

**Problema 1** Encontrar todas las ecuaciones de la recta cuya ecuación general es  $5x - y + 3 = 0$ . Y calcular el ángulo que forma esta recta con el eje de abscisas.

**Solución:**

$$r : \begin{cases} \vec{u}_r = (1, 5) \\ A(-1, -2) \end{cases}$$

- Vectorial:  $(x, y) = (-1, -2) + \lambda(1, 5)$
- Paramétrica:  $\begin{cases} x = -1 + \lambda \\ y = -2 + 5\lambda \end{cases}$
- Continua:  $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{5}$
- General:  $5x - y + 3 = 0$
- Explícita:  $y = 5x + 3$
- Punto pendiente:  $y + 2 = 5(x + 1)$
- Ángulo con el eje de abscisas:  $m = \tan \alpha = 5 \implies \alpha = 78^\circ 41' 24''$

**Problema 2** Si los puntos  $A(1, 0)$ ,  $B(3, -1)$  y  $C(2, 2)$  tres vértices consecutivos de un triángulo, se pide calcular su circuncentro.

**Solución:**

Calculamos dos de sus mediatrices:

- Mediatriz entre  $A$  y  $B$ :

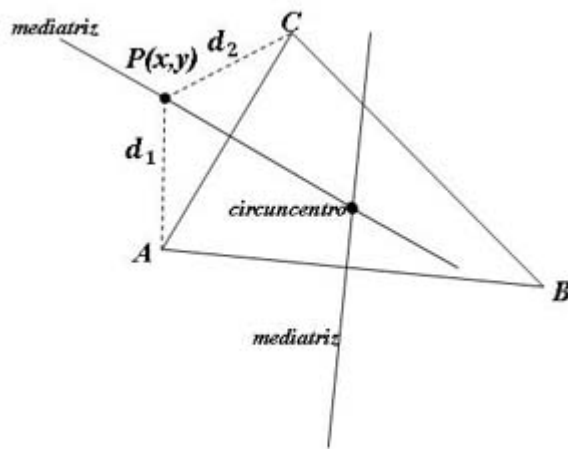
$$\sqrt{(x-1)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{(x-3)^2 + (y+1)^2} \implies 4x - 2y - 9 = 0$$

- Mediatriz entre  $A$  y  $C$ :

$$\sqrt{(x+1)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{(x-2)^2 + (y-2)^2} \implies 2x + 4y - 7 = 0$$

- Circuncentro:

$$\begin{cases} 6x - 2y - 9 = 0 \\ 2x + 4y - 7 = 0 \end{cases} \implies \left( \frac{5}{2}, \frac{1}{2} \right)$$

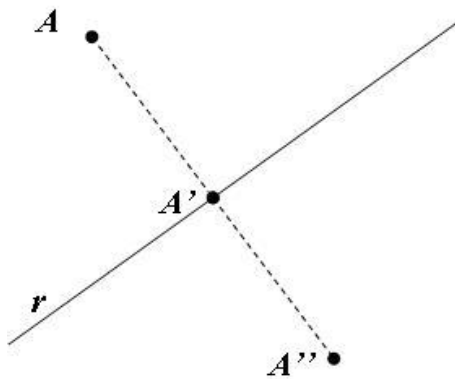


**Problema 3** Sea el punto  $A(1, -2)$  y la recta  $r : 3x - y + 2 = 0$ . Se pide calcular:

1. Una recta paralela a  $r$  que pase por el punto  $A$ .
2. Una recta perpendicular a  $r$  que pase por el punto  $A$ .
3. El punto  $A''$  simétrico de  $A$  respecto de la recta  $r$ .
4. Las rectas bisectrices de  $r$  con  $s : x - 3y + 5 = 0$ .

**Solución:**

1.  $3x - y + \lambda = 0$  y como pasa por el punto  $A \Rightarrow 3 + 2 + \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = -5$ .  
La recta buscada es  $3x - y - 5 = 0$
2.  $x + 3y + \lambda = 0$  y como pasa por el punto  $A \Rightarrow 1 - 6 + \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = 5$ .  
La recta buscada es  $x + 3y + 5 = 0$
3. Calculamos  $A''$  simétrico de  $A$  respecto de la recta  $r$ :



- Calculamos una recta  $s$  perpendicular a  $r$  y que pase por  $A$ , calculada en el apartado anterior.
- Calculamos el punto de corte entre  $r$  y  $s$ :

$$\begin{cases} r : 3x - y + 2 = 0 \\ s : x + 3y + 5 = 0 \end{cases} \implies A' \left( -\frac{11}{10}, -\frac{13}{10} \right)$$

- El punto  $A'$  calculado es el punto medio entre el punto  $A$  y el punto  $A''$  que tenemos que calcular:

$$\frac{A + A''}{2} = A' \implies A'' = 2A' - A = \left( -\frac{11}{5}, -\frac{13}{5} \right) - (1, -2) = \left( -\frac{16}{5}, -\frac{3}{5} \right)$$

4.

$$d(P, r) = d(P, s) \implies \frac{|3x - y + 2|}{\sqrt{10}} = \frac{|x - 3y + 5|}{\sqrt{10}} \implies |3x - y + 2| = |x - 3y + 5|$$

- $3x - y + 2 = x - 3y + 5 \implies 2x + 2y - 3 = 0$
- $3x - y + 2 = -x + 3y - 5 \implies 4x + 4y + 7 = 0$