	UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS **(LOGSE)** Curso **2003-2004** **MATERIA**: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC. SOCIALES II	Junio Septiembre R1 R2

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

INSTRUCCIONES: El examen presenta dos opciones: A y B. El alumno deberá elegir una de ellas y responder razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad gráfica o de cálculo simbólico.
TIEMPO MÁXIMO: Una hora y media.
CALIFICACIÓN: Cada ejercicio lleva indicada su puntuación máxima.

OPCIÓN **A**

1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

   Un producto se compone de la mezcla de otros dos A y B. Se tienen 500 kg de A y 500 kg de B. En la mezcla, el peso de B debe ser menor o igual que 1,5 veces el de A. Para satisfacer la demanda, la producción debe ser mayor o igual que 600 kg. Sabiendo que cada kg de A cuesta 5 euros y cada kg de B cuesta 4 euros, calcular los kg de A y B que deben emplearse para hacer una mezcla de coste mínimo, que cumpla los requisitos anteriores. Obtener dicho coste mínimo.

2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

   Calcular la integral definida
   $$\int_{-1}^{1} (|x| + x + 1)\, dx.$$
   Nota.– La notación $|x|$ representa el valor absoluto de x.

3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

   Dos expertos, E_1 y E_2, realizan peritaciones para una cierta compañía de seguros. La probabilidad de que una peritación haya sido realizada por E_1 es 0,55 y por E_2 es 0,45. Si una peritación ha sido realizada por E_1, la probabilidad de que de lugar al pago de una indemnización es 0,98 y si ha sido realizada por E_2, la probabilidad de que de lugar al pago de una indemnización es 0,90. Un siniestro ha supuesto a la compañía el pago de una indemnización. Hallar la probabilidad de que la peritación haya sido realizada por E_2.

4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

   En un servicio de atención al cliente, el tiempo de espera hasta recibir atención es una variable aleatoria normal de media 10 minutos y desviación típica 2 minutos. Se toman muestras aleatorias del tiempo de espera de los clientes que llegan en un día concreto. Se pide:

   (a) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo medio de espera de una muestra de 25 clientes no supere los 9 minutos?

   (b) ¿Cuál es la distribución de la media muestral, si se toman muestras aleatorias de 64 clientes? Especificar sus parámetros.

www.yoquieroaprobar.es

OPCIÓN **B**

1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

   Hallar todas las matrices

$$X = \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix} \quad : \quad a, b, c \in \mathbb{R}$$

   que satisfacen la ecuación matricial

$$X^2 = 2X.$$

2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

   Se considera la función real de variable real definida por

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 4}{x^2 - 1}}.$$

   (a) Determinar su dominio de definición.

   (b) Obtener sus asíntotas.

3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

   En una empresa se producen dos tipos de bombillas: halógenas y de bajo consumo, en una proporción de 3 a 4, respectivamente. La probabilidad de que una bombilla halógena sea defectuosa es 0,02 y de que una de bajo consumo sea defectuosa es 0,09. Se escoge al azar una bombilla y resulta no defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que sea halógena?

4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

   El precio de ciertos electrodomésticos puede considerarse una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica 100 euros. Los precios en euros correspondientes a una muestra de 9 de estos electrodomésticos son

255	85	120	290	80	80	275	290	135

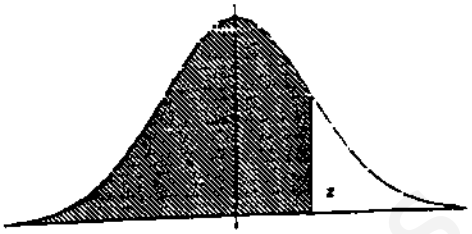
   (a) Construir un intervalo de confianza al 98% para la media poblacional.

   (b) Hallar el tamaño mínimo que debe tener la muestra, para que con un nivel de confianza del 99%, el error de estimación del precio medio no supere los 50 euros.

www.yoquieroaprobar.es

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de *z*.



z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC. SOCIALES II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

Ejercicio 1.

Obtención correcta de la función objetivo y de las restricciones: 1 punto como máximo.

Representación correcta de la región factible: 1 punto como máximo.

Obtención correcta del óptimo y del correspondiente valor de la función objetivo: 1 punto como máximo.

Ejercicio 2

Planteamiento correcto del cálculo para el término $|x|$: 1 punto como máximo.

Cálculo correcto de las primitivas: 1 punto como máximo.

Obtención del valor de la integral: 1 punto como máximo.

Ejercicio 3

Planteamiento correcto: 1 punto como máximo.

Solución correcta: 1 punto como máximo.

Ejercicio 4

(a) Obtención correcta de la probabilidad pedida: 1,5 puntos como máximo.
(b) Soluciones correctas de los valores promedio y desviación típica: 0,5 puntos como máximo.

OPCIÓN B

Ejercicio 1

Cálculo de X^2: 1 punto como máximo

Plantemiento del sistema para obtener a, b, c : 0,5 puntos como máximo.

Resolución correcta del sistema: 1 punto como máximo.

Escritura de todas las matrices solución: 0,5 puntos como máximo.

Ejercicio 2

(a) Campo de existencia: 1,5 puntos como máximo.
(b) Asíntotas verticales : 1 punto como máximo. Asíntota horizontal: 0,5 puntos como máximo.

Ejercicio 3

Planteamiento correcto: máximo 1 punto.

Obtención correcta de la probabilidad pedida: máximo 1 punto.

Ejercicio 4

(a) Obtención correcta del intervalo de confianza: 1 punto como máximo.
(b) Obtención correcta del tamaño muestral: 1 punto como máximo.

www.yoquieroaprobar.es

JUNIO

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

Ejercicio 1. 1 punto planteamiento; 1 punto resolución correcta.

Ejercicio 2. Apartado a): 0,5 puntos por las asíntotas; 0,5 puntos por máximo y mínimo. Apartado b): 1 punto.

Ejercicio 3. Apartado a): cálculo correcto de los rangos, 1 punto; discusión correcta, 0,5 puntos. Apartado b): 1,5 puntos.

Ejercicio 4. 1 punto cada apartado.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Apartado a): 1 punto. Apartado b): 0,5 puntos planteamiento, 0,5 puntos resolución correcta.

Ejercicio 2. 1 punto cada apartado.

Ejercicio 3. Apartado a): 1 punto planteamiento, 1 punto resolución correcta. Apartado b): 1 punto.

Ejercicio 4. 1 punto cada apartado.

www.yoquieroaprobar.es

OPCIÓN A — SOLUCIONES

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC. SOCIALES II — JUNIO

(1) x: Kg de A , y: Kg de B

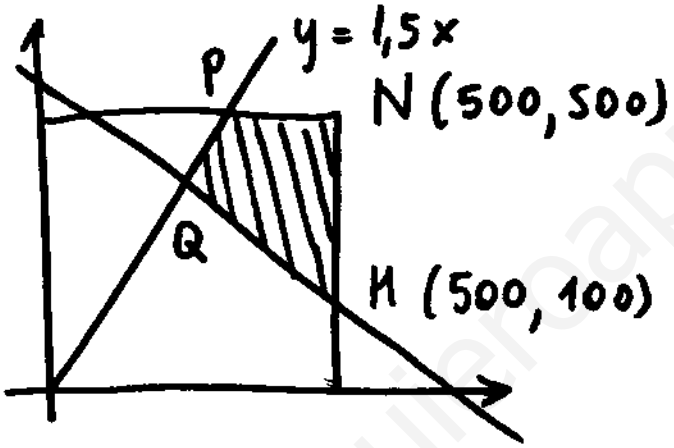
minimizar : $z = 5x + 4y$

restricciones: $y \leq 1{,}5x$

$0 \leq x \leq 500$

$0 \leq y \leq 500$

$x + y \geq 600$



$P = \left(\frac{1000}{3}, 500\right)$; $z(P) = 3666$

$Q = (240, 360)$; $z(Q) = 2640$ ← Mínimo

$M = (500, 100)$; $z(M) = 2900$

$N = (500, 500)$; $z(N) = 4500$

Deben emplearse 240 Kg de A y 360 Kg de B

(2) $\int_{-1}^{1} (|x| + x + 1)\, dx = \int_{-1}^{1} |x|\, dx + \int_{-1}^{1} (x+1)\, dx =$

$= 2\int_{0}^{1} x\, dx + \left.\frac{x^2}{2} + x\right]_{-1}^{1} = 2\left.\frac{x^2}{2}\right]_{0}^{1} + 2 = 2 \cdot \frac{1}{2} + 2 = 3$

www.yoquieroaprobar.es

OPCIÓN A

(3) $P(E1) = 0{,}55$, $P(E2) = 0{,}45$

$P(\text{Indem}/E1) = 0{,}98$

$P(\text{Indem}/E2) = 0{,}90$

$$P(E2/\text{Indem}) = \frac{P(\text{Indem}/E2) \cdot P(E2)}{P(\text{Indem}/E2) \cdot P(E2) + P(\text{Indem}/E1) \cdot P(E}$$

$$= \frac{0{,}9 \cdot 0{,}45}{0{,}9 \cdot 0{,}45 + 0{,}98 \cdot 0{,}55} = 0{,}4290$$

(4) $X \sim N(10, 2) \Rightarrow \bar{X}_n \sim N(10, 2/\sqrt{n})$

(a) $P(\bar{X}_{25} < 9) = P\left(z < \frac{9-10}{2/\sqrt{25}}\right) =$

$= P\left(z < -\frac{5}{2}\right) = 1 - P(2{,}5) = 0{,}0062$

(b) $\bar{X}_{64} \sim N(10, 2/\sqrt{64}) \equiv N(10, 0{,}25)$

www.yoquieroaprobar.es

OPCIÓN B

① $X^2 = \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2 & 0 \\ ab+cb & c^2 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix}$

Se obtiene el sistema:

$$\left.\begin{array}{l} a^2 = 2a \\ ab + cb = 2b \\ c^2 = 2c \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} a=0,\ a=2 \\ c=0,\ c=2 \end{array}$$

$a=0 \nearrow c=0 \Rightarrow b=0 \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

$a=0 \searrow c=2 \Rightarrow 2b=2b \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ b & 2 \end{pmatrix}, \ b \in \mathbb{R}$

$a=2 \nearrow c=0 \Rightarrow 2b=2b \quad \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ b & 0 \end{pmatrix}, \ b \in \mathbb{R}$

$a=2 \searrow c=2 \Rightarrow b=0 \quad \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

② (a) $\left.\begin{array}{l} x^2-4 \geq 0 \\ x^2-1 > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow |x| \geq 2$

ó bien

$\left.\begin{array}{l} x^2-4 \leq 0 \\ x^2-1 < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow |x| < 1$

Campo de existen

$(-\infty,-2] \cup (-1,1) \cup [2,$

(b) Asíntotas verticales $x=1$, $x=-1$

Asíntota horizontal $y=1$

No hay asíntotas oblicuas

www.yoquieroaprobar.es

OPCIÓN B

(3) $P(H) = 3/7$ H: halógena

$P(B) = 4/7$ B: bajo consumo

D: bombilla defectuosa

$P(D/H) = 0{,}02$, $P(D/B) = 0{,}09$

de donde $P(\bar{D}/H) = 0{,}98$, $P(\bar{D}/B) = 0{,}91$

$$P(H/\bar{D}) = \frac{P(\bar{D}/H) \cdot P(H)}{P(\bar{D}/H) \cdot P(H) + P(\bar{D}/B) \cdot P(B)} =$$

$$= \frac{0{,}98 \cdot 3/7}{0{,}98 \cdot 3/7 + 0{,}91 \cdot 4/7} = \frac{0{,}98 \cdot 3/7}{0{,}94} = 0{,}4468$$

(4) $X \sim N(\mu, 100)$

$\bar{X} = 178{,}889$, $n = 9$

(a) $1-\alpha = 0{,}98$, $\alpha/2 = 0{,}01$, $z_{0{,}01} = 2{,}33$

$$IC = \left(178{,}889 \pm 2{,}33 \frac{100}{\sqrt{9}}\right) = (101{,}22 \ , \ 256{,}56)$$

(b) $1-\alpha = 0{,}99$, $\alpha/2 = 0{,}05$, $z_{0{,}005} = 2{,}58$

$$z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < 50 \Rightarrow 2{,}58 \cdot \frac{100}{\sqrt{n}} < 50 \Rightarrow 26{,}62 < n$$

El tamaño mínimo es 27