

**Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato**  
**Diciembre 2013**

---

---

**Problema 1** Encontrar todas las razones trigonométricas de  $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ , sabiendo que  $\tan \alpha = -5$

**Solución:**

$$\tan \alpha = -5 \implies \cot \alpha = -\frac{1}{5}$$

$$\tan^2 \alpha + 1 = \sec^2 \alpha \implies \sec \alpha = -\sqrt{26} \implies \cos \alpha = -\frac{\sqrt{26}}{26}$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \csc^2 \alpha \implies \csc \alpha = \frac{\sqrt{26}}{5} \implies \sin \alpha = \frac{5\sqrt{26}}{26}$$

**Problema 2** Resolver la siguiente ecuación trigonométrica

$$15 \cos^2 x - \sin x - 13 = 0$$

**Solución:**

$$15 \cos^2 x - \sin x - 13 = 0 \implies 15 - 15 \sin^2 x - \sin x - 13 = 0 \implies$$

$$(t = \sin x) \implies 15t^2 + t - 2 = 0 \implies t = \frac{1}{3}, t = -\frac{2}{5}$$

$$\sin x = \begin{cases} \frac{1}{3} \implies \begin{cases} x = 19^\circ 28' 16'' + 2k\pi \\ x = 160^\circ 31' 44'' + 2k\pi \end{cases} & k \in \mathbb{Z} \\ -\frac{2}{5} \implies \begin{cases} x = 336^\circ 25' 19'' + 2k\pi \\ x = 203^\circ 34' 41'' + 2k\pi \end{cases} & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

**Problema 3** Demostrar que:

$$\frac{\cos(2\alpha) + \sin^2 \alpha - 1}{\sin(2\alpha)} = -\frac{\tan \alpha}{2}$$

**Solución:**

$$\frac{\cos(2\alpha) + \sin^2 \alpha - 1}{\sin(2\alpha)} = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha - 1}{2 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha - 1}{2 \sin \alpha \cos \alpha} =$$

$$\frac{-\sin^2 \alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha} = -\frac{\tan \alpha}{2}$$

**Problema 4** Enunciar y demostrar el teorema del coseno.

**Solución:**(Ver Teoría)