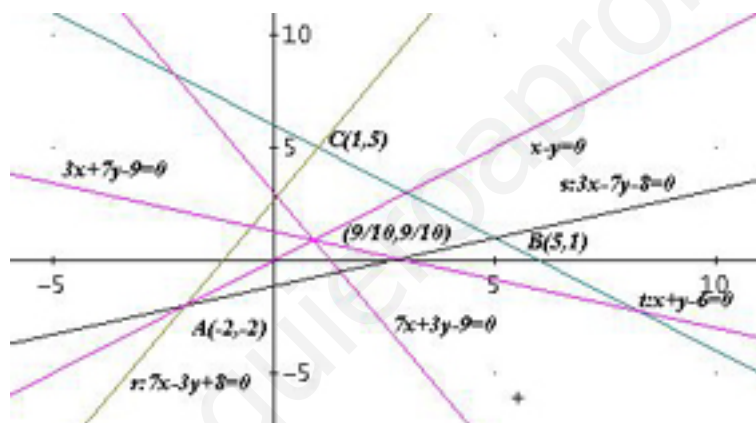


Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Problema 1 sean $A(-2, -2)$, $B(5, 1)$ y $C(1, 5)$ los vértices de un triángulo, se pide:

1. Las ecuaciones de las rectas que unen sus lados.
2. La longitud de sus lados.
3. Las ecuaciones de sus mediatrices.
4. El circuncentro.

Solución:



1.

$$r : \begin{cases} \vec{u}_r = (3, 7) \\ P_r(1, 5) \end{cases} \implies r : 7x - 3y + 8 = 0$$

$$s : \begin{cases} \vec{u}_s = (7, 3) \\ P_s(5, 1) \end{cases} \implies s : 3x - 7y - 8 = 0$$

$$t : \begin{cases} \vec{u}_t = (-4, 4) \\ P_t(5, 1) \end{cases} \implies t : x + y - 6 = 0$$

$$2. \begin{aligned} |\vec{AC}| &= \sqrt{9 + 49} = \sqrt{58} \\ |\vec{AB}| &= \sqrt{49 + 9} = \sqrt{58} \\ |\vec{BC}| &= \sqrt{16 + 16} = \sqrt{32} \end{aligned}$$

3. La mediatriz del segmento \overline{AC} es:

$$\sqrt{(x+2)^2 + (y+2)^2} = \sqrt{(x-1)^2 + (y-5)^2} \implies 3x + 7y - 9 = 0$$

La mediatriz del segmento \overline{AB} es:

$$\sqrt{(x+2)^2 + (y+2)^2} = \sqrt{(x-5)^2 + (y-1)^2} \implies 7x + 3y - 9 = 0$$

La mediatriz del segmento \overline{BC} es:

$$\sqrt{(x-1)^2 + (y-5)^2} = \sqrt{(x-5)^2 + (y-1)^2} \implies x - y = 0$$

4. El circuncentro será la solución del sistema

$$\begin{cases} 3x + 7y - 9 = 0 \\ x - y = 0 \end{cases} \implies \left(\frac{9}{10}, \frac{9}{10} \right)$$

Problema 2 Calcular el ángulo que forman las rectas

a) $r : \frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{3}, \quad s : 2x + y - 1 = 0$

b) $r : \begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = 2 + \lambda \end{cases} \quad s : 3x + y + 1 = 0$

Solución:

a) $r : 3x + 2y - 1 = 0, \quad s : 2x + y - 1 = 0$

$$\cos \alpha = \frac{6+2}{\sqrt{65}} = 0,992277 \implies \alpha = 7^\circ 7' 32''$$

b) $r : x + y - 3 = 0, \quad s : 3x + y + 1 = 0$

$$\cos \alpha = \frac{3+1}{\sqrt{20}} = 0,894427 \implies \alpha = 26^\circ 33' 54''$$

Problema 3 Calcular la distancia del punto $A(3, -1)$ a las rectas:

a) $r : \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2}$

b) $r : \begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = 2\lambda \end{cases}$

c) $r : 2x + 3y - 3 = 0$

Solución:

a) $r : 2x - 3y - 8 = 0$

$$d(A, r) = \frac{|2 \cdot 3 - 3 \cdot (-1) - 8|}{\sqrt{4 + 9}} = \frac{1}{\sqrt{13}}$$

b) $r : 2x + y - 2 = 0$

$$d(A, r) = \frac{|2 \cdot 3 + 1 \cdot (-1) - 2|}{\sqrt{4 + 1}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

c) $r : 2x + 3y - 3 = 0$

$$d(A, r) = \frac{|2 \cdot 3 + 3 \cdot (-1) - 3|}{\sqrt{4 + 9}} = 0$$

Problema 4 Expresa de todas las maneras que conozcas la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(1, 0)$ y $B(4, 5)$, calcula después el ángulo que forma con el eje de abscisas.

Solución:

Sea $\overrightarrow{AB} = (4, 5) - (1, 0) = (3, 5)$ tendremos:

- $r : (x, y) = (1, 0) + \lambda(3, 5)$ ecuación vectorial
- ecuación paramétrica

$$r : \begin{cases} x = 1 + 3\lambda \\ y = 5\lambda \end{cases}$$

- Ecuación continua

$$\frac{x - 1}{3} = \frac{y}{5}$$

- $5x - 3y - 5 = 0$ ecuación general.

- $y = \frac{5}{3}x - \frac{5}{3}$ ecuación explícita.

- $y = \frac{5}{3}(x - 1)$ ecuación punto pendiente.

$$m = \tan \alpha = \frac{5}{3} \implies \alpha = 59^{\circ}2'11''$$