Atención: *Los resultados serán válidos sólo cuando los razonamientos empleados se incluyan. Todos los problemas valen 2 puntos. Los resultados deben simplificarse.*

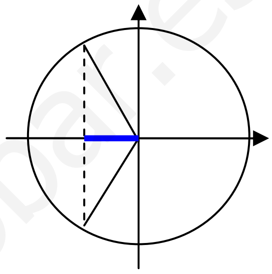
1) Sabiendo que $\alpha > 180º$ y que $\cos\alpha = -1/3$, calcular el resto de razones trigonométricas de α sin usar la calculadora. Posteriormente, decir el valor de α en grados, minutos y segundos, ayudándose de la calculadora.
2) Resolver un triángulo del que conocemos: $a = 10m$; $b = 7m$; $B = 30º$, hallando todas las soluciones posibles.
3) Sin usar la calculadora, hallar el valor de: a) cos 5910º; b) sen (–4350º)
4) Demostrar la siguiente identidad: $\dfrac{\cos^2\alpha - \text{sen}^2\alpha}{\cos^4\alpha - \text{sen}^4\alpha} = 1$
5) El punto más alto de una elevación se ve, desde un punto del suelo, bajo un ángulo de 60º. Alejándose 40 *m* en línea recta con la base de dicha elevación, se ve bajo un ángulo de 30º. Averiguar la altura de la elevación.

SOLUCIONES

1) Sabiendo que $\alpha > 180^o$ y que $\cos\alpha = -1/3$, calcular el resto de razones trigonométricas de α sin usar la calculadora. Posteriormente, decir el valor de α en grados, minutos y segundos, ayudándose de la calculadora.

Si $\alpha > 180^o$ y $\cos\alpha < 0 \Rightarrow \alpha$ está en el tercer cuadrante. Pues bien:
Como $\operatorname{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \operatorname{sen}^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha = 1 - (-1/3)^2 = 1 - 1/9 = 8/9 \Rightarrow$
$\operatorname{sen}\alpha = -\sqrt{8/9} = -\sqrt{8}/3 = -2\sqrt{2}/3$, negativo por ser del tercer cuadrante.

Por tanto, como $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} = \dfrac{-\dfrac{\sqrt{8}}{3}}{-\dfrac{1}{3}} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$



Las otras razones son: $\operatorname{cosec}\alpha = \dfrac{1}{\operatorname{sen}\alpha} = \dfrac{1}{-\dfrac{\sqrt{8}}{3}} = -\dfrac{3}{\sqrt{8}}$;

$\sec\alpha = \dfrac{1}{\cos\alpha} = \dfrac{1}{-\dfrac{1}{3}} = -3$; $\operatorname{cotg}\alpha = \dfrac{1}{\operatorname{tg}\alpha} = \dfrac{1}{\sqrt{8}} = \dfrac{1}{2\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$

Por último, como $\cos\alpha = -1/3$, con la calculadora obtenemos que: $\alpha = 109{,}47^o$. Trasladándolo al tercer cuadrante: $180^o - 109{,}47^o = 70{,}53^o \Rightarrow \alpha = 180^o + 70{,}53^o = 250{,}53^o =$ 250º 31' 44" (Ver figura).

2) Resolver un triángulo del que conocemos: $a = 10m$; $b = 7m$; $B = 30^o$, hallando todas las soluciones posibles.

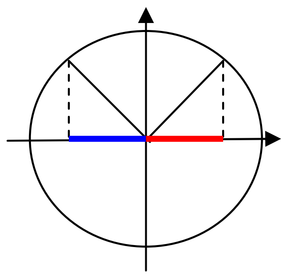
Como conocemos dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos, usamos el Teorema del Seno:

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} \Rightarrow \operatorname{sen} A = \frac{a \operatorname{sen} B}{b} = \frac{10 \operatorname{sen} 30}{7} \Rightarrow$$

$\Rightarrow A = 45{,}58^o$ ó $A = 180^o - 45{,}58^o = 134{,}41^o$ (dos soluciones válidas).

- Si $A = 45{,}58^o \Rightarrow C = 180^o - 45{,}58^o - 30^o = 104{,}42^o$. Y además:
  $$\frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C} \Rightarrow c = \frac{b \operatorname{sen} C}{\operatorname{sen} B} = \frac{7 \operatorname{sen} 104{,}42^o}{\operatorname{sen} 30^o} = 13{,}56\ m$$
- Si $A = 134{,}41^o \Rightarrow C = 180^o - 134{,}41^o - 30^o = 15{,}58^o$. De modo que:
  $$\frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C} \Rightarrow c = \frac{b \operatorname{sen} C}{\operatorname{sen} B} = \frac{7 \operatorname{sen} 15{,}58^o}{\operatorname{sen} 30^o} = 3{,}76\ m$$

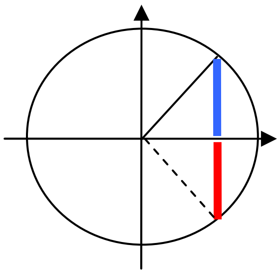
3) Sin usar la calculadora, hallar el valor de: a) $\cos 5910^o$; b) $\operatorname{sen}(-4350^o)$.



Dividiendo 5910 entre 360 se obtiene 16 de cociente y 150 de resto. Es decir: $5910^o = 360^o \cdot 16 + 150^o$. Luego 5910^o coincide, sobre la circunferencia, con 150^o, después de dar 16 vueltas. Por tanto, $\cos 5910^o = \cos 150^o$.

Además $\cos 150^o = -\cos(180 - 150^o) = -\cos 30^o = -\sqrt{3}/2$

De la misma forma, $4350 = 360 \cdot 12 + 30^o \Rightarrow -4350^o$ coincide con -30^o, después de 12 vueltas en sentido negativo. Y



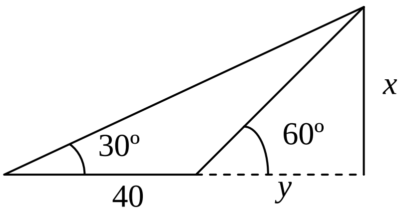
además, por tratarse de un ángulo del 4º cuadrante: sen(–4350º) = sen(–30º) = –sen(30º) = $-\frac{1}{2}$.

4) Demostrar la siguiente identidad: $\frac{\cos^2\alpha-\operatorname{sen}^2\alpha}{\cos^4\alpha-\operatorname{sen}^4\alpha}=1$.

$$\frac{\cos^2\alpha-\operatorname{sen}^2\alpha}{\cos^4\alpha-\operatorname{sen}^4\alpha}=\frac{\cos^2\alpha-\operatorname{sen}^2\alpha}{(\cos^2\alpha)^2-(\operatorname{sen}^2\alpha)^2}=\frac{\cos^2\alpha-\operatorname{sen}^2\alpha}{(\cos^2\alpha-\operatorname{sen}^2\alpha)(\cos^2\alpha+\operatorname{sen}^2\alpha)}=$$

$$=\frac{1}{\cos^2\alpha+\operatorname{sen}^2\alpha}=\frac{1}{1}=1$$

5) El punto más alto de una elevación se ve, desde un punto del suelo, bajo un ángulo de 60º. Alejándose 40 *m* en línea recta con la base de dicha elevación, se ve bajo un ángulo de 30º. Averiguar la altura de la elevación.



En el triángulo rectángulo cuyos catetos son x e y, deducimos:

$$\text{tg } 60^\circ=\frac{x}{y}\ \Rightarrow\ x=y\text{ tg }60^\circ \qquad (1)$$

En el triángulo rectángulo cuyos catetos son x y $20+y$, se tiene:

$$\text{tg } 30^\circ=\frac{x}{40+y}\ \Rightarrow\ x=(40+y)\text{ tg }30^\circ$$

Igualando:

y tg 60º = (40 + y) tg 30º = 40 tg 30º + y tg 30º $\Rightarrow$ y tg 60º – y tg 30º = 40 tg 30º $\Rightarrow$

$$\Rightarrow\ y(\text{tg }60^\circ-\text{tg }30^\circ)=40\text{ tg }30^\circ\ \Rightarrow\ y=\frac{40\text{ tg }30^\circ}{\text{tg }60^\circ-\text{tg }30^\circ}=20$$

Sustituyendo en (1): x = 20 tg 60º = 34,64 *m*