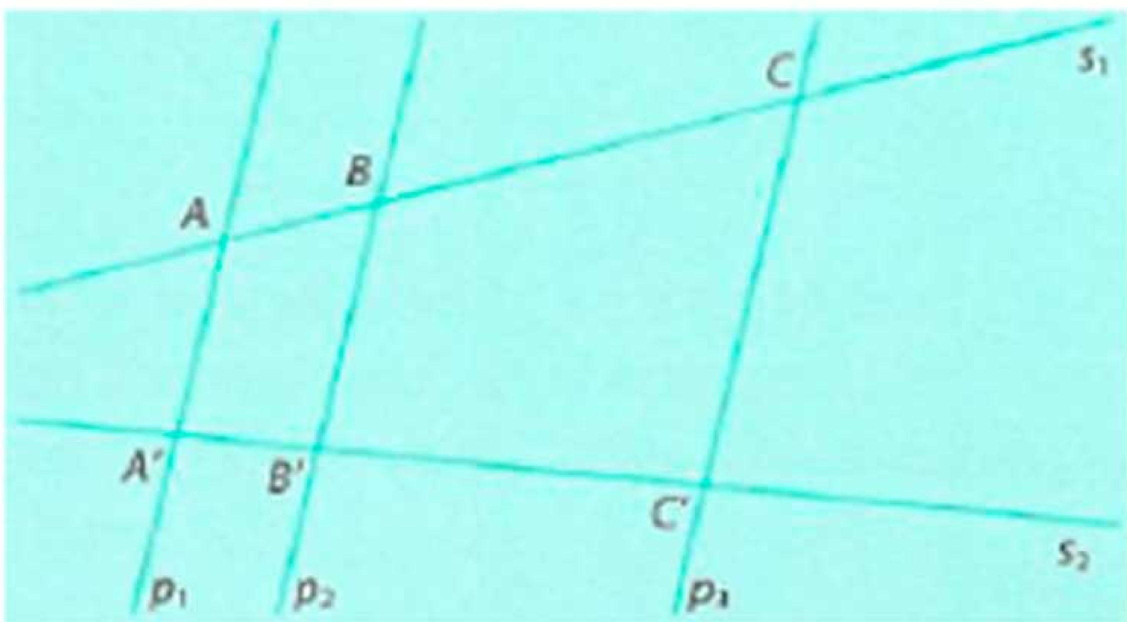
Definición

Teorema de Thales dice que los segmentos formados por rectas paralelas, p_1, p_2 y p_3, sobre dos rectas secantes, s_1 y s_2, son proporcionales.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$$

<u>Otras formas de escribirlo:</u>

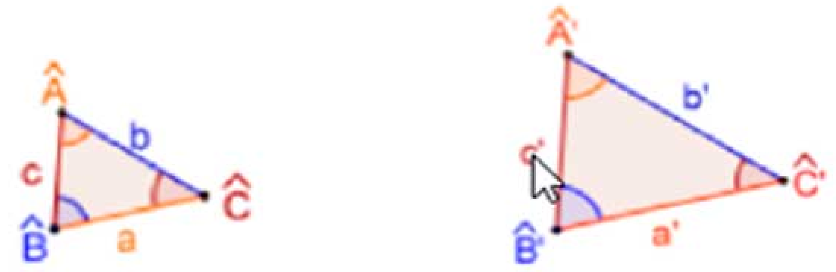
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}} \ , \ \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A'C'}}$$



Semejanza de triángulos

Criterios de semejanza

Por tanto, **dos triángulos son semejantes** si cumplen alguno de los siguientes <u>criterios de semejanza:</u>



1) Si todos sus **lados son proporcionales**. $\dfrac{a'}{a} = \dfrac{b'}{b} = \dfrac{c'}{c}$

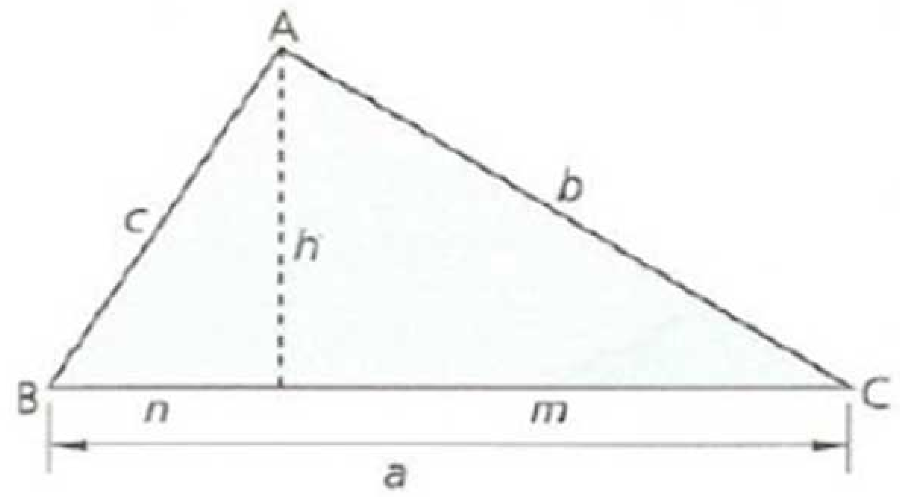
2) Cuando tienen **dos ángulos iguales**. $\hat{A} = \hat{A}'$, $\hat{B} = \hat{B}'$

3) Si tienen **dos lados proporcionales** y el **ángulo que forman es igual**. $\dfrac{b'}{b} = \dfrac{c'}{c}$, $\hat{A} = \hat{A}'$

Teoremas de la altura y del cateto

Teorema de la altura

En un triángulo rectángulo, en el que se toma la hipotenusa como base, el cuadrado de la altura es igual al producto de las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa: $h^2 = m \cdot n$

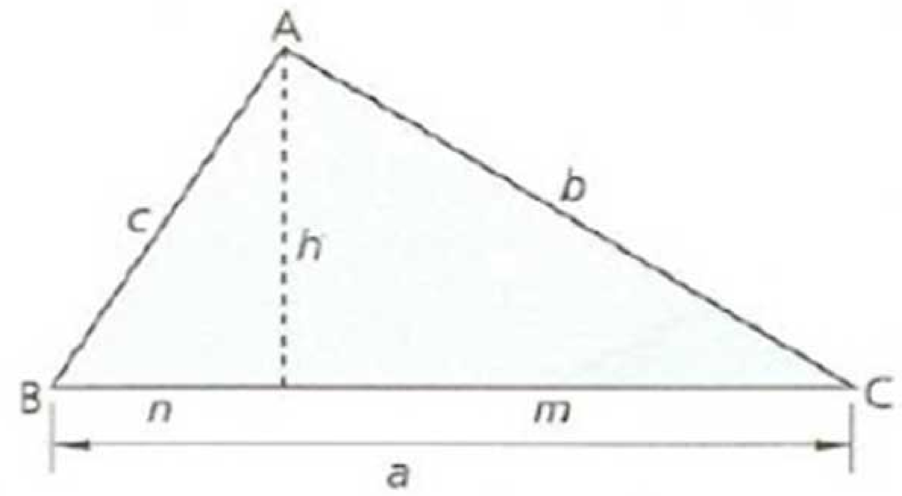


$$\frac{proyección\ \ de\ un\ cateto}{altura} = \frac{altura}{proyección\ \ del\ otro\ cateto}$$

$$\frac{m}{h} = \frac{h}{n} \Leftrightarrow h^2 = m \cdot n$$

Teorema del cateto

En un triángulo rectángulo, en el que se toma la hipotenusa como base, el cuadrado de cada cateto es igual al producto de su proyección y la hipotenusa: $b^2 = m \cdot a$, $c^2 = n \cdot a$



$$\frac{hipotenusa}{cateto} = \frac{cateto}{proyección\ \ del\ cateto}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{c}{n} \Leftrightarrow c^2 = n \cdot a \qquad \frac{a}{b} = \frac{b}{m} \Leftrightarrow b^2 = m \cdot a$$