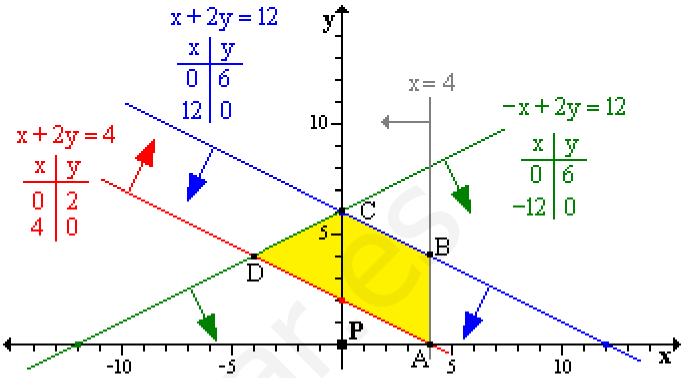
Julio 2018. Extraordinaria. Problema 2A.- (Calificación máxima: 2 puntos)
Considérese la región del plano S definida por:

$$S=\left\{(x,y)\in R^2:\ x+2y\geq 4\ ;\ \ x+2y\leq 12\ ;\ \ x\leq 4\ ;\ -x+2y\leq 12\right\}$$

a) Represéntese gráficamente la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.
b) Determínense los puntos en los que la función f (x, y) = 3x – y alcanza sus valores máximo y mínimo en S, indicando el valor de f en dichos puntos.

Solución.
a. Se transforman las desigualdades en igualdades y se hacen tablas de valores para representar las diferentes rectas. Una vez representadas las rectas se selecciona la región factible mediante un punto de prueba (P(0, 0)), el cual se sustituye en las inecuaciones y se compraba si la inecuación se cumple en la región que contiene al punto de prueba, si se cumple esa será la región factible respecto de la inecuación, si no la cumple será su región complementaria.



$x+2y\geq 4 \xrightarrow{P(0,0)} 0+2\cdot 0\geq 4$ No se cumple

$x+2y\leq 12 \xrightarrow{P(0,0)} 0+2\cdot 0\leq 12$ Se cumple

$-x+2y\leq 12 \xrightarrow{P(0,0)} -0+2\cdot 0\leq 12$ Se cumple

$x\leq 4 \xrightarrow{P(0,0)} 0\leq 4$ Se cumple

Seleccionada la región factible, se calculan los vértices:

$$A:\begin{cases}x+2y=4\\ x=4\end{cases}:A(4,0);\ B:\begin{cases}x+2y=12\\ x=4\end{cases}:B(4,4);\ C:\begin{cases}x+2y=12\\ -x+2y=12\end{cases}:C(0,6);$$

$$D:\begin{cases}x+2y=4\\ -x+2y=12\end{cases}:D(-4,4)$$

b. Optimación:

Vértice	**x**	**y**	**F(x, y) = 3x – y**
A	**4**	**0**	**F(4, 0) = 3·4 – 0 = 12**
B	4	4	F(4, 4) = 3·4 – 4 = 8
C	0	6	F(0, 6) = 3·0 – 6 = –6
D	**–4**	**4**	**F(–4, 4) = 3·(–4) – 4 = –16**

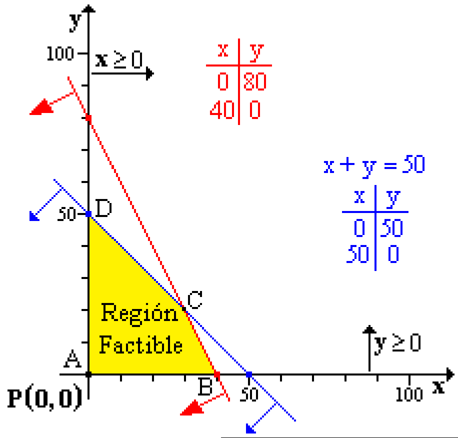
La función F(x, y), cumpliendo las restricciones propuestas, alcanza un valor máximo de 12 unidades en el punto A(4, 0), y un mínimo de –16 unidades en el punto D(–4, 4).

Junio 2018. Problema 2A.- (Calificación máxima: 2 puntos)
Sea S la región del plano definida por:

$$x + y \le 50, \quad 2x + y \le 80, \quad x \ge 0, \quad y \ge 0.$$

a) Represéntese la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.
b) Obténgase el valor máximo de la función f (x, y) = 5x + 4y en la región S, indicando el punto en el cual se alcanza dicho valor máximo.

Solución.



a. Una vez representadas las rectas que delimitarán la región factible, se toma un punto de prueba para determinarla, en este caso se toma como punto de prueba P(0, 0).

$$x + y \le 50 \xrightarrow{(0,0)} 0 + 0 \le 50 \quad \text{Se cumple}$$
$$2x + y \le 80 \xrightarrow{(0,0)} 2\cdot 0 + 0 \le 80 \quad \text{Se cumple}$$

Vértices:

$$A(0,0);\; B(40,0);\; C \equiv \begin{cases} x + y = 50 \\ 2x + y = 80 \end{cases};\; C(30,20);\; D(0,50)$$

b. Optimación:

Vértice	x	y	F(x, y) = 5x + 4y
A	0	0	F(0, 0) = 5·0 + 4·0 = 0
B	40	0	F(40, 0) = 5·40 + 4·0 =200
C	30	20	F(30, 20) = 5·30 + 4·20 =230
D	0	50	F(0, 50) = 5·0 + 4·50 =200

Cumpliendo las restricciones propuestas, la función f(x, y) alcanza un valor máximo de 230 unidades en el punto C, x = 30, y = 20.

Septiembre 2017. Problema 2A.- (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la región del plano S definida por:

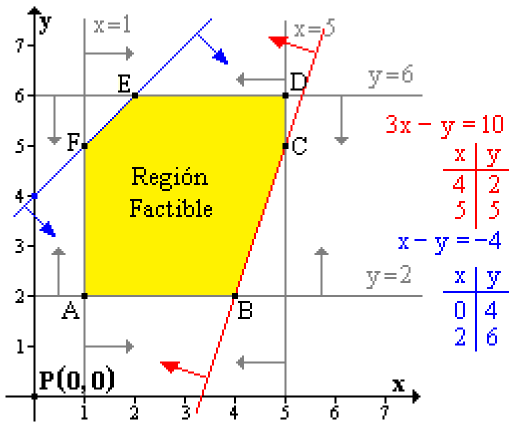
$$1 \le x \le 5 \ ; \ 2 \le y \le 6; \ x - y \ge -4 \ ; \ 3x - y \le 10.$$

a) Represéntese gráficamente la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

b) Calcúlense los valores máximo y mínimo de la función f (x, y) = –200x + 600y en la región S y obténganse los puntos de S donde se alcanzan dichos valores.

Solución.

a.



Vértice A: $A(1, 2)$

Vértice B: $\begin{cases} y = 2 \\ 3x - y = 10 \end{cases} B(4, 2)$

Vértice C: $\begin{cases} x = 5 \\ 3x - y = 10 \end{cases} C(5, 5)$

Vértice D: $D(5, 6)$

Vértice E: $\begin{cases} y = 6 \\ x - y = -4 \end{cases} E(2, 6)$

Vértice F: $\begin{cases} x = 1 \\ x - y = -4 \end{cases} F(1, 5)$

b. Optimación de f(x, y) = –200x + 600y

Vértice	x	y	f(x, y) = –200x + 600y
A	1	2	f(1, 2) = –200·1 + 600·2 = 1000
B	**4**	**2**	**f(4, 2) = –200·4 + 600·2 = 400**
C	5	5	f(5, 5) = –200·5 + 600·5 = 2000
D	5	6	f(5, 6) = –200·5 + 600·6 = 2600
E	**2**	**6**	**f(2, 6) = –200·2 + 600·6 = 3200**
F	1	5	f(1, 5) = –200·1 + 600·5 = 2800

Cumpliendo las restricciones propuestas, la función f(x, y) alcanza un valor mínimo de 400 unidades en el punto B(4, 2) y un valor máximo de 3200 unidades en el punto E(2, 6).

Junio 2017. Problema 2A.- (Calificación máxima: 2 puntos)

Considérese la región del plano S definida por:

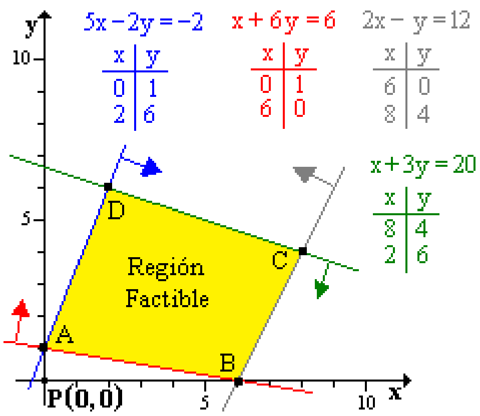
$$S=\{(x,y)\in \mathbb{R}^2:\quad x+6y\ge 6\quad ;\quad 5x-2y\ge -2\quad ;\quad x+3y\le 20\quad ;\quad 2x-y\le 12\},$$

a) Represéntese gráficamente la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

b) Determínense los puntos en los que la función f (x, y) = 4x – 3y alcanza sus valores máximo y mínimo en S, indicando el valor de f (x, y) en dichos puntos.

Solución.

a. Las inecuaciones se transforman en ecuaciones y se dibujan las rectas que representan



Se selecciona la región factible usando como punto de prueba el P(0,0):

$$x+6y\ge 6 \xrightarrow{P(0,0)} 0+6\cdot 0\ge 6 \quad 0\ge 6 \quad \text{No se cumple}$$
$$5x-2y\ge -2 \xrightarrow{P(0,0)} 5\cdot 0-2\cdot 0\ge -2 \quad 0\ge -2 \quad \text{Se cumple}$$
$$x+3y\le 20 \xrightarrow{P(0,0)} 0+3\cdot 0\le 20 \quad 0\le 20 \quad \text{Se cumple}$$
$$2x-y\le 12 \xrightarrow{P(0,0)} 2\cdot 0-0\le 12 \quad 0\le 12 \quad \text{Se cumple}$$

Optimación:

	x	y	F(x, y)
A	0	1	–3
B	6	0	24
C	8	4	20
D	2	6	–10

Cumpliendo las restricciones propuestas, la función alcanza un valor **MINIMO** de **–10** en el punto **D(2, 6)**, y un valor **MAXIMO** de **24** en el punto **B(6, 0)**.

Septiembre 2016. Problema 2A.- (Calificación máxima: 2 puntos)

Sea S la región del plano definida por

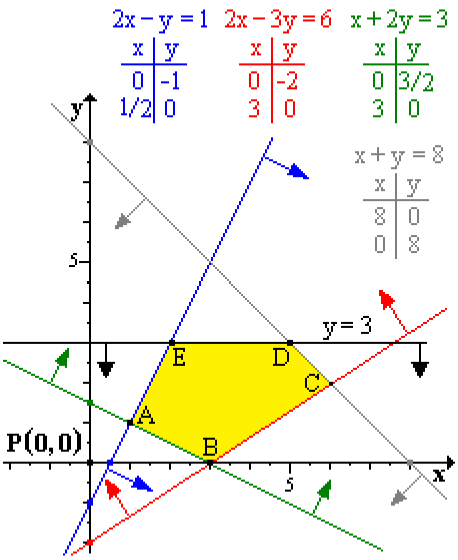
$$2x-y\ge 1\;;\;2x-3y\le 6\;;\;x+2y\ge 3\;;\;x+y\le 8\;;\;y\le 3.$$

a) Represéntese la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

b) Obténganse los valores máximo y mínimo de la función f (x, y) = 2x + y en la región S, indicando los puntos en los cuales se alcanzan dichos valores máximo y mínimo.

Solución.

a. Las inecuaciones se transforman en ecuaciones y se dibujan las rectas que representan



Se selecciona la región factible usando como punto de prueba el P(0,0):

$$2x-y\ge 1 \xrightarrow{P(0,0)} 2\cdot 0-0\ge 1 \quad 0\ge 1 \quad \text{No se cumple}$$
$$2x-3y\le 6 \xrightarrow{P(0,0)} 2\cdot 0-3\cdot 0\le 6 \quad 0\le 1 \quad \text{Se cumple}$$
$$x+2y\ge 3 \xrightarrow{P(0,0)} 0+2\cdot 0\ge 3 \quad 0\ge 1 \quad \text{No se cumple}$$
$$x+y\le 8 \xrightarrow{P(0,0)} 0+0\le 8 \quad 0\le 8 \quad \text{Se cumple}$$
$$y\le 3 \xrightarrow{P(0,0)} 0\le 3 \quad \text{Se cumple}$$

Vértices de la región:

$$A:\begin{cases}2x-y=1\\ x+2y=3\end{cases}:A(1,1) \qquad B(3,0)$$

$$C:\begin{cases}2x-3y=6\\ x+y=8\end{cases}:C(6,2) \qquad D:\begin{cases}x+y=8\\ y=3\end{cases}:D(5,3)$$

$$E:\begin{cases}2x-y=1\\ y=3\end{cases}:E(2,3)$$

b. Optimación:

Vértice	x	y	f (x, y) = 2x + y
A	1	1	f (1, 1) = 2·1 + 1 = 3
B	3	0	f (3, 0) = 2·3 + 1 = 6
C	6	2	f (6, 2) = 2·6 + 2 = 14
D	5	3	f (5, 3) = 2·5 + 3 = 13
E	2	3	f (2, 3) = 2·2 + 3 = 7

Cumpliendo las restricciones propuestas, las función f (x, y) alcanza un valor **máximo de 14 unidades en el punto C(6, 2)**, y un valor **mínimo de 3 unidades en el punto A(1, 1)**.

Junio 2016. Problema 2A.- (Calificación máxima: 2 puntos)

Sea S la región del plano definida por:

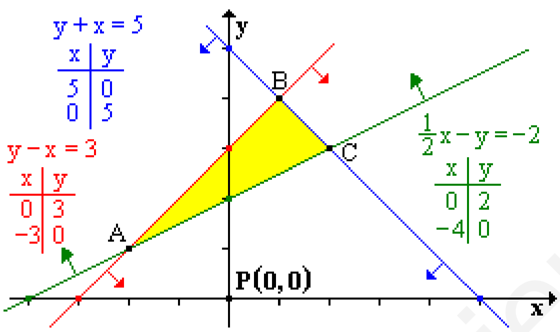
$$y + x \le 5 \ ; \quad y - x \le 3 \ ; \quad \frac{1}{2}x - y \le -2$$

a) Represéntese la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

b) Obténganse los valores máximo y mínimo de la función f (x, y) = 2x + y en la región S indicando los puntos de S en los cuales se alcanzan dichos valores máximo y mínimo.

Solución.

a.



Región Factible:

Tomando como punto de prueba el (0, 0), se determina la región factible:

$y + x \le 5 \xrightarrow{P(0,0)} 0 \le 5$ Se cumple

$y - x \ge 3 \xrightarrow{P(0,0)} 0 \ge 3$ Se cumple

$\frac{1}{2}x - y \ge -2 \xrightarrow{P(0,0)} 0 \ge -2$ No se cumple

Vértices:

$$\text{- } A : \begin{cases} y - x = 3 \\ \frac{1}{2}x - y = -2 \end{cases} : (-2, 1) \quad \text{- } B : \begin{cases} y - x = 3 \\ x + y = 5 \end{cases} : (1, 4) \quad \text{- } C : \begin{cases} x + y = 5 \\ \frac{1}{2}x - y = -2 \end{cases} : (2, 3)$$

b. Optimación de f(x, y) = 2x + y sujeta a $y + x \le 5\,;\ y - x \le 3\,;\ \frac{1}{2}x - y \le -2$.

	x	y	f(x, y) = 2x + y
A	–2	1	–3
B	1	4	6
C	2	3	7

Cumpliendo las restricciones propuestas, la función f(x, y), alcanza un valor mínimo de –3 en el punto A(–2, 1), y valor máximo de 7 en el punto (2, 3)

Septiembre 2014. Problema 2B.- (Calificación máxima: 2 puntos)
Sea S la región el plano definida por

$$y \geq 2x - 4 \;;\quad y \leq x - 1 \;;\; 2y \geq x \;;\; x \geq 0 \;;\; y \geq 0$$

a) Represéntese la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.
b) Obténganse los valores máximo y mínimo de la función f(x, y) = x – 3y en S indicando los puntos de S en los cuales se alcanzan dichos valores máximo y mínimo.

Solución.
a. Para representar la región se transforman las inecuaciones en ecuaciones y se hace una tabla dando valores. Las restricciones x ≥ 0, y ≥ 0, indican variables no negativas, y restringen la región al primer cuadrante.

$y = 2x - 4$

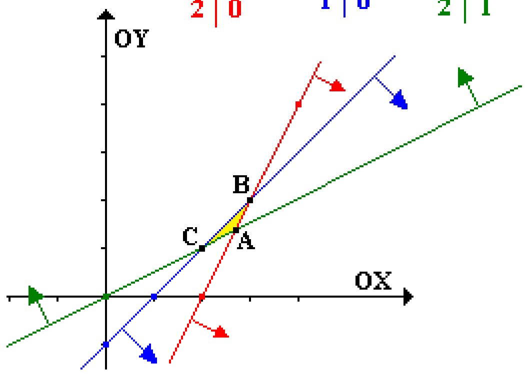
x	y
4	4
2	0

$y = x - 1$

x	y
0	–1
1	0

$2y = x$

x	y
0	0
2	1



Vértices:

- $A \equiv \begin{cases} y = 2x - 4 \\ 2y = x \end{cases} : A\left(\dfrac{8}{3}, \dfrac{4}{3}\right)$
- $B \equiv \begin{cases} y = 2x - 4 \\ y = x - 1 \end{cases} : B(3, 2)$
- $C \equiv \begin{cases} 2y = x \\ y = x - 1 \end{cases} : C(2, 1)$

b. Optimación:

Vértice	x	y	$f(x,y) = x - 3y$
A	$\frac{8}{3}$	$\frac{4}{3}$	$f\left(\frac{8}{3}, \frac{4}{3}\right) = \frac{8}{3} - 3\frac{4}{3} = -\frac{4}{3}$
B	3	2	$f(3,2) = 3 - 3 \cdot 2 = -3$
C	2	1	$f(2,1) = 2 - 3 \cdot 1 = -1$

Cumpliendo las restricciones propuestas, la función f(x, y) alcanza un valor máximo de –1 en el vértice C(2, 1), y un valor mínimo de –3 en el vértice B(3, 2)

Junio 2014. Problema 2A.- (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función $f(x,y)=5x-2y$ y la región del plano S definida por el siguiente conjunto de restricciones:

$$x-2y\le 0\ ,\ \ x+y\le 6\ ,\ \ x\ge 0\ ,\ \ y\le 3$$

a) Represéntese la región S

b) Calcúlense las coordenadas de los vértices de la región S y obténganse los valores máximo y mínimo de la función f en S indicándose los puntos donde se alcanzan.

Solución.

a. Se representan las rectas, y a continuación se delimita la región del plano que delimita cada inecuación, tomado un punto cualquiera del plano y comprobando si lo cumple la inecuación.

Si se toma como punto de prueba el (2, 0):

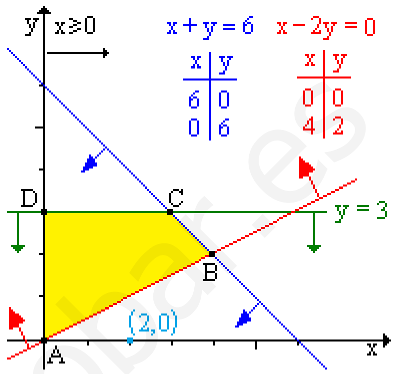
$x-2y\le 0 \xrightarrow{(2,0)} 2-2\cdot 0=2\le 0$ Falso. La inecuación se cumple de la recta hacia arriba y hacia la izquierda.

$x+y\le 6 \xrightarrow{(2,0)} 2+0=2\le 6$ Verdadero. La inecuación se cumple de la recta hacia abajo y hacia la izquierda.

$x\ge 0$ La inecuación se cumple del eje de ordenadas (OY) hacia la derecha

$y\le 3$ La inecuación se cumple de la recta $y = 3$ hacia abajo.

La región factible es la coloreada en la figura adjunta.



b. Vértices:

$A(0,0)$

$B:\begin{cases} x+y=6 \\ x-2y=0 \end{cases}:B(4,2)$

$C:\begin{cases} y=3 \\ x+y=6 \end{cases}:C(3,3)$

$D:\begin{cases} y=3 \\ x=0 \end{cases}:D(0,3)$

Optimación:

Vértice	**x**	**y**	$f(x,y)=5x-2y$
A	0	0	$f(x,y)=5\cdot 0-2\cdot 0=0$
B	4	2	$f(x,y)=5\cdot 4-2\cdot 2=16$
C	3	3	$f(x,y)=5\cdot 3-2\cdot 3=9$
D	0	3	$f(x,y)=5\cdot 3-2\cdot 3=-6$

La función f(x, y) alcanza un valor **máximo** de **16** unidades en el punto **B(4, 2)**

La función f(x, y) alcanza un valor **mínimo** de **-6** unidades en el punto **D(0, 3)**

Septiembre 2013. Ejercicio 2A. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Sea C la región del plano delimitada por el sistema de inecuaciones

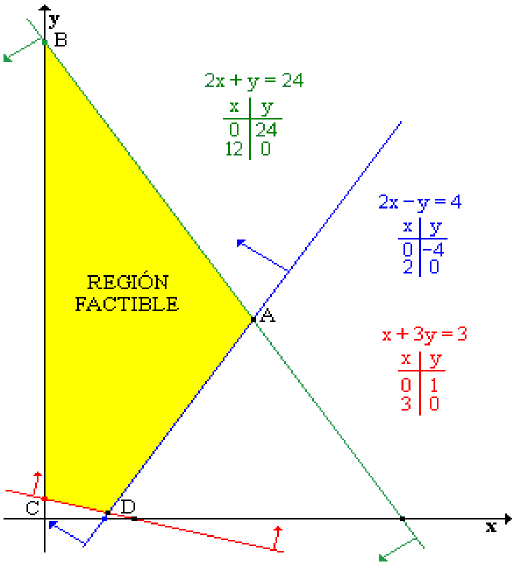
$$\begin{cases} x+3y\geq 3 \\ 2x-y\leq 4 \\ 2x+y\leq 24 \\ x\geq 0,\ y\geq 0 \end{cases}$$

a) Represéntese la región C y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

b) Determínese el punto de C donde la función f(x, y) = 3x + y alcanza su valor máximo. Calcúlese dicho valor.

Solución.

a.



Vértices:

- $A:\begin{cases} 2x-y=4 \\ 2x+y=24 \end{cases}:\ A(7,10)$
- $B:\begin{cases} 2x+y=24 \\ x=0 \end{cases}:\ B(0,24)$
- $C:\begin{cases} x=0 \\ x+3y=3 \end{cases}:\ C(0,1)$
- $D:\begin{cases} 2x-y=4 \\ x+3y=3 \end{cases}:\ B\left(\frac{15}{7},\frac{2}{7}\right)$

b. Máximo:

Vértice	**x**	**y**	**F(x, y) = 3x + y**
A	**7**	**10**	**31**
B	0	24	24
C	0	1	1
D	15/7	2/7	47/7

Cumpliendo las restricciones propuestas, la función F(x, y) alcanza un valor máximo de 31 unidades en el punto A(7 ,10).

Problema 2.- (Calificación máxima: 2 puntos)

Se desea maximizar la función $f(x,y) = 64{,}8x + 76{,}5y$ sujeta a las restricciones:

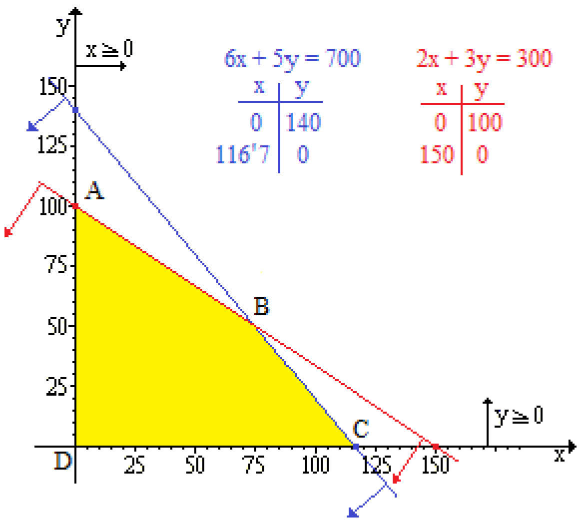
$$5x + 5y \le 700\,,\quad 2x + 3y \le 300\,,\quad x \ge 0\,,\quad y \ge 0$$

a) Represéntese gráficamente la región de soluciones factibles y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

b) Determínese el valor máximo de f sobre la región, indicando el punto donde se alcanza dicho máximo.

Solución.

a. Para dibujar la región factible, se hace una tabla de valores.



Una vez representadas las dos rectas, para delimitar la región factible, tomo como punto de prueba el (0, 0).

$$5x + 5y \le 700 \xrightarrow{(0,0)} 0 \le 700 \text{ Se cumple}$$

$$2x + 3y \le 300 \xrightarrow{(0,0)} 0 \le 300 \text{ Se cumple}$$

Vértices:

- $A(0, 100)$
- $B: \begin{cases} 6x + 5y = 700 \\ 2x + 3y = 300 \end{cases} \quad (75, 50)$
- $C(116'7, 0)$
- $D(0, 0)$

b.

Vértice	**x**	**y**	**f(x, y) = 64’8x + 76’5 y**
A	0	100	7650
B	**75**	**50**	**8685**
C	116’7	0	7562’16
D	0	0	0

Cumpliendo las estricciones propuestas, la función f(x, y) alcanza un valor máximo de 8685 en el vértice B,

Septiembre 2011. Ejercicio 1A. (Puntuación máxima: 3 puntos)

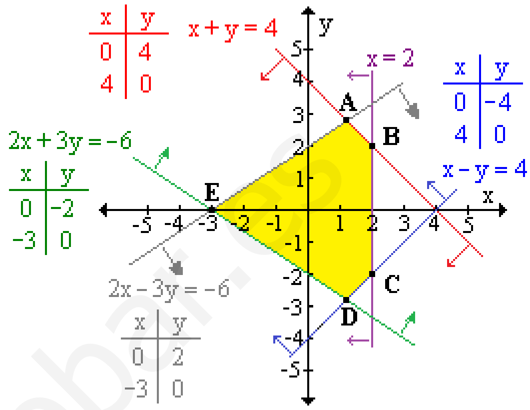
Se considera la región S acotada plana definida por las cinco condiciones siguientes:

$$x + y \le 4 \quad ; \quad x - y \le 4 \quad ; \quad 2x - 3y \ge -6 \quad ; \quad 2x + 3y \ge -6 \quad , \quad x \le 2$$

a) Dibújese S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

b) Calcúlense los valores máximo y mínimo de la función f(x,y) = 2x + y en la región S y especifíquense los puntos de S en los cuales se alcanzan dichos valores máximo y mínimo.

Solución.



a. Para dibujar la región S se transforman las desigualdades en igualdades (rectas) y se trazan dando valores mediante una tabla excepto x = 2, que corresponde a una recta vertical que corta al eje x en el punto (2, 0).

Para delimitar la región factible, y teniendo en cuenta que cada inecuación divide el plano en dos regiones, se toma un punto cualquiera con la única condición de que no pertenezca a ninguna de las rectas trazadas y se comprueba si las coordenadas del punto cumplen cada una de las inecuaciones. Si las coordenadas del punto cumplen la inecuación, la región donde se encuentra el punto respecto de la recta será la factible, si no la cumple, será la región contraria.

Tomo como punto de prueba el (0, 0):

- $x + y \le 4 \xrightarrow{(0,0)} 0 + 0 \le 4 : 0 \le 4 \Rightarrow \text{Se Cumple}$
- $x - y \le 4 \xrightarrow{(0,0)} 0 - 0 \le 4 : 0 \le 4 \Rightarrow \text{Se Cumple}$
- $2x - 3y \ge -6 \xrightarrow{(0,0)} 2 \cdot 0 - 3 \cdot 0 \ge -6 : 0 \ge -6 \Rightarrow \text{Se Cumple}$
- $2x + 3y \ge -6 \xrightarrow{(0,0)} 2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 \ge -6 : 0 \ge -6 \Rightarrow \text{Se Cumple}$

Una vez delimitada la región factible, se calculan las coordenadas de sus vértices resolviendo los sistemas de ecuaciones que forman las rectas que se corten en cada vértice.

$$A \equiv \begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - 3y = -6 \end{cases} : A = \left(\frac{6}{5}, \frac{14}{5}\right) \qquad B \equiv \begin{cases} x + y = 4 \\ x = 2 \end{cases} : B = (2, 2)$$

$$C \equiv \begin{cases} x - y = 4 \\ x = 2 \end{cases} : C = (2, -2) \qquad D \equiv \begin{cases} x - y = 4 \\ 2x + 3y = -6 \end{cases} : D = \left(\frac{6}{5}, -\frac{14}{5}\right)$$

$$E \equiv \begin{cases} 2x + 3y = -6 \\ 2x - 3y = -6 \end{cases} : E = (-3, 0)$$

b. Para encontrar los valores óptimos (máximo y mínimo) de la función objetivo, recomiendo hacer una tabla.

	x	**y**	**F(x, y) = 2x + y**
A	$\frac{6}{5}$	$\frac{14}{5}$	$F\left(\frac{6}{5}, \frac{14}{5}\right) = 2 \cdot \frac{6}{5} + \frac{14}{5} = \frac{26}{5}$
B	2	2	$F(2,2) = 2 \cdot 2 + 2 = 6$
C	2	–2	$F(2,-2) = 2 \cdot 2 + (-2) = 2$
D	$\frac{6}{5}$	$-\frac{14}{5}$	$F\left(\frac{6}{5}, -\frac{14}{5}\right) = 2 \cdot \frac{6}{5} + \left(-\frac{14}{5}\right) = -\frac{2}{5}$
E	–3	0	$F(2,2) = 2 \cdot (-3) + 0 = -6$

La función objetivo, cumpliendo las restricciones propuesta alcanza un valor máximo de 6 en el punto B(2, 2) y un valor mínimo de –6 en el punto E(–3, 0).

Junio 2010. F.G. Ejercicio 1A. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se considera la función f (x, y) = −0,4x + 3,2 y

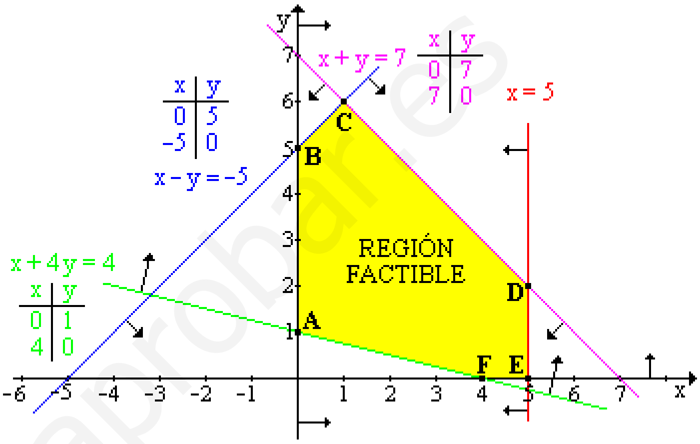
sujeta a las restricciones: $\begin{cases} x + y \le 7 \\ x + 4y \ge 4 \\ x + 5 \ge y \\ 0 \le x \le 5 \\ y \ge 0 \end{cases}$

a) Represéntese la región S del plano determinada por el conjunto de restricciones.
b) Calcúlense los puntos de la región S donde la función f alcanza sus valores máximo y mínimo.
c) Calcúlense dichos valores máximo y mínimo.

Solución.

a. Se utiliza como punto de prueba el (0, 0) para encontrar la región factible, comprobando que:

- x + y ≤ 7. Se cumple
- x + 4y ≥ 4. No se cumple
- x + 5 ≥ y. Se cumple



Vértices:

$A: \begin{cases} x = 0 \\ x + 4y = 4 \end{cases} A(0, 1)$ $B: \begin{cases} x = 0 \\ x - y = -5 \end{cases} B(0, 5)$

$C: \begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = -5 \end{cases} C(1, 6)$

$D: \begin{cases} x + y = 7 \\ x = 5 \end{cases} D(5, 2)$

$E: \begin{cases} y = 0 \\ x = 5 \end{cases} D(5, 0)$ $F: \begin{cases} y = 0 \\ x + 4y = 4 \end{cases} F(4, 0)$

b.

Vértice	x	y	F(x, y)
A	0	1	3,2
B	0	5	16
C	1	6	18,8
D	5	2	4,4
E	5	0	−2
F	4	0	−1,6

Máximo en **(1, 6)**; Mínimo en **(5, 0)**

c. Valor máximo: F (1, 6) = **18,8**
Valor mínimo: F (5, 0) = **−2**

Modelo 2008. Ejercicio 1B. (Puntuación máxima: 3 puntos)

(a) Representar la región del plano definida por cl siguiente sistema de inecuaciones:

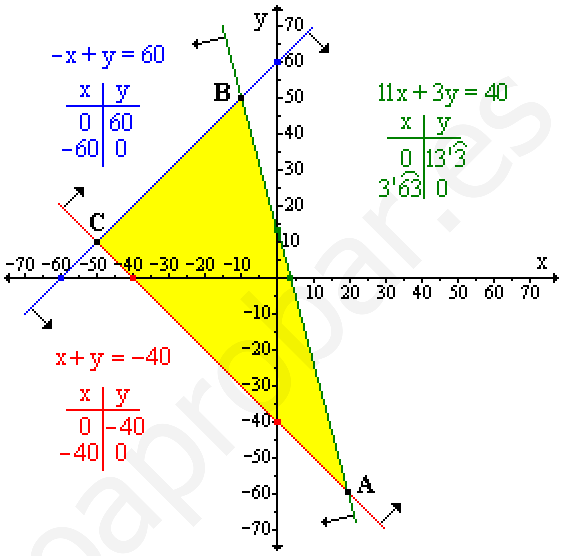
$$\begin{cases} -x+y\le 60 \\ x+y\ge -40 \\ 11x+3y\le 40 \end{cases}$$

(b) Maximizar la función f(x, y) = 10x – y en la región obtenida.

(c) Minimizar la función g(x, y) = x – l0y.

Solución.

Región factible. Las desigualdades se transforman en igualdades y se hace una tabla de valores para obtener una pareja de puntos por cada ecuación que nos permita dibujarla.



Para delimitar la región factible se toma un punto cualquiera y se comprueba si en el se cumplen o no las inecuaciones. Si se toma (0, 0) como referencia, las tres inecuaciones se cumplen $\begin{cases} -0+0\le 60 \\ 0+0\ge -40 \\ 11\cdot 0+3\cdot 0\le 40 \end{cases}$, por lo que la región factible queda delimitada por los vértices A, B, y C de la figura.

Limites de la región.

Se obtienen resolviendo los sistemas que se plantean con las ecuaciones de las rectas que pasan por cada punto.

$$A:\begin{cases} x+y=-40 \\ 11x+3y=40 \end{cases}(20,-60)\quad B:\begin{cases} -x+y=60 \\ 11x+3y=40 \end{cases}(-10,50)\quad C:\begin{cases} -x+y=60 \\ x+y=-40 \end{cases}(-50,10)$$

Optimación. Se sustituyen los vértices de la región factible en cada una de las funciones que se plantean.

	x	**y**	**f (x, y) = 10x – y**	**g (x, y) = x – 10y**
A	20	–60	**260**	620
B	–10	50	–150	**–510**
C	–50	10	–510	–150

a. El máximo de la función f (x, y) cumpliendo las restricciones propuestas se obtiene en el punto A(20, –60), y toma un valor de 260

b. El mínimo de la función g(x, y) cumpliendo las restricciones propuestas se obtiene en el punto B(–10, 50), y toma un valor de –510

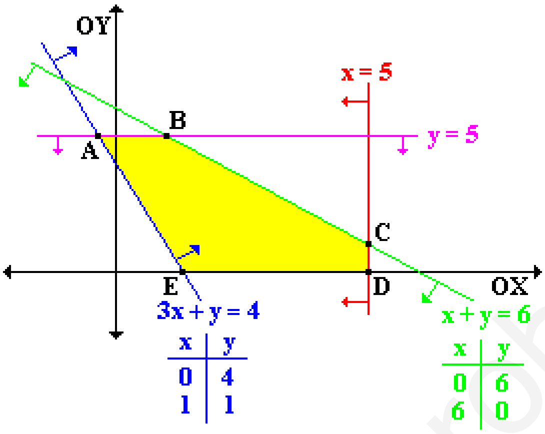
Septiembre 2003. Ejercicio 1B. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Determinar los valores máximo y mínimo de la función z = 5x + 3y sujeta a las restricciones:

$$3x + y \geq 4$$
$$x + y \leq 6$$
$$0 \leq y \leq 5$$
$$x \leq 5$$

Solución.

Región factible:



Vértices:

$$A = \begin{cases} y = 5 \\ 3x + y = 4 \end{cases} : A = \left(-\frac{1}{3}, 5\right) \qquad B = \begin{cases} y = 5 \\ x + y = 6 \end{cases} : B = (1, 5) \qquad C = \begin{cases} x = 5 \\ x + y = 6 \end{cases} : C = (5, 1)$$

$$D = \begin{cases} x = 5 \\ y = 0 \end{cases} : D = (5, 0) \qquad E = \begin{cases} y = 0 \\ 3x + y = 4 \end{cases} : E = \left(\frac{4}{3}, 0\right)$$

Optimación:

	x	y	z = 5x + 3y
A	$-1/3$	5	$40/3 = 13'3$
B	1	5	20
C	5	1	28
D	5	0	25
E	$4/3$	0	$20/3 = 6'7$

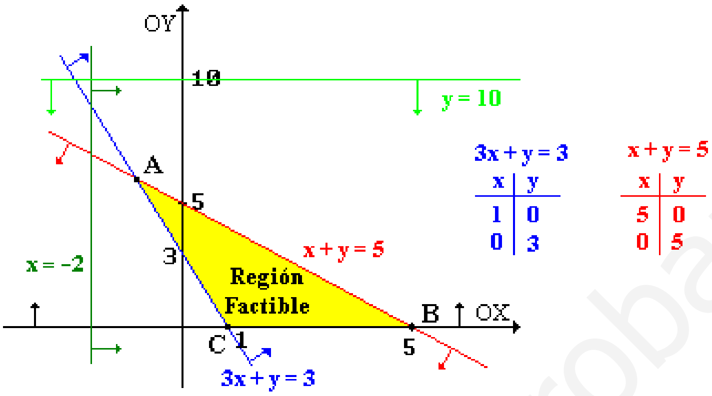
La función z sometida a las restricciones propuestas alcanza un valor máximo de 28 en el punto C, y un mínimo de valor 6’7 en el punto E.

Septiembre 2002. Ejercicio 1A. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Determinar los valores máximo y mínimo de la función z = 3x + 4y sujeta a las restricciones:

$$\begin{aligned} &3x + y \geq 3 \\ &x + y \leq 5 \\ &x \geq -2 \\ &y \leq 10 \\ &y \geq 0 \end{aligned}$$

Solución:

Se representa la región factible



Vértices.

$$A: \begin{cases} 3x + y = 3 \\ x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow A = (-1, 6)$$

$$B: \begin{cases} y = 0 \\ x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow B = (5, 0)$$

$$C: \begin{cases} 3x + y = 3 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow C = (1, 0)$$

Optimación.

	x	**y**	**z = 3x + 4y**
A	**–1**	**6**	**21**
B	**5**	**0**	**15**
C	**1**	**0**	**3**

La función z con las restricciones propuesta alcanza su valor máximo en el punto A(–1, 6), y el mínimo en el punto C(1, 0)