EXAMEN PENDIENTES MATEMÁTICAS I

NOMBRE .....

EJERCICIO 1)

a) Racionaliza: $\frac{7}{2-\sqrt{3}}$

b) Suma los radicales: $\sqrt{72}+\sqrt{50}+\sqrt{8}+\sqrt{98}$

EJERCICIO 2) Resuelve las ecuaciones:

a) $2^{2x} - 5\cdot 2^x + 4 = 0$

b) $\log (x-1)^2 - \log (5-x) = \log 10^2$

EJERCICIO 3) Para medir la altura de una torre se toman medidas desde dos puntos en el suelo. Desde un un punto se mide un ángulo de 45° y, alejándonos 90 metros, el ángulo medido es de 30°. Calcula la altura de la torre.

EJERCICIO 4) Resuelve la ecuación: $\cos x + \cos 2x = -1$

EJERCICIO 5) Halla el valor de *a* para que $\frac{1+ai}{2+i}$ sea:

a) Un número real

b) Un número imaginario puro

EJERCICIO 6) Calcula la ecuación de la recta tangente a la función $y = x^2 - 3x + 1$ en el punto de abcisa $x_0 = 1$

EJERCICIO 7) Determina los valores de a y b para que la siguiente función sea continua en todo R:

$$f(x) = \begin{cases} 3x+a & \text{si } x < 0 \\ x^2+2 & \text{si } 0 \le x \le 2 \\ x+b & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

EJERCICIO 8) Dada $f(x)=\frac{x^2+4}{x}$, se pide:

a) Dominio de definición y estudio de su continuidad.

b) Determina los intervalos de crecimineto y decrecimimento.

EJERCICIO 9) En la tabla siguiente aparecen las edades y los pesos de cinco niñas:

Edad (años)	2	3	5	7	8
Peso (kg)	13	20	32	41	44

a) Calcula el coeficiente de correlación lineal de las edades y el peso de las niñas

b) Halla la ecuación de la recta de regresión de la edad sobre el peso

SOLUCIONES

EJERCICIO 1)

a) Racionaliza: $\frac{7}{2-\sqrt{3}}$

b) Suma los radicales: $\sqrt{72}+\sqrt{50}+\sqrt{8}+\sqrt{98}$

Solución: a) $7\cdot(2+\sqrt{3})$ b) $20\cdot\sqrt{2}$

EJERCICIO 2) Resuelve las ecuaciones:

a) $2^{2x} - 5\cdot 2^x + 4 = 0$

b) $\log (x-1)^2 - \log (5-x) = \log 10^2$

Solución: a) $2^x = y \rightarrow y^2 - 5y + 4 = 0 \rightarrow y = 4;\ y = 1 \rightarrow$ Soluciones: $x = 2$ y $x = 0$

b) $\frac{(x-1)^2}{5-x} = 100 \Rightarrow (x-1)^2 = 500 - 100x \Rightarrow x^2 + 1 - 2x - 500 + 100x = 0 \Rightarrow x^2 + 98x - 499 = 0 \Rightarrow \ldots$

EJERCICIO 3) Para medir la altura de una torre se toman medidas desde dos puntos en el suelo. Desde un un punto se mide un ángulo de 45° y, alejándonos 90 metros, el ángulo medido es de 30°. Calcula la altura de la torre.

Solución: H = 122,94 m

EJERCICIO 4) Resuelve la ecuación: $\cos x + \cos 2x = -1$

Solución:

$[\cos 2x = \cos^2 x - \text{sen}^2 x] \rightarrow \cos x + \cos^2 x - \text{sen}^2 x = -1 \rightarrow \cos x + \cos^2 x - \text{sen}^2 x + 1 = 0 \rightarrow$

$\cos x + 2\cos^2 x = 0 \rightarrow \cos x\cdot(1 + 2\cos x) = 0$:

- $\cos x = 0 \rightarrow x_1 = 90° + 360°k;\ x_2 = 270° + 360°k$
- $1 + 2\cos x = 0 \rightarrow \cos x = -1/2 \rightarrow x_3 = 120° + 360°k;\ x_4 = 240° + 360°k$

Soluciones: $x_1 = 90° + 360°k;\ x_2 = 270° + 360°k;\ x_3 = 120° + 360°k;\ x_4 = 240° + 360°k$

EJERCICIO 5) Halla el valor de *a* para que $\frac{1+ai}{2+i}$ sea:

a) Un número real b) Un número imaginario puro

Solución: a) $a = -2$ b) $a = -1/2$

EJERCICIO 6) Calcula la ecuación de la recta tangente a la función $y = x^2 - 3x + 1$ en el punto de abcisa $x_0 = 1$

Solución:

$P_0\ (1, -1)$

$y' = 2x - 3 \rightarrow y'(1) = -1$

$y - y_0 = m\,(x - x_0) \rightarrow y + 1 = -1\cdot(x - 1) \rightarrow y + 1 = -x + 1 \rightarrow$ Solución: $y = -x$

EJERCICIO 7) Determina los valores de a y b para que la siguiente función sea continua en todo R:

$$f(x) = \begin{cases} 3x + a & \text{si } x < 0 \\ x^2 + 2 & \text{si } 0 \le x \le 2 \\ x + b & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Solución: a = 2; b = 4

EJERCICIO 8) Dada $f(x)=\frac{x^2+4}{x}$, se pide:

a) Dominio de definición y estudio de su continuidad.

b) Determina los intervalos de crecimineto y decrecimimento.

Solución: a) Dom (f) = R – {0}; f(x) continua en R – {0}

b) f(x) creciente en $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

EJERCICIO 9) En la tabla siguiente aparecen las edades y los pesos de cinco niñas:

Edad (años)	2	3	5	7	8
Peso (kg)	13	20	32	41	44

a) Calcula el coeficiente de correlación lineal de las edades y el peso de las niñas

b) Halla la ecuación de la recta de regresión de la edad sobre el peso

Solución:

Edad (x_i)	Peso (y_i)	x_i^2	y_i^2	$x_i \cdot y_i$
2	13	4	169	26
3	20	9	400	60
5	32	25	1024	160
7	41	49	1681	287
8	44	64	1936	352
25	150	151	5210	885

$$\bar{x}=\frac{25}{5}=5 \ ; \ \bar{y}=\frac{150}{5}=30 \ ; \ n=5$$

$$\sigma_x^2=\frac{\sum x_i^2}{n}-\bar{x}^2=\frac{151}{5}-5^2=5{,}2 \quad ; \quad \sigma_y^2=\frac{\sum y_i^2}{n}-\bar{y}^2=\frac{5210}{5}-30^2=142$$

Covarianza: $\sigma_{xy}=\frac{\sum x_i \cdot y_i}{n}-\bar{x}\cdot\bar{y}=\frac{885}{5}-5\cdot 30=27$

- Coeficiente de correlación lineal: $r_{xy}=\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}=\frac{27}{\sqrt{5{,}2}\cdot\sqrt{142}}\approx 0{,}993$

- Recta de regresión de la edad (x) sobre el peso (y): $x-\bar{x}=\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_y^2}(y-\bar{y}) \rightarrow x-5=\frac{27}{142}(y-30) \rightarrow$

$\rightarrow$ x – 5 = 0,19(y - 30)

- Recta de regresión del peso (y) sobre la edad (x) : $y-\bar{y}=\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2}(x-\bar{x}) \rightarrow y-30=\frac{27}{5{,}2}(x-5)$