Ejercicios de **álgebra** propuestos para practicar:

1.- Efectúa las operaciones indicadas y reduce la expresión resultante:

- a) $(x + 2)^2 - (x^2 + 4)$
- b) $(2x - 3)(2x + 3) + 2(x^2 - 3)$
- c) $(x - y)^2 + (x + y)^2 - (x - y)(x + y)$
- d) $(x + 2)(3 - x) - 2 + (x - 1)(x + 1)$
- e) $(x + 2)^2 - (x^2 + 4)$
- f) $-2 + (x + 2)(1 - x) + (x - 1)(x + 1)$

2.- Realiza las siguientes divisiones:

- a) $(x^4 + 2x^3 - x - 2) : (x^3 - 1)$
- b) $(x^4 - x^3 - x + 1) : (x + 1)$

3.- Factoriza el polinomio e indica cuales son sus raíces:

- a) $2x^4 - 10x^2 + 8x$
- b) $3x^4 + 9x^3 + 6x^2$

4.- Simplifica: a) $\frac{4x - 8}{x^2 - 4x + 4}$ b) $\frac{2x^3 + 6x^2 + 4x}{4x^3 - 4x}$

5.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

- a) $\frac{x-1}{4} = 2 - \frac{1-x}{10}$
- b) $(x+2)^2 - 4 = 0$
- c) $x(x-2) = 1$
- d) $x(2x-1)(2x+1) = 0$
- e) $\frac{x^2-2}{2} = 7$
- f) $\frac{x-3}{2} = \frac{5}{x}$
- g) $5(x^2-1) + 3 = 2(x-1)$
- h) $2(x-1)^2 - 18 = 0$
- i) $x^2(x^2+1) = 2$
- j) $\frac{x+1}{2} - \frac{x^2}{3} = x - \frac{1}{6}$
- k) $x^3 + 3x^2 - 4 = 0$
- l) $\frac{x^3-x}{2} = x^2 - 1$
- m) $(x-1)^2 - \frac{x+4}{2} = x - 1$
- n) $(x-2)(x+2) - \frac{x^2+4}{2} = \frac{x}{6} - 6$
- ñ) $(x^2-1)(x^2+1) - (2x^2-1) = -1$
- o) $(x^3+x)x - 2 = 0$
- p) $x^2(x^2-2) = 3$
- q) $x + \sqrt{7-3x} = 1$
- r) $2 + \sqrt{5x-1} = x + 3$
- s) $5 - \sqrt{x+1} = x$
- t) $5x(1-x^2) = 2(1-x^4)$
- u) $6x^3 - 7x^2 = x - 2$
- v) $3^{4-x^2} = \frac{1}{9}$
- w) $2^{x^2+1} = 32$

6.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones, utilizando distintos métodos de resolución e indicando el que utilizas en cada caso:

$$\begin{array}{l} \text{a) } \left. \begin{array}{l} 3x - y = 12 \\ 6x + 4y = 42 \end{array} \right\} \quad \text{b) } \left. \begin{array}{l} x + y = 5 \\ 2x - 5y = 3 \end{array} \right\} \quad \text{c) } \left. \begin{array}{l} -x + y = 2 + x \\ 5x + y = 4 - y \end{array} \right\} \end{array}$$

7.- a) Resuelve, por reducción, y clasifica el sistema:
$$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 5 \\ 2(x-1) + y = -3 \end{array} \right\}$$

b) Resuelve los siguientes sistemas por Gauss:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - y + z = 1 \\ x + 2y - z = 0 \\ -x + y + z = 3 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} 5x + 2y + 3z = 2 \\ 2x + 2y + z = 2 \\ x - 2y + 2z = -2 \end{array} \right\}$$

Para resolver los siguientes problemas plantea una ecuación o sistema y resuelve.

8.- Reparte 105 euros entre cinco personas, de modo que a cada una corresponda 5 euros más que a la anterior.

9.- Dentro de 11 años, la edad de Pedro será la mitad del cuadrado de la edad que tenía hace 13 años. ¿Qué edad tiene Pedro?

10.- Las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo están en progresión aritmética de diferencia 3. Calcula los tres lados.

11.- En un mercadillo solidario se venden dos tipos de figuras de artesanía. Unas a 2 € y otra a 3 €. Se vendieron 72 figuras y se obtuvieron 174 €. ¿Cuántas unidades se vendieron de cada tipo?

12.- Un restaurante tiene 40 mesas, unas de 4 plazas y otras de 6 plazas. Si en total dispone de 188 plazas, ¿cuántas mesas tiene de cada tipo?

13.- Dos hermanas se llevan 3 años y su padre tiene 45. Hace 7 años, la suma de las edades de las hijas era la mitad que la del padre. ¿Qué edad tiene cada hija?

14.- Tenemos 76 céntimos de euro en veinte monedas de dos y de cinco céntimos. ¿Cuántas monedas de cada clase tenemos?

15.- Resuelve las siguientes inecuaciones y representa las soluciones:

$$\text{a) } 5x + 4 < -6 \quad \text{b) } \frac{3(x+1)}{2} > 2x \quad \text{c) } 2 - \frac{x+1}{3} \leq \frac{x}{6}$$

16.- Resuelve las siguientes inecuaciones y representa las soluciones:

$$\text{a) } x - (2 + y) > -5 \quad \text{b) } \frac{x+y}{2} \leq 3$$

17.- Halla el conjunto de soluciones de los siguientes sistemas de inecuaciones:

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} 2x - 1 \leq 3 \\ 3x + 6 \geq 2x \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} x + 2 > 0 \\ 2x + 3 \geq 0 \end{array} \right\}$$

$$\text{c) } \left. \begin{array}{l} 5 - 2x < 0 \\ 7x + 1 > 0 \end{array} \right\}$$

$$\text{d) } \left. \begin{array}{l} 2x - 6 \geq 4 \\ x - 7 < 0 \end{array} \right\}$$

$$\text{e) } \left. \begin{array}{l} x - 2y < 3 \\ 7x + y > -1 \end{array} \right\}$$

$$\text{f) } \left. \begin{array}{l} x + y \leq 0 \\ 6x - 2y \geq 0 \end{array} \right\}$$