1. Resuelve:

$$cos^2\frac{x}{2} + cosx - \frac{1}{2} = 0$$

2. Demuestra la siguiente identidad trigonométrica:

$$sen2\alpha.cos\alpha - sen\alpha.cos2\alpha = sen\alpha$$

3. Si $cos\alpha = -\frac{1}{4}$ $y\ \alpha < \pi$, halla:

$$a)sen\alpha \qquad b)\cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) \qquad c)tg\frac{\alpha}{2} \qquad d)sen(\frac{\pi}{6} - \alpha)$$

4. Desde un punto del suelo mmedimos el ángulo bajo el que se ve un edidificio y obtenemos 40º. Nos alejamos 30 m y el ángulo es ahora de 28º. Calcula la altura del edificio y la distancia desde la que se hizo la primera observación.

① $\cos^2\frac{x}{2} + \cos x - \frac{1}{2} = 0$ Como $\cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$

$\left(\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}\right)^{\cancel{2}} + \cos x - \frac{1}{2} = 0;\quad \frac{1+\cos x}{\cancel{2}} + \frac{2\cos x}{\cancel{2}} - \frac{1}{\cancel{2}} = 0;$

$3\cos x = 0;\quad \cos x = 0\ ;\ x = \operatorname{Arccos} 0 = \begin{cases} 90^\circ \\ 270^\circ \end{cases} + 360^\circ k,\ k\in\mathbb{Z}$

② $\operatorname{Sen} 2\alpha \cdot \cos\alpha - \operatorname{Sen}\alpha \cdot \cos 2\alpha = \operatorname{Sen}\alpha.$

Como $\begin{cases} \operatorname{Sen} 2\alpha = 2\operatorname{Sen}\alpha\cos\alpha \\ \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \operatorname{Sen}^2\alpha \end{cases}$ Sustituimos en el primer miembro de la identidad

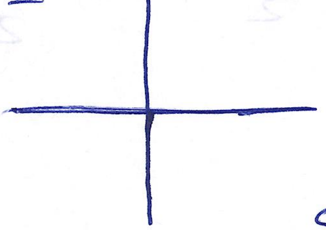
$2\operatorname{Sen}\alpha\cos\alpha \cdot \cos\alpha - \operatorname{Sen}\alpha(\cos^2\alpha - \operatorname{Sen}^2\alpha) = 2\operatorname{Sen}\alpha\cos^2\alpha - \operatorname{Sen}\alpha\cos^2\alpha$

$+ \operatorname{sen}^3\alpha = \operatorname{Sen}\alpha\cos^2\alpha + \operatorname{Sen}^3\alpha = \operatorname{Sen}\alpha \cdot (\underbrace{\cos^2\alpha + \operatorname{Sen}^2\alpha}_{1}) =$

$= \operatorname{Sen}\alpha$ (Como queríamos demostrar)

③ $\cos\alpha = -\frac{1}{4}$ y $\alpha < \pi \Rightarrow$ Estamos en el 2º cuadrante.

II



a) $\operatorname{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1;\ \operatorname{Sen}^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha;$

$\operatorname{sen}^2\alpha = 1 - \left(-\frac{1}{4}\right)^2 = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$

$\operatorname{Sen}\alpha = \sqrt{\frac{15}{16}}\ ;\ \boxed{\operatorname{Sen}\alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}}$

b) $\boxed{\cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)} = \cos\frac{\pi}{3} \cdot \cos\alpha - \operatorname{Sen}\frac{\pi}{3} \cdot \operatorname{Sen}\alpha = \frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{1}{4}\right) - \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{15}}{4} =$

$= -\frac{1}{8} - \frac{\sqrt{45}}{8} = \frac{-1-\sqrt{45}}{8} = \boxed{\frac{-1-3\sqrt{5}}{8}}$

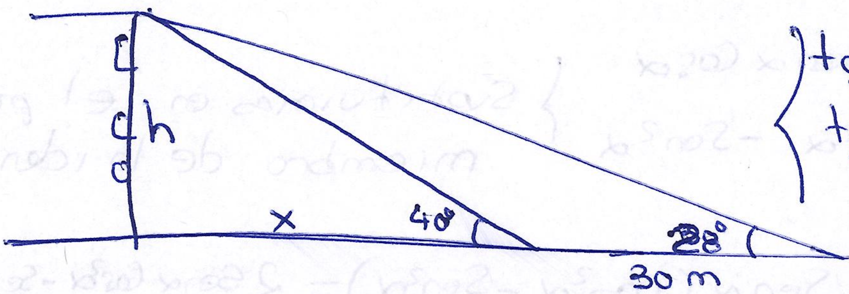
c) $tg\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}$ → Si $\alpha < \pi \Rightarrow \frac{\alpha}{2} < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\alpha}{2}$ está en el 1er cuadrante $\Rightarrow tg\alpha > 0$

$$\boxed{tg\frac{\alpha}{2} = +\sqrt{\frac{1+\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{4}}} = +\sqrt{\frac{5/4}{3/4}} = +\sqrt{5/3} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}}$$

d) $\mathrm{Sen}\left(\frac{\pi}{6}-\alpha\right) = \mathrm{Sen}\frac{\pi}{6}\cos\alpha + \cos\frac{\pi}{6}\cdot\mathrm{sen}\,\alpha =$

$$= \frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{1}{4}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{15}}{4} = -\frac{1}{8} + \frac{\sqrt{45}}{8} = \boxed{\frac{-1+3\sqrt{5}}{8}}$$

4)



$$\begin{cases} tg\,40° = \frac{h}{x} \rightarrow \boxed{h = x\cdot tg\,40°} \\ tg\,28° = \frac{h}{x+30} \end{cases}$$

$tg\,28° = \frac{x\cdot tg\,40°}{x+30}$; $tg\,28°(x+30) = x\,tg\,40°$; $x\,tg\,28° + 30\,tg\,28° = x\,tg\,40°$

$0'53171x + 15'951 = 0'8391x$; $\boxed{x = 51'892\ m}$

$\boxed{h = 51'892\cdot tg\,40° = 43'543\ m}$