

Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Enero 2016

Problema 1 Dados los números complejos $z_1 = 3 - 7i$ y $z_2 = -1 + 2i$. Se pide calcular:

- a) $z_1 + z_2$ y $z_1 - z_2$
- b) $z_1 \cdot z_2$
- c) $\frac{z_1}{z_2}$

Solución:

- a) $z_1 + z_2 = 2 - 5i$ y $z_1 - z_2 = 4 - 9i$
- b) $z_1 \cdot z_2 = 11 + 13i$
- c) $\frac{z_1}{z_2} = -\frac{17}{5} + \frac{1}{5}i$

Problema 2 Resolver la siguiente ecuación de segundo grado:

$$z^2 + 2z + 7 = 0$$

Solución:

$$z^2 + 2z + 7 = 0 \implies z = \begin{cases} -1 + \sqrt{6}i \\ -1 - \sqrt{6}i \end{cases}$$

Problema 3 Si $z = 2 - 7i$ calcular z^{10} .

Solución:

$$z = 2 - 7i = \sqrt{53}_{285^\circ 56' 44''} = \sqrt{53}(\cos 285^\circ 56' 44'' + i \sin 285^\circ 56' 44'')$$

$$\begin{aligned} z^{10} &= (2 - 7i)^{10} = 53_{10-285^\circ 56' 44''}^5 = 53_{285^\circ 027' 20''}^5 = 53_{339^\circ 027' 20''}^5 = \\ &53^5(\cos 339^\circ 027' 20'' + i \sin 339^\circ 027' 20'') \end{aligned}$$

Problema 4 Resolver la ecuación $z^3 - 2i = 7$.

Solución:

$$z^3 = 7 + 2i \implies z = \sqrt[3]{7 + 2i}$$

$$7 + 2i = \sqrt{53}_{150^\circ 56' 44''} = \sqrt{53}(\cos 150^\circ 56' 44'' + i \sin 150^\circ 56' 44'')$$

$$z = \sqrt[3]{7 + 2i} = \begin{cases} \sqrt[6]{53}_{50^\circ 18' 55''} = \sqrt[6]{53}(\cos 50^\circ 18' 55'' + i \sin 50^\circ 18' 55'') \\ \sqrt[6]{53}_{1250^\circ 18' 55''} = \sqrt[6]{53}(\cos 1250^\circ 18' 55'' + i \sin 1250^\circ 18' 55'') \\ \sqrt[6]{53}_{2450^\circ 18' 55''} = \sqrt[6]{53}(\cos 2450^\circ 18' 55'' + i \sin 2450^\circ 18' 55'') \end{cases}$$

Problema 5 Calcular las raíces de $\sqrt[3]{-2 + 3i}$

Solución:

$$z = -2 + 3i = \sqrt{13} \text{ } 123^\circ 41' 24'' = \sqrt{13}(\cos 123^\circ 41' 24'' + i \sin 123^\circ 41' 24'')$$

$$\sqrt[3]{z} = \begin{cases} \sqrt[6]{13} \text{ } 41^\circ 13' 48'' = \sqrt[6]{13}(\cos 41^\circ 13' 48'' + i \sin 41^\circ 13' 48'') \\ \sqrt[6]{13} \text{ } 161^\circ 13' 48'' = \sqrt[6]{13}(\cos 161^\circ 13' 48'' + i \sin 161^\circ 13' 48'') \\ \sqrt[6]{13} \text{ } 281^\circ 13' 48'' = \sqrt[6]{13}(\cos 281^\circ 13' 48'' + i \sin 281^\circ 13' 48'') \end{cases}$$