ejercicios y problemas de PROGRESIONES ARITMÉTRICAS Y GEOMÉTRICAS

1. Halla los términos a_1, a_2 y a_{10} de las siguientes sucesiones, cuyo término general se da:

	a_n	a_1	a_2	a_{10}
a)	$= 2n - 1$			
b)	$= \frac{4n-3}{2}$			
c)	$= n^2 - 3n + 5$			
d)	$= 2^{\ -1}$			
e)	$= (-3)$			

2. Calcula el término general de las siguientes sucesiones:

sucesión	***término general***
a) 5, 7, 9, 11, 13…	
b) 1/3, 1/4, 1/5, 1/6…	
c) 1, 0, -1, -2, -3…	
d) 1, 4, 9, 16, 25, 36…	
e) 2, 5, 10, 17, 26, 37…	
f) -1, 2, -3, 4, -5…	

3. Escribe dos términos más en cada una de las siguientes sucesiones, e indica cuáles son progresiones aritméticas, y cuáles geométricas:

sucesión	a_5	a_6	***¿PA o PG?***
a) 1,6; 2; 2,4; 2,8…			
b) 18/2, 1/4, 1/8, 1/16…			
c) 9, 7, 5, 3…			
d) 1/3, 1/6, 1/12, 1/24…			
e) 80, 8, 0.8, 0.08…			
f) 8, 4, 0, -4…			

4. Calcula la diferencia y el término general de las siguientes Progresiones Aritméticas, de las que conocemos algunos términos:

datos		d	a_n
$a_1 = -1$	$a_3 = 3$		
$a_1 = -2$	$a_5 = -14$		

5. Conociendo algunos términos de una Progresión Geométrica, calcula la razón y el término general:

datos		r	a_n
$a_1 = 4$	$a_5 = 64$		
$a_1 = 3$	$a_5 = 0,0003$		

6. Halla la suma de todos los números impares menores de 100.

7. Un reloj de pared da campanadas a la hora en punto, a las medias y a los cuartos. A las horas en punto da tantas campanadas como la hora que se cumple; es decir, por ejemplo, da 5 campanadas a las 5 de la tarde. A las medias y a los cuartos da una sola campanada como señal. ¿Cuántas campanadas da en un día?

8. Calcula el número de pisos de un edificio de oficinas, sabiendo que la primera planta tiene una altura de 4m, que la azotea está a 37 m del suelo, y que la altura de cada piso es de 2,75m.

9. Una nadadora entrenó todos los días durante tres semanas. El primer día nadó 15 minutos, y cada día nadaba 5 minutos más que el día anterior. ¿Cuánto tiempo nadó el último día? ¿Y a lo largo de las tres semanas?

10. Un estudiante trabaja de cartero para ayudarse con sus estudios. Cada día es capaz de repartir 30 cartas más que el día anterior. En el vigésimo día repartió 2.285 cartas:

a) ¿Cuántas cartas repartió el primer día? ¿Y el décimo?
b) ¿En qué día repartió 2165 cartas?
c) Calcula cuántas cartas repartió hasta el día 15.

11. El tercer término de una Progresión Geométrica es 12, y la razón, 5; calcula la suma de los 10 primeros términos.

12. Una pequeña ciudad tiene 29.524 habitantes. Uno de ellos se entera de una noticia. Al cabo de una hora la ha comunicado a tres de sus vecinos. Cada uno de estos, la transmite en una hora a otros tres de sus vecinos que desconocen la noticia. Éstos repiten la comunicación en las mismas condiciones. ¿Cuánto tiempo tardarán en enterarse todos los habitantes de la ciudad?

13. He decidido ahorrar dinero, 2 euros para empezar, y 20 céntimos cada día. Y me pregunto cuánto dinero tendré al cabo de un mes (30 días)

14. Mi prima Ángela ha vuelto encantada de sus vacaciones, y ha compartido con 30 amigos las fotos en una red social. Cada uno de ellos, a su vez, las ha compartido con otros 30, y así sucesivamente. ¿Cuántas personas pueden ver las fotos de las vacaciones de mi prima, si se han compartido hasta el 10º grado de amistad?

SOLUCIONES

1.

	a_n	a_1	a_2	a_{10}
a)	$a \ = 2n - 1$	$a_1 = 1$	$a_2 = 3$	$a_{10} = 19$
b)	$a \ = \frac{4n-3}{2}$	$a_1 = \frac{1}{2}$	$a_2 = \frac{5}{2}$	$a_{10} = \frac{37}{2}$
c)	$a \ = n^2 - 3n + 5$	$a_1 = 3$	$a_2 = 3$	$a_{10} = 75$
d)	$a \ = 2^{\ -1}$	$a_1 = 1$	$a_2 = 2$	$a_{10} = 512$
e)	$a \ = (-3)$	$a_1 = -3$	$a_2 = 39$	$a_{10} = 59049$

2.

sucesión	***término general***
a) 5, 7, 9, 11, 13…	$a \ = 2n + 3$
b) 1/3, 1/4, 1/5, 1/6…	$a \ = \frac{1}{n+2}$
c) 1, 0, -1, -2, -3…	$a \ = -n + 2$
d) 1, 4, 9, 16, 25, 36…	$a \ = n^2$
e) 2, 5, 10, 17, 26, 37…	$a \ = n^2 + 1$
f) -1, 2, -3, 4, -5…	$a \ = (-1) \ \cdot n$

3.

sucesión	a_5	a_6	***¿PA o PG?***
a) 1,6; 2; 2,4; 2,8…	3,2	3,6	PA
b) 18/2, 1/4, 1/8, 1/16…	1/32	1/64	PG
c) 9, 7, 5, 3…	1	-1	PA
d) 1/3, 1/6, 1/12, 1/24…	1/48	1/96	PG
e) 80, 8, 0.8, 0.08…	0,008	0,0008	PG
f) 8, 4, 0, -4…	-8	-12	PA

4.

datos		d	a_n
$a_1 = -1$	$a_3 = 3$	$d = 2$	$a \ = 2n - 3$
$a_1 = -2$	$a_5 = -14$	$d = -3$	$a \ = 1 - 3n$

5. Conociendo algunos términos de una Progresión Geométrica, calcula la razón y el término general:

datos		$\boldsymbol{r}$	$\boldsymbol{a_n}$
$\boldsymbol{a_1 = 4}$	$\boldsymbol{a_5 = 64}$	$r = 2$	$a \quad = 2 \;^{+1}$
$\boldsymbol{a_1 = 3}$	$\boldsymbol{a_5 = 0,0003}$	$r = \frac{1}{10}$	$a \quad = 3 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^{-1}$

6. ***SOLUCIÓN***: $S_{50} = \frac{1+99}{2} \cdot 50 = 2500$

7. ***SOLUCIÓN***: $S_{12} = \left(\frac{a_1+a_{12}}{2}\right) \cdot 12 = \frac{4+15}{2} \cdot 12 = 114$ *en doce horas; en 1 día, el doble: 228 campanadas.*

8. ***SOLUCIÓN***: *13 pisos*

9. ***SOLUCIÓN****: el día 21 nadó 115 minutos; a lo largo de los 21 días nadó 1365 minutos.*

10. ***SOLUCIÓNES***:

a) *El primer día, 1715 cartas; y el décimo, 1985 cartas.*
b) *El día 16.*
c) *28875 cartas.*

11. ***SOLUCIÓN***: $S_{10} = 3069$

12. ***SOLUCIÓN***: $S \quad = \frac{r \cdot a_n - a_1}{r-1} = \frac{3 \cdot 3^{n-1} - 1}{3-1} = 29524; n = 10;$ *en 9 horas*

13. ***SOLUCIÓN:***

$a_{30} = 2 + 29 \cdot 0.2 = 2 + 5.8 = 7.8\, euros$ tendré el último día del mes.

$\boldsymbol{S_{30} = \frac{2+7.8}{2} \cdot 30 = 15 \cdot 9.8 = 147}$ euros tendré acumulados, en total, al final del mes.

14. ***SOLUCIÓN:*** Con los datos son:

$a_1 = 30$
$r = 30$
$n = 10$

$S_{10} = \frac{a_1 \cdot (r^n - 1)}{r-1} = \frac{30 \cdot (30^{10} - 1)}{10-1} = \frac{30 \cdot 30^{10} - 30}{9} = \frac{30^{11} - 30}{9} = \frac{17714700000000000 - 30}{9} = 1968299999999996{,}67$ personas