

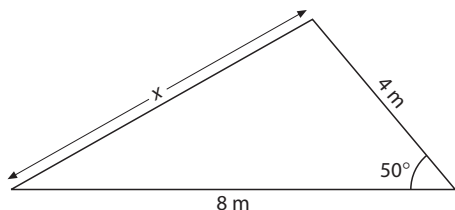
**1** Si el ángulo  $\alpha$  pertenece al segundo cuadrante y  $\operatorname{sen} \alpha = 1/3$ :

- a)  $\operatorname{sen} 2\alpha = 2/3$
- b)  $\operatorname{sen} 2\alpha = -4\sqrt{2}/9$
- c)  $\operatorname{sen} 2\alpha = 4\sqrt{2}/9$

**2** Sabiendo que  $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = 4$  y  $\operatorname{tg} \alpha = 2$ :

- a)  $\operatorname{tg} \beta = 2/9$
- b)  $\operatorname{tg} \beta = 2$
- c)  $\operatorname{tg} \beta = 1/2$

**3** En el triángulo de la figura, calcula  $x$ .

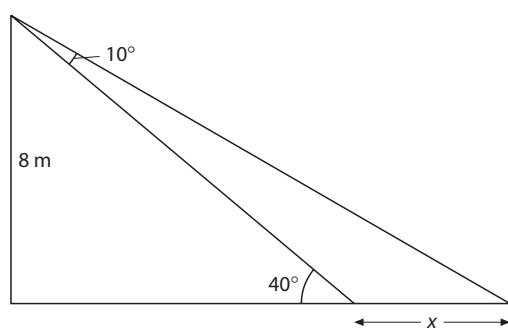


- a)  $x \cong 4,77$  cm
- b)  $x \cong 6,23$  cm
- c)  $x \cong 11$  cm

**4** En un triángulo  $a = 8$ ,  $c = 6$  y  $C = 30^\circ$ . Calcula  $A$ .

- a)  $A \cong 41,81^\circ$
- b)  $A \cong 41,81^\circ$  o  $138,19^\circ$
- c)  $A \cong 41,81^\circ$  o  $48,19^\circ$

**5** A partir de la figura, calcula  $x$ .



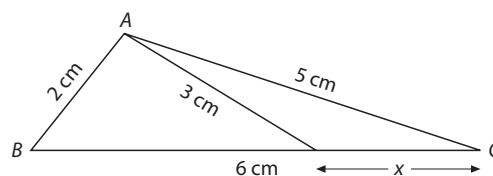
- a)  $x \cong 1,79$  m
- b)  $x \cong 6,71$  m
- c)  $x \cong 4,32$  m

**6** Al simplificar la expresión siguiente, se obtiene:

$$\frac{\operatorname{sen}(\pi + \alpha) \cdot \cos 2\alpha}{\cos(3\pi/2 + \alpha) \cdot (1 - \operatorname{cotg}^2 \alpha)}$$

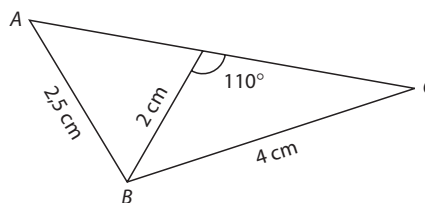
- a)  $\operatorname{sen}^2 \alpha$
- b)  $\cos \alpha$
- c)  $\operatorname{tg} 2\alpha$

**7** En el triángulo de la figura, calcula el valor de  $x$  en centímetros.



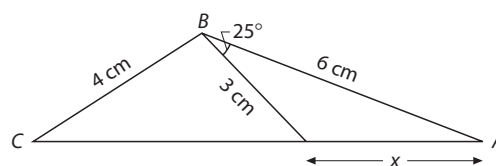
- a)  $x \cong 1,7$  cm
- b)  $x \cong 2,2$  cm
- c)  $x \cong 1,5$  cm

**8** En el triángulo de la figura, calcula el valor de  $AC$  en centímetros.



- a)  $AC \cong 5,4$  cm
- b)  $AC \cong 5,18$  cm
- c)  $AC \cong 7,3$  cm

**9** En el triángulo de la figura, calcula el valor de  $x$  en centímetros.



- a)  $x = 3,52$  cm
- b)  $x = 8,96$  cm
- c)  $x = 2,23$  cm

**10** Halla el valor de la siguiente diferencia de cosenos:  
 $\cos 165^\circ - \cos 75^\circ$ .

- a)  $-\frac{\sqrt{6}}{2}$
- b)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- c)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

# Solución

(Se indican con ► las respuestas correctas)

- 1** Si el ángulo  $\alpha$  pertenece al segundo cuadrante y  $\text{sen } \alpha = 1/3$ :

a)  $\text{sen } 2\alpha = 2/3$

► b)  $\text{sen } 2\alpha = -4\sqrt{2}/9$

c)  $\text{sen } 2\alpha = 4\sqrt{2}/9$

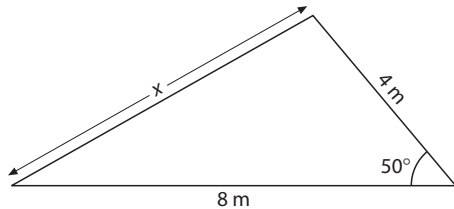
- 2** Sabiendo que  $\text{tg } (\alpha + \beta) = 4$  y  $\text{tg } \alpha = 2$ :

► a)  $\text{tg } \beta = 2/9$

b)  $\text{tg } \beta = 2$

c)  $\text{tg } \beta = 1/2$

- 3** En el triángulo de la figura, calcula  $x$ .



a)  $x = 4,77$  cm   ► b)  $x = 6,23$  cm   c)  $x = 11$  cm

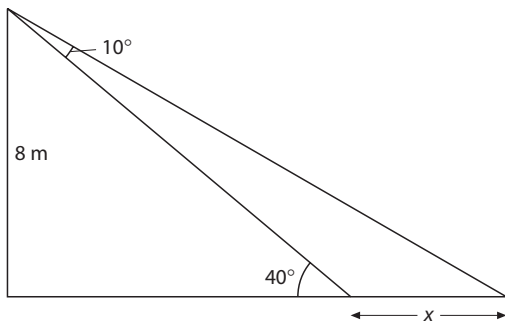
- 4** En un triángulo  $a = 8$ ,  $c = 6$  y  $C = 30^\circ$ . Calcula  $A$ .

a)  $A \cong 41,81^\circ$

► b)  $A \cong 41,81^\circ$  o  $138,19^\circ$

c)  $A \cong 41,81^\circ$  o  $48,19^\circ$

- 5** A partir de la figura, calcula  $x$ .



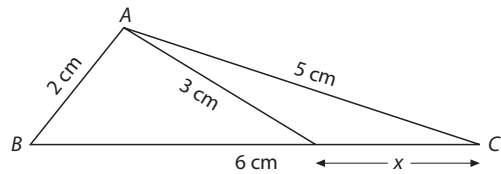
a)  $x \cong 1,79$  m   b)  $x \cong 6,71$  m   ► c)  $x \cong 4,32$  m

- 6** Al simplificar la expresión siguiente, se obtiene:

$$\frac{\text{sen } (\pi + \alpha) \cdot \cos 2\alpha}{\cos (3\pi/2 + \alpha) \cdot (1 - \cotg^2 \alpha)}$$

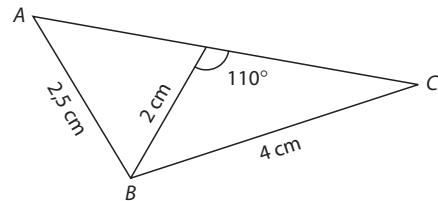
► a)  $\text{sen}^2 \alpha$    b)  $\cos \alpha$    c)  $\text{tg } 2\alpha$

- 7** En el triángulo de la figura, calcula el valor de  $x$  en centímetros.



a)  $x \cong 1,7$  cm   ► b)  $x \cong 2,2$  cm   c)  $x \cong 1,5$  cm

- 8** En el triángulo de la figura, calcula el valor de  $AC$  en centímetros.

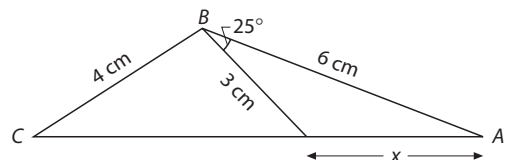


a)  $AC \cong 5,4$  cm

► b)  $AC \cong 5,18$  cm

c)  $AC \cong 7,3$  cm

- 9** En el triángulo de la figura, calcula el valor de  $x$  en centímetros.



► a)  $x = 3,52$  cm   b)  $x = 8,96$  cm   c)  $x = 2,23$  cm

- 10** Halla el valor de la siguiente diferencia de cosenos:  $\cos 165^\circ - \cos 75^\circ$ .

► a)  $-\frac{\sqrt{6}}{2}$

b)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

c)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

# Resolución de triángulos

---

**1** Escribe las expresiones para las razones trigonométricas de la suma de ángulos:

$$\text{sen } (\alpha + \beta) =$$

$$\text{cos } (\alpha + \beta) =$$

$$\text{tg } (\alpha + \beta) =$$

**2** Escribe las expresiones para las razones trigonométricas del ángulo doble de un ángulo  $\alpha$

$$\text{sen } 2\alpha =$$

$$\text{cos } 2\alpha =$$

$$\text{tg } 2\alpha =$$

**3** Deduce a partir de estas las expresiones para las razones trigonométricas del ángulo mitad de un ángulo  $\alpha$

$$\text{sen } \left(\frac{\alpha}{2}\right) =$$

$$\text{cos } \left(\frac{\alpha}{2}\right) =$$

$$\text{tg } \left(\frac{\alpha}{2}\right) =$$

**4** Si un ángulo  $\alpha$  pertenece al tercer cuadrante, ¿cuál será el signo de las razones trigonométricas de su ángulo mitad? ¿Y si pertenece al segundo? ¿Y si pertenece al cuarto?

---

---

---

**5** Enuncia el teorema del seno

---

---

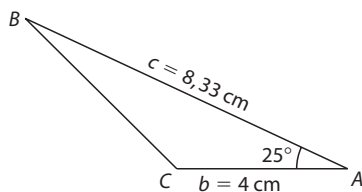
**6** Enuncia el teorema del coseno

---

---

# Actividades complementarias

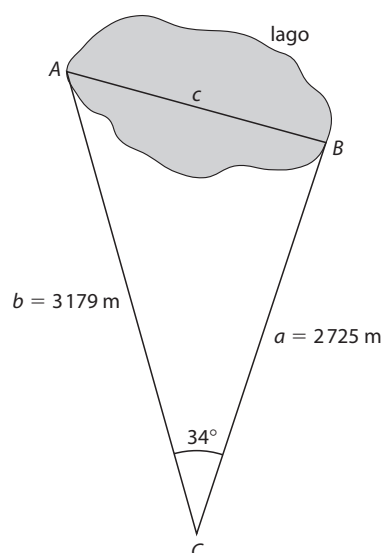
- 1 En el momento de marcar Brasil el último gol a Alemania, en la final de la Copa del Mundo de Corea-Japón, Ronaldo estaba situado a 15 m del poste izquierdo y a 14 m del derecho y veía la portería bajo un ángulo de  $30^\circ$ . Calcula la distancia del jugador a la línea de gol.
- 2 Calcula el perímetro de un pentágono regular inscrito en una circunferencia de 7,5 cm de radio.
- 3 Calcula los ángulos de un rombo sabiendo que sus diagonales miden 20 cm y 40 cm.
- 4 Si el ángulo central de una circunferencia es de  $33^\circ 48'$  y su radio de 5 m, calcula la longitud de la cuerda y del arco de circunferencia que determina.
- 5 Dos coches salen del mismo punto en el mismo instante por dos carreteras que forman  $45^\circ$ . Si la velocidad de los coches es de 80 km/h, calcula qué distancia los separa al cabo de una hora y media.
- 6 Desde dos puntos A y B separados 500 metros se dirigen dos visuales a un avión. El observador situado en A ve el avión bajo un ángulo de  $47^\circ$  y el observador situado en B bajo un ángulo de  $50^\circ$ . ¿A qué altura vuela el avión? (A, B y el avión están en el mismo plano vertical).
- 7 En la figura siguiente, ¿cuánto vale BC?



- 8 Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{1 + \sec 2\alpha}{\operatorname{tg} 2\alpha} - \frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta}{\operatorname{sen}(\alpha - \beta)}$$

- 9 La resultante de dos fuerzas de 56 N y 23 N es 65 N.
  - a) ¿Qué ángulo forman las fuerzas?
  - b) ¿Qué ángulo crees que deberían formar para tener una resultante de 79 N?
- 10 Para calcular la anchura, AB, de un lago, se dirigen sendas visuales desde el punto C a A y a B. Sabiendo que las visuales forman un ángulo de  $34^\circ$  y observando los datos del dibujo, calcula la anchura del lago.



# SOLUCIONES

## 1. Trigonometría II

- 1** Escribe las expresiones para las razones trigonométricas de la suma de ángulos.

$$\operatorname{sen}(\alpha + \beta) = \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta$$

$$\operatorname{cos}(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \operatorname{sen} \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

- 2** Escribe las expresiones para las razones trigonométricas del ángulo doble de un ángulo  $\alpha$ .

$$\operatorname{sen} 2\alpha = 2 \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\operatorname{cos} 2\alpha = \cos^2 \alpha - \operatorname{sen}^2 \alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

- 3** Deduce a partir de estas, las expresiones para las razones trigonométricas del ángulo mitad de un ángulo  $\alpha$ .

$$\operatorname{sen} \left( \frac{\alpha}{2} \right) = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$$

$$\operatorname{cos} \left( \frac{\alpha}{2} \right) = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$$

$$\operatorname{tg} \left( \frac{\alpha}{2} \right) = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$$

- 4** Si un ángulo  $\alpha$  pertenece al tercer cuadrante, ¿cuál será el signo de las razones trigonométricas de su ángulo mitad? ¿Y si pertenece al segundo? ¿Y si pertenece al cuarto? Si  $\alpha$  pertenece al tercer cuadrante,  $\alpha/2$  pertenece al segundo, por lo que el seno será positivo y el coseno y la tangente negativos. De manera análoga si  $\alpha$  pertenece al segundo cuadrante,  $\alpha/2$  pertenece al primero, por tanto, todas las razones son positivas. Si el ángulo  $\alpha$  es del cuarto cuadrante, las razones trigonométricas de  $\alpha/2$  serán negativas el seno y la tangente y positivo el coseno.

- 5** Enuncia el teorema del seno: en un triángulo cualquiera, las longitudes de los lados son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos:

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C}$$

- 6** Enuncia el teorema del coseno: en un triángulo cualquiera, un lado elevado al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos menos el doble de su producto por el coseno del ángulo que forman.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

## 2. Actividades complementarias

- 1**  $d \cong 13,9$  m
- 2**  $P \cong 44,1$  cm
- 3**  $\alpha \cong 126,87^\circ$  y  $\beta \cong 53,13^\circ$
- 4**  $l_{\text{cuerda}} \cong 2,91$  m,  $l_{\text{arco}} \cong 2,95$  m
- 5**  $d \cong 91,84$  km
- 6** El problema puede resolverse suponiendo que el avión está situado entre los dos observadores o fuera de la línea de unión de ambos.  
caso a:  $h \cong 282,23$  m  
caso b:  $h \cong 5352,43$  m
- 7**  $BC \cong 5$  cm
- 8**  $\operatorname{tg} \beta$
- 9** a)  $77,44^\circ$ , aproximadamente  
b)  $0^\circ$
- 10**  $AB \cong 1779,93$  m