

MATEMÁTICAS 1º BACH. C. N. Y S.
Trigonometría y Complejos (Recuperación)

12 de diciembre de 2006

- 1) Demostrar que: $\frac{1+\tan^2 x}{\tan^2 x} = \operatorname{cosec}^2 x$
- 2) Resolver: $\cos 2x + \cos x = 0$
- 3) Resolver un triángulo del que conocemos $a = 6$, $b = 8$ y $C = 60^\circ$.
- 4) Calcular $(-\sqrt{3} + i)^{11}$, dando el resultado final en forma polar, trigonométrica, binómica y cartesiana.
- 5) Calcular las raíces sextas de $-i$.

$$\textcircled{1} \quad \frac{1+\tan^2 x}{\tan^2 x} = \frac{1+\cancel{\tan^2 x}}{\cancel{\tan^2 x}} = \frac{1}{\tan^2 x} = \boxed{\operatorname{cosec}^2 x}$$

$$\textcircled{2} \quad \cos^2 x + \cos x = 0 \Rightarrow \cos^2 x - \cos^2 x + \cos x = 0 \Rightarrow \cos^2 x - (1 - \cos^2 x) + \cos x = 0 \\ \Rightarrow \cos^2 x - 1 + \cos^2 x + \cos x = 0 \Rightarrow 2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0 \Rightarrow \cos x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{4} = \\ = \frac{-1 \pm 3}{4} = \begin{cases} -1 & \Rightarrow x = 180^\circ + 360^\circ k, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{1}{2} & \Rightarrow x = \pm 60^\circ + 360^\circ k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \quad \text{T. seno: } c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos C} = \sqrt{36 + 64 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{100 - 48} = \sqrt{52} \approx 7,21 \\ \text{En el caso de 2 sols y el círculo comprendido hay sol. sencilla. Buscamos la} \\ \text{solución por el T. del seno: } b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B \Rightarrow 2ac \cos B = a^2 + c^2 - b^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{36 + 52 - 64}{2 \cdot 6 \cdot \sqrt{52}} \Rightarrow B = 73,90^\circ = 73^\circ 53' 52,4''$$

$$\textcircled{4} \quad \text{En el caso de 2 sols y el círculo comprendido hay sol. sencilla. Buscamos la} \\ \text{solución por el T. del seno: } z = -\sqrt{3} + i \Rightarrow |z| = \sqrt{3+1} = 2; \quad \begin{array}{l} \text{2º cuadrante} \\ \text{2º cuad.} \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \tan x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = 30^\circ \\ \Rightarrow \alpha = 150^\circ \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow A = 180^\circ - B - C = 46,10^\circ = 46^\circ 6' 56,1''$$

$$\Rightarrow z = 2_{150^\circ} \Rightarrow z'' = (2_{150^\circ})'' = (2'')_{150^\circ, 11} = 2068_{150^\circ} = 2068_{210^\circ} \quad \underline{\text{Polar}}$$

Trigonométrica: $z'' = 2068(\cos 210 + i \operatorname{sen} 210)$

Binómica: $z'' = 2068\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + i\left(-\frac{1}{2}\right)\right) = -1026\sqrt{3} - 1026i$

Cartesiana: $z'' = (-1026\sqrt{3}, -1026)$

$\textcircled{5} \quad -i = 1_{270^\circ} \Rightarrow$ Móndulo de las raíces: $\sqrt[6]{1} = 1$. Argumentos:

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \frac{270}{6} = 45 \Rightarrow 145^\circ \\ \beta_2 &= \frac{270}{6} + \frac{360}{6} = 105 \Rightarrow 105^\circ \\ \beta_3 &= \frac{270}{6} + 1 \cdot \frac{360}{6} = 165 \Rightarrow 165^\circ \\ \beta_4 &= \frac{270}{6} + 3 \cdot \frac{360}{6} = 225 \Rightarrow 225^\circ \\ \beta_5 &= \frac{270}{6} + 4 \cdot \frac{360}{6} = 285 \Rightarrow 285^\circ \\ \beta_6 &= \frac{270}{6} + 5 \cdot \frac{360}{6} = 345 \Rightarrow 345^\circ \end{aligned}$$