Opción A

1.A.-Hallar los puntos de la recta $r \equiv \frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+1}{-1}$ cuya distancia al plano

p: 2x – y + 2z + 1=0 es igual a **1**

$$r \equiv \begin{cases} x = 3+\lambda \\ y = 5+\lambda \\ z = -1-\lambda \end{cases} \Rightarrow d_{P,\pi} = 1 = \pm \frac{|2(3+\lambda)-(5+\lambda)+2(-1-\lambda)+1|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}} \Rightarrow 1 = \pm \frac{|6+2\lambda-5-\lambda-2-2\lambda+1|}{3}$$

$$3 = \pm|-\lambda| \Rightarrow \begin{cases} -\lambda = 3 \Rightarrow \lambda = -3 \Rightarrow P_1 \begin{cases} x = 3-3 \\ y = 5-3 \\ z = -1-(-3) \end{cases} \Rightarrow P_1(0\ ,\ 2\ ,\ 2) \\ \lambda = 3 \Rightarrow P_2 \begin{cases} x = 3+3 \\ y = 5+3 \\ z = -1-3 \end{cases} \Rightarrow P_1(6\ ,\ 8\ ,\ -4) \end{cases}$$

2.A.- Se consideran las rectas $r \equiv \begin{cases} x - y = 3 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x - z = 4 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$**.** Hallar la ecuación continua de la recta que contiene al punto P (2 , -1, 2) y cuyo vector director es perpendicular a los vectores directores de las dos rectas anteriores.

$$r \equiv \begin{cases} x = 3 + y \\ 3 + y + y - z = 0 \Rightarrow z = 3 + 2y \end{cases} \Rightarrow r \equiv \begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = \lambda \\ z = 3 + 2\lambda \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{v_r} = (1\,,1\,,2)$$

$$r \equiv \begin{cases} x = 4 + z \\ 2(4 + z) - y = 7 \Rightarrow 8 + 2z - 7 = y \end{cases} \Rightarrow s \equiv \begin{cases} x = 4 + \mu \\ y = 1 + 2\mu \\ z = \mu \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{v_s} = (1\,,2\,,1)$$

Hay dos formas de calcular el vector perpendicular a los dados, la primera utilizando el producto escalar ya que el producto de ambos con el buscado es cero en ambos casos:

$$Sea\ \overrightarrow{v_t} = (a\,,b\,,1) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{v_t} \perp \overrightarrow{v_r} \Rightarrow \overrightarrow{v_t}.\overrightarrow{v_r} = 0 \Rightarrow (a\,,b\,,1)\cdot(1\,,1\,,2) = 0 \Rightarrow a + b + 2 = 0 \\ \overrightarrow{v_t} \perp \overrightarrow{v_s} \Rightarrow \overrightarrow{v_t}.\overrightarrow{v_s} = 0 \Rightarrow (a\,,b\,,1)\cdot(1\,,2\,,1) = 0 \Rightarrow a + 2b + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow b - 1 = 0 \Rightarrow$$

$$b = 1 \Rightarrow a + 1 + 2 = 0 \Rightarrow a = -3 \Rightarrow \overrightarrow{v_s} = (-3\,,1\,,1)$$

La segunda forma es hallar el producto vectorial de los vectores de la recta, el resultante de ello es el vector perpendicular a ambos

$$\overrightarrow{v_t} = \overrightarrow{v_r} \times \overrightarrow{v_s} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k} - \vec{k} - 4\vec{i} - \vec{j} = -3\vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \Rightarrow \overrightarrow{v_t} = (-3\,,1\,,1)$$

$$Ecuación\ de\ la\ recta\ pedida \quad t \equiv \frac{x - 2}{-3} = y + 1 = z - 2$$

3.A.- Dado el sistema de ecuaciones lineales $\begin{cases} x+(k+1)y+2z=-1 \\ kx+y+z=k \\ (k-1)x-2y-z=k+1 \end{cases}$, se pide:

a) Discutirlo según los diversos valores del parámetro ***k***

b) Resolverlo cuando tenga infinitas soluciones

$$a)$$

$$|A|=\begin{vmatrix} 1 & k+1 & 2 \\ k & 1 & 1 \\ k-1 & -2 & -1 \end{vmatrix}=-1+(k+1)\cdot(k-1)-4k-2\cdot(k-1)+2+k(k+1)$$

$$|A|=k^2-1-4k-2k+2+k^2+k+1=2k^2-5k+2 \Rightarrow Si\ 2k^2-5k+2=0 \Rightarrow \Delta=25-16=9 \Rightarrow$$

$$k_{1,2}=\frac{5\pm\sqrt{9}}{4} \Rightarrow \begin{cases} k_1=\frac{5+3}{4}=2 \\ k_2=\frac{5-3}{4}=\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow Si \begin{cases} k\neq 2 \\ k\neq \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow rang(A)=3 \Rightarrow Sistema\ Compatible\ Determinado$$

$$Si\ k=2 \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}=-5\neq 0 \Rightarrow rang(A)=2 \qquad Si\ k=\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & \frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 \end{vmatrix}=\frac{1}{4}\neq 0 \Rightarrow rang(A)=2$$

El estudio de lo que pasará cuando k sea 2 ó 1/2 se puede hacer de dos formas, una por Gauss y otra por l teorema de Rouche-Frobenius

$$Por\ Gauss$$

$$Cuando\ k=2$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & -1 & 3 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & -5 & -3 & 4 \\ 0 & -5 & -3 & 4 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & -5 & -3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \Rightarrow Sistema\ Compatible\ Indeterminado$$

$$Cuando\ k=\frac{1}{2}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{3}{2} & 2 & -1 \\ \frac{1}{2} & 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -2 & -1 & \frac{3}{2} \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & -2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ -1 & -4 & -2 & 3 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & -2 \\ -1 & -4 & -2 & 3 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & -4 \\ 0 & -2 & 0 & 4 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 12 \end{array}\right) \Rightarrow$$

$$Sistema\ Incompatible$$

$a)Continuación$

$2^{o}\,Forma.-Por\;Rouche-Frobenius$

$$|A/B|=|C_1\quad C_2\quad B|=\begin{vmatrix}1 & k+1 & -1\\ k & 1 & k\\ k-1 & -2 & k+1\end{vmatrix}=(k+1)+k(k+1)(k-1)+2k+(k-1)+2k-k(k+1)^2$$

$$|A/B|=k+1+k-1+k(k+1)(k-1-k-1)+4k=6k+k(k+1)(-2)=-2k^2+4k=2k(-k+2)$$

$$Si\;2k(-k+2)=0\Rightarrow\begin{cases} k=0\Rightarrow\begin{vmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{vmatrix}=1\neq 0\Rightarrow rang(A/B)=2\\ -k+2=0\Rightarrow k=2\Rightarrow\begin{vmatrix}1 & 3\\ 2 & 1\end{vmatrix}=-5\neq 0\Rightarrow rang(A/B)=2\end{cases}\Rightarrow$$

$$Si\begin{cases}k\neq 0\\ k\neq 2\end{cases}\Rightarrow rang(A/B)=3$$

$$|A/B|=|C_1\quad C_3\quad B|=\begin{vmatrix}1 & 2 & -1\\ k & 1 & k\\ k-1 & -1 & k+1\end{vmatrix}=(k+1)+2k(k-1)+k+(k-1)+k-2k(k+1)$$

$$|A/B|=k+1+2k+k-1+2k(k-1-k-1)=4k-4k=0\Rightarrow\forall x\in\Re\Rightarrow rang(A/B)=2$$

$2^{o}\,Forma.-Por\;Rouche-Frobenius(Continuación)$

$$|A/B|=|C_2\quad C_3\quad B|=\begin{vmatrix}k+1 & 2 & -1\\ 1 & 1 & k\\ -2 & -1 & k+1\end{vmatrix}=(k+1)^2-4k+1-2+k(k+1)-2(k+1)$$

$$|A/B|=k^2+2k+1-4k-1+k^2+k-2k-2=2k^2-3k-2\Rightarrow Si\;2k^2-3k-2=0\Rightarrow\Delta=9+16=25$$

$$k_{1,2}=\frac{3\pm\sqrt{25}}{4}\Rightarrow\begin{cases}k_1=\dfrac{3+5}{4}=2\\ k_{1,2}=\dfrac{3-5}{4}=-\dfrac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow Si\begin{cases}k\neq 2\\ k\neq -\dfrac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow rang(A/B)=3$$

$$Si\begin{cases}k=2\Rightarrow\begin{vmatrix}1 & 1\\ -2 & -1\end{vmatrix}=1\neq 0\Rightarrow rang(A/B)=2\\ k=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow\begin{vmatrix}1 & 1\\ -2 & -1\end{vmatrix}=1\neq 0\Rightarrow rang(A/B)=2\end{cases}$$

$Por\;lo\;\tan to:$

$Si\;k=2\Rightarrow rang(A)=rang(A/B)=2\neq Número\,de\;incognitas\Rightarrow Sistema\;Compatible\;In\det er\min ado$

$Si\;k=\dfrac{1}{2}\Rightarrow rang(A)=2\neq rang(A/B)=3\Rightarrow Sistema\;Incompatible$

b)

Por Gauss.Calculado en a)

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & -1 & 3 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & -5 & -3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \Rightarrow -5y-3z=4 \Rightarrow 3z=-4-5y \Rightarrow z=\frac{-4-5y}{3} \Rightarrow$$

$$x+3y+2\cdot\left(\frac{-4-5y}{3}\right)=-1 \Rightarrow 3x+9y-8-10y=-3 \Rightarrow 3x=y+5 \Rightarrow x=\frac{y+5}{3} \Rightarrow$$

$$Solución\left(\frac{\lambda+5}{3}\ ,\ \lambda\ ,\frac{-4-5\lambda}{3}\right)$$

Por Rouche – Froebenius

$$\begin{cases} x+3y+2z=-1 \\ 2x+y+z=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+3y+2z=-1 \\ -6x-3y-3z=-6 \end{cases} \Rightarrow -5x-z=-7 \Rightarrow z=7-5x \Rightarrow x+3y+2(7-5x)=-1 \Rightarrow$$

$$x+3y+14-10x=-1 \Rightarrow 3y=-15+9x \Rightarrow y=-5+3x \Rightarrow Solución(\lambda\ ,-5+3\lambda\ ,7-5\lambda)$$

4.A.- a) Hallar los máximos y mínimos relativos y los puntos de inflexión de la función:

$$f(x)=\frac{3x^2+x+3}{x^2+1}$$

b) Determinar una función ***F(x)*** tal que su derivada sea ***f(x)*** y además ***F(0) = 4***

$a)$

$$f(x)=\frac{3x^2+x+3}{x^2+1}$$

$$f'(x)=\frac{(6x+1)(x^2+1)-2x(3x^2+x+3)}{(x^2+1)^2}=\frac{6x^3+6x+x^2+1-6x^3-2x^2-6x}{(x^2+1)^2}=\frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$$

$$Si\ \ f'(x)=0\Rightarrow 1-x^2=0\Rightarrow x^2=1\Rightarrow x=\pm\sqrt{1}\Rightarrow\begin{cases}x=-1\Rightarrow f(-1)=\dfrac{3.(-1)^2+(-1)+3}{(-1)^2+1}=\dfrac{5}{2}\\ x=1\Rightarrow f(-1)=\dfrac{3.1^2+1+3}{1^2+1}=\dfrac{7}{2}\end{cases}$$

$$f''(x)=\frac{(-2)x.(x^2+1)^2-2(x^2+1).2x(1-x^2)}{(x^2+1)^4}$$

$$f''(x)=\frac{(-2)x.(x^2+1)^2-2(x^2+1).2x(1-x^2)}{(x^2+1)^4}=\frac{(-2)x.(x^2+1)-4x(1-x^2)}{(x^2+1)^3}=\frac{-2x^3-2x.-4x+4x^3}{(x^2+1)^3}$$

$$f''(x)=\frac{2x^3-6x}{(x^2+1)^3}=\frac{2x(x^2-3)}{(x^2+1)^3}\Rightarrow\begin{cases}x=-1\Rightarrow f''(-1)=\dfrac{2.(-1)^3-6.(-1)}{\left[(-1)^2+1\right]^3}=\dfrac{-2+6}{2^3}=\dfrac{4}{8}=\dfrac{1}{2}>0\\ x=1\Rightarrow f''(-1)=\dfrac{2.1^3-6.1}{\left[1^2+1\right]^3}=\dfrac{2-6}{2^3}=-\dfrac{4}{8}=-\dfrac{1}{2}<0\end{cases}$$

$$En\ el\ \ punto\left(-1\,,\,\frac{5}{2}\right)\ existe\ un\ mínimo\ relativo$$

$$En\ el\ \ punto\left(1\,,\,\frac{7}{2}\right)\ existe\ un\ Máximo\ relativo$$

$$Si\ \ f''(x)=0\Rightarrow 2x(x^2-3)=0\Rightarrow\begin{cases}x=0\Rightarrow f(0)=\dfrac{3.0^2+0+3}{0^2+1}=3\\ x^2-3=0\Rightarrow x^2=3\Rightarrow\begin{cases}x=\sqrt{3}\Rightarrow f(\sqrt{3})=\dfrac{3.(\sqrt{3})^2+\sqrt{3}+3}{(\sqrt{3})^2+1}\\ x=-\sqrt{3}\Rightarrow f(-\sqrt{3})=\dfrac{3.(-\sqrt{3})^2+(-\sqrt{3})+3}{(-\sqrt{3})^2+1}\end{cases}\end{cases}$$

Continúa el problema 4.A.-

$$f''(x)=\frac{(-2)x.(x^2+1)^2-2(x^2+1).2x(1-x^2)}{(x^2+1)^4}=\frac{(-2)x.(x^2+1)-4x(1-x^2)}{(x^2+1)^3}=\frac{-2x^3-2x.-4x+4x^3}{(x^2+1)^3}$$

$$f''(x)=\frac{2x^3-6x}{(x^2+1)^3}=\frac{2x(x^2-3)}{(x^2+1)^3}\Rightarrow\begin{cases} x=-1\Rightarrow f''(-1)=\dfrac{2.(-1)^3-6.(-1)}{\left[(-1)^2+1\right]^3}=\dfrac{-2+6}{2^3}=\dfrac{4}{8}=\dfrac{1}{2}>0 \\ x=1\Rightarrow f''(-1)=\dfrac{2.1^3-6.1}{\left[1^2+1\right]^3}=\dfrac{2-6}{2^3}=-\dfrac{4}{8}=-\dfrac{1}{2}<0 \end{cases}$$

$$En\ el\ \ punto\left(-1\,,\,\frac{5}{2}\right)existe\ un\ mínimo\ relativo$$

$$En\ el\ \ punto\left(1\,,\,\frac{7}{2}\right)existe\ un\ Máximo\ relativo$$

$$Si\ \ f''(x)=0\Rightarrow 2x(x^2-3)=0\Rightarrow\begin{cases} x=0\Rightarrow f(0)=\dfrac{3.0^2+0+3}{0^2+1}=3 \\ x^2-3=0\Rightarrow x^2=3\Rightarrow\begin{cases} x=\sqrt{3}\Rightarrow f(\sqrt{3})=\dfrac{3.(\sqrt{3})^2+\sqrt{3}+3}{(\sqrt{3})^2+1} \\ x=-\sqrt{3}\Rightarrow f(-\sqrt{3})=\dfrac{3.(-\sqrt{3})^2+(-\sqrt{3})+3}{(-\sqrt{3})^2+1} \end{cases} \end{cases}$$

$$Puntos\ de\ \text{inf}\ lexión\begin{cases} (0\,,\,3) \\ (\sqrt{3}\,,\,3+\sqrt{3}) \\ \left(-\sqrt{3}\,,\,\dfrac{-6-\sqrt{3}}{4}\right) \end{cases}$$

$b)$

$$F(x)=\int\frac{3x^2+x+3}{x^2+1}\,dx=\int\left(3+\frac{x}{x^2+1}\right)dx=3\int dx+\int\frac{x}{x^2+1}\,dx=3x+\int\frac{1}{t}\cdot\frac{dt}{2}=3x+\frac{1}{2}\cdot\ln t$$

$$x^2+1=t\Rightarrow 2x\,dx=dt\Rightarrow x\,dx=\frac{dt}{2}$$

$$\begin{array}{l|l} 3x^2+x+3 & \underline{x^2+1} \\ \underline{-3x^2\quad\ -\ \ 3} & \\ \qquad\ \ x & \end{array}$$

$$F(x)=3x+\frac{1}{2}\cdot\ln\left(x^2+1\right)+K\Rightarrow F(0)=4\Rightarrow 3.0+\frac{1}{2}\cdot\ln\left(0^2+1\right)+K=4\Rightarrow K=4$$

$$F(x)=3x+\frac{1}{2}\cdot\ln\left(x^2+1\right)+4$$

1.B.-Calcular una matriz cuadrada ***X*** sabiendo que verifica ***XA²+ BA = A²***, siendo

$$A=\begin{pmatrix}0&0&-1\\0&-1&0\\-1&0&0\end{pmatrix}\quad y\quad B=\begin{pmatrix}0&0&-2\\0&-2&0\\-2&0&0\end{pmatrix}$$

$$XA^2=A^2-BA\Rightarrow XA^2A^{-2}=\left(A^2-BA\right)A^{-2}\Rightarrow X=A^2A^{-2}-BAA^{-2}=I-BAA^{-1}A^{-1}=I-BIA^{-1}$$

$$X=I-BA^{-1}\Rightarrow$$

$$\exists A^{-1}\Rightarrow |A|\neq 0\Rightarrow |A|=\begin{vmatrix}0&0&-1\\0&-1&0\\-1&0&0\end{vmatrix}=1\neq 0\Rightarrow A^{-1}=\frac{1}{|A|}\cdot adj\left(A^t\right)\Rightarrow A^t=\begin{pmatrix}0&0&-1\\0&-1&0\\-1&0&0\end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$adj\left(A^t\right)=\begin{pmatrix}0&0&-1\\0&-1&0\\-1&0&0\end{pmatrix}\Rightarrow A^{-1}=\frac{1}{1}\cdot\begin{pmatrix}0&0&-1\\0&-1&0\\-1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&-1\\0&-1&0\\-1&0&0\end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$B.A^{-1}=\begin{pmatrix}0&0&-2\\0&-2&0\\-2&0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&0&-1\\0&-1&0\\-1&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&0&0\\0&2&0\\0&0&2\end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$X=I-B.A^{-1}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2&0&0\\0&2&0\\0&0&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&0&0\\0&-1&0\\0&0&-1\end{pmatrix}$$

2.B.-Dado el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x+2y-3z=3 \\ 2x+3y+z=5 \end{cases}$, se pide:

a) Calcular ***a*** y ***b*** de manera que al añadir una tercera ecuación ***ax + y + bz = 1*** el sistema resultante tenga las mismas soluciones que el sistema original

b) Calcular las soluciones del sistema dado tales que la suma de los valores de las incógnitas sea ***4***

a) El sistema es Compatible Indeterminado

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ a & 1 & b & 1 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & -1 & 7 & -1 \\ 0 & 1-2a & b+3a & 1-3a \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & -1 & 7 & -1 \\ 0 & 0 & b+3a+7(1-2a) & 1-3a-(1-2a) \end{array}\right) \Rightarrow$$

$$\begin{cases} b+3a+7-14a=0 \\ 1-3a-1+2a=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -11a+b+7=0 \\ -a=0 \end{cases} \Rightarrow a=0 \Rightarrow b=-7 \Rightarrow Ecuación \Rightarrow y-7z=1$$

$b)$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & -1 & 7 & -1 \end{array}\right) \Rightarrow -y+7z=-1 \Rightarrow y=7z+1 \Rightarrow x+2.(7z+1)-3z=3 \Rightarrow$$

$$x+14z+2-3z=3 \Rightarrow x=1-11z \Rightarrow Solucíon\ general(1-11\lambda\ ,\ 7\lambda+1\ ,\ \lambda)$$

$$Si\ 1-11\lambda+7\lambda+1+\lambda=4 \Rightarrow -3\lambda=2 \Rightarrow \lambda=-\frac{2}{3} \Rightarrow Solucíon\left[1-11\left(-\frac{2}{3}\right), 7\left(-\frac{2}{3}\right)+1\ ,\left(-\frac{2}{3}\right)\right]$$

$$Solucíon\left(\frac{25}{3}\ ,-\frac{11}{3}\ ,-\frac{2}{3}\right)$$

3.B.- Sean las rectas $r : \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{2} \quad y \quad s : \begin{cases} x - 3y - 5 = 0 \\ x - 3z - 8 = 0 \end{cases}$

a) Hallar las ecuaciones del plano p que contiene a ***r*** y es paralelo a ***s***

b) Calcular la distancia entre el plano p y la recta ***s***

a) El plano queda definido por el vector director de la recta ***r*** , por el vector director de ***s*** que al ser paralelo y por el vector generador que se forma por el punto innominado (x , y , z) y un punto del plano A, por ejemplo de la recta ***r***

$$-3y + 3z + 3 = 0 \Rightarrow 3y = 3z + 3 \Rightarrow y = z + 1 \Rightarrow x = 3z + 8 \Rightarrow s : \begin{cases} x = 8 + 3\lambda \\ y = 1 + \lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_r} = (1, -1, 2) \\ \overrightarrow{v_s} = (3, 1, 1) \\ A(0, 1, 2) \Rightarrow \overrightarrow{AG} = (x, y, z) - (0, 1, 2) = (x, y-1, z-2) \end{cases} \Rightarrow \pi \equiv \begin{vmatrix} x & y-1 & z-2 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$-x + 6(y-1) + (z-2) + 3(z-2) - 2x - (y-1) = 0 \Rightarrow -3x + 5(y-1) + 4(z-2) = 0 \Rightarrow$$

$$\pi : 3x - 5y - 4z + 13 = 0$$

b) Al ser paralelos el plano p y la recta ***s*** la distancia es la de un punto cualquiera de esa recta , tomaremos B (8 , 1 , 0), al plano

$$-3y + 3z + 3 = 0 \Rightarrow 3y = 3z + 3 \Rightarrow y = z + 1 \Rightarrow x = 3z + 8 \Rightarrow s : \begin{cases} x = 8 + 3\lambda \\ y = 1 + \lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_r} = (1, -1, 2) \\ \overrightarrow{v_s} = (3, 1, 1) \\ A(0, 1, 2) \Rightarrow \overrightarrow{AG} = (x, y, z) - (0, 1, 2) = (x, y-1, z-2) \end{cases} \Rightarrow \pi \equiv \begin{vmatrix} x & y-1 & z-2 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$-x + 6(y-1) + (z-2) + 3(z-2) - 2x - (y-1) = 0 \Rightarrow -3x + 5(y-1) + 4(z-2) = 0 \Rightarrow$$

$$\pi : 3x - 5y - 4z + 13 = 0$$

$$d_{B,\pi} = \frac{|3.8 - 5.1 - 4.0 + 13|}{\sqrt{3^2 + (-5)^2 + (-4)^2}} = \frac{|32|}{\sqrt{50}} = \frac{32}{5\sqrt{2}} = \frac{32\sqrt{2}}{10} = \frac{16\sqrt{2}}{5}\ u$$

4.B.- Sea ***g(x)*** una función continua y derivable para todo valor real de ***x***, de la que se conoce la siguiente información:

I) g'(x) > 0 para todo $x \in (-\infty\ ,\ 0) \cup (2\ ,\ \infty)$ mientras que g'(x) < 0 para todo $x \in (0\ ,\ 2)$

II) g''(x) > 0 para todo $x \in (1\ ,\ 3)$ mientras que g'(x) < 0 para todo $x \in (-\infty\ ,\ 1) \cup (3\ ,\ \infty)$

III) g(-1) = 0 g(0) = 2 g(2) = 1

IV) $\lim_{x \to -\infty} g(x) = -\infty$ $\lim_{x \to \infty} g(x) = 3$

Teniendo en cuenta los datos anteriores se pide:

a) Analizar, razonadamente, la posible existencia o no existencia de asuntotas verticales, horizontales u oblicuas

b) Dibujar de manera esquemática la gráfica de la función ***g(x)***

c) Si $G(x) = \int_0^x g(t)\,dt$ encontrar un valor $\boldsymbol{x_0}$ su derivada $G(x) = 0$

a) Hay una asíntota horizontal $y = 3\ cuando\ x \to \infty$

Puntos de corte $\begin{cases} ConOY \Rightarrow x = 0 \Rightarrow g(0) = 1 \\ ConOX \Rightarrow g(x) = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$

Hay un máximo y un mínimo relativo en uno de los dos puntos $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow g(0) = 1 \\ x = 2 \Rightarrow g(2) = 1 \end{cases}$

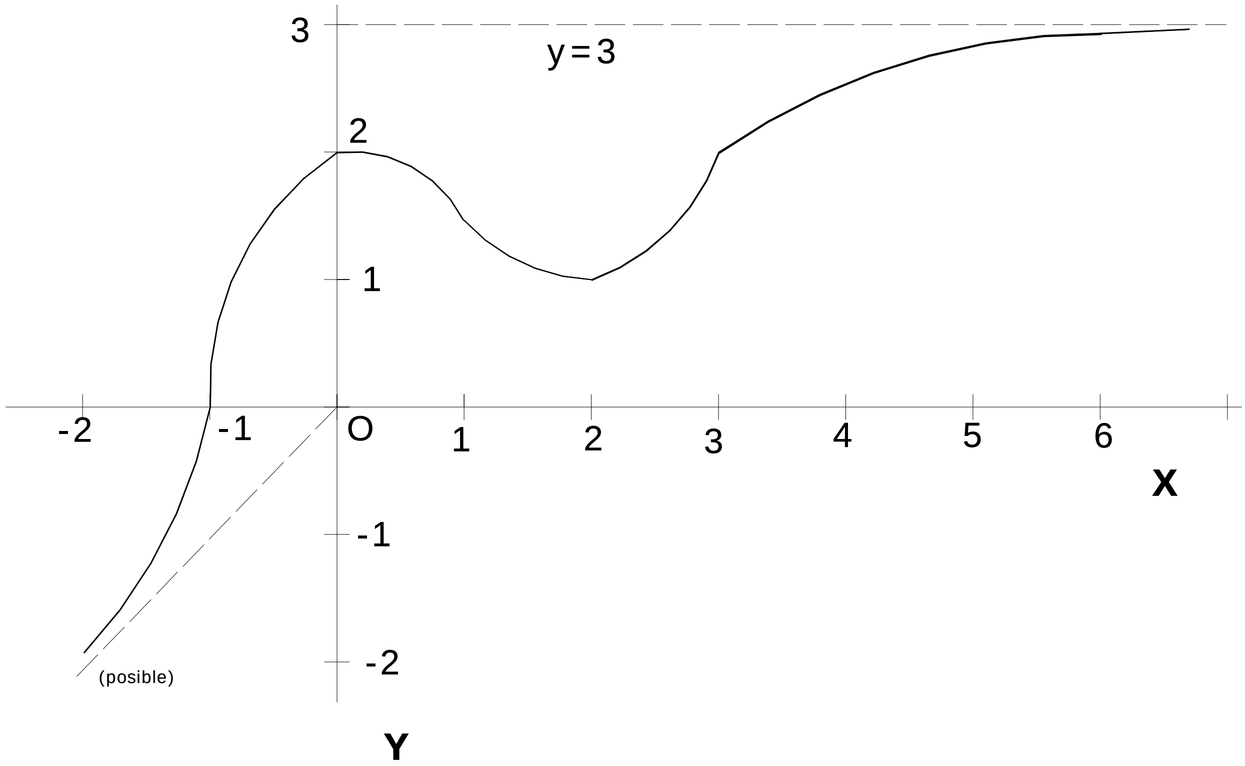
Hay un punto de inflexión en cada uno de los puntos $\begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$

No hay indicios de asíntota vertical

Si puede haber una asíntota oblicua $cuando\ x \to -\infty$

Continuación del problema 4.B

b)



c)

$$G(x)=\int_0^x g(t)\,dt \Rightarrow G'(x_0)=g(x_0)=0 \Rightarrow Del\ gráfico \Rightarrow x_0=-1$$